



Európska únia
Európsky sociálny fond

Moderné vzdelávanie pre vedomostnú spoločnosť / Projekt je spolufinancovaný zo zdrojov EÚ

Marcela Pjatková
Ľubomír Fapšo
Soňa Pavlíková

Využitie Excelu v matematike

2014

Publikácia bola vydaná a financovaná z prostriedkov ESF
v rámci národného projektu Profesionálny a kariérový rast
pedagogických zamestnancov.
ITMS kód projektu 26120130002
ITMS kód projektu 26140230002

METODICKO-PEDAGOGICKÉ CENTRUM BRATISLAVA

Využitie EXCELU v matematike

Marcela Pjatková

Lubomír Fapšo

Soňa Pavlíková

Bratislava 2014

Autori: PaedDr. Marcela Pjatková
RNDr. Ľubomír Fapšo
RNDr. Soňa Pavlíková, CSc.
Názov: Využitie Excelu v matematike
Recenzenti: RNDr. Renáta Masarová, PhD.
RNDr. Jana Vargová
Odborná redaktorka: Mgr. Sylvia Laczová
Vydanie: 1.
Vydalo: Metodicko-pedagogické centrum Bratislava
Rok: 2014
Počet strán: 74
ISBN: 978-80-8052-879-9

OBSAH

Úvod	5
1 Základné prostredie programu EXCEL – opis hlavného okna aplikácie EXCEL	6
1.1 Vkladanie údajov do buniek, kopírovanie a úprava údajov v bunkách	9
2 Panel nástrojov <i>Domov</i>	11
2.1 Základná práca s bunkou – formátovanie bunky	12
2.2 Použitie štýlov	15
2.3 Vkladanie, odstránenie a formát riadkov a stĺpcov	16
3 Panel nástrojov <i>Vložiť</i>	17
3.1 Vytvorenie a úprava grafu	17
3.2 Vkladanie objektu, symbolu	19
4 Panel nástrojov vzorce	20
4.1 Vytvorenie viacerých tabuliek na rôznych listoch a väzby medzi nimi	21
4.2 Základné automatické funkcie	23
4.3 Kategórie funkcií	24
5 Databáza – usporiadanie a triedenie údajov, filtrovanie	26
6 Tlač tabuľky	28
7 Grafy funkcií	29
7.1 Grafy lineárnych funkcií	29
7.2 Grafy kvadratických funkcií	31
7.3 Grafy exponenciálnych a logaritmických funkcií	33
7.4 Grafy goniometrických funkcií	35

8	Riešenie rovníc	37
8.1	Určovanie počtu riešení rovnice	37
8.2	Riešenie kvadratických rovníc	40
8.3	Riešenie exponenciálnych rovníc	42
8.4	Riešenie logaritmických rovníc	43
8.5	Riešenie goniometrických rovníc	45
8.6	Riešenie algebraických rovníc vyšších stupňov	46
8.7	Riešenie zložitejších rovníc	48
8.8	Riešenie sústav lineárnych rovníc	49
9	Príklady	53
9.1	Kreslenie grafov funkcií	53
9.2	Riešenie sústav rovníc	62
9.3	Riešenie aritmetickej a geometrickej postupnosti	67
9.4	Výpočet charakteristík štatistického súboru	70
	Záver	73

Úvod

V zmysle stratégie informatizácie regionálneho školstva sa odporúča zvýšiť kvalitu a efektivitu vzdelávania tým, že sa v školách vytvoria podmienky na vyučovanie pomocou počítačov s príslušným softvérom.

Excel je tabuľkový procesor, pomocou ktorého sa dajú vytvárať tabuľky. Samotný program umožňuje spracovať zadané údaje automatickými výpočtami, ktoré uľahčujú prácu a skracujú pracovný čas. Excel má k dispozícii 327 funkcií, ktoré sú rozdelené do jedenástich kategórií. V tabuľkách možno použiť funkcie na štatistiku, matematiku, financie, vyhľadávanie a databázy. S údajmi v tabuľkách možno v mnohých prípadoch pracovať ako s databázou, keď jeden riadok tabuľky je vlastne jedným údajom v databáze. Takže funkcie Excelu sú schopné databázu triediť (podľa rôznych kritérií), aj filtrovať (vyberať si určitú časť z údajov.) Rovnako dôležité je grafické spracovanie údajov v tabuľkách pomocou grafov.

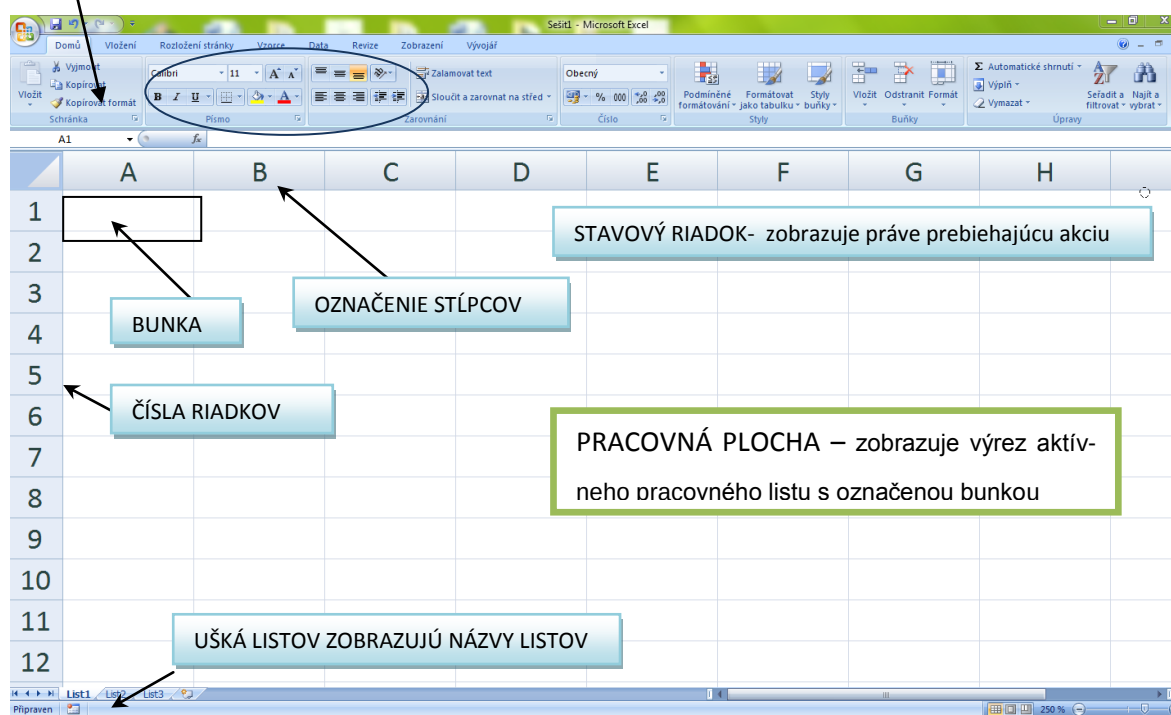
Excel dokáže vkladať medzisúčty do zoznamov, vytvárať tzv. *kontingenčné tabuľky*, ktoré umožňujú rôzne *dynamické* pohľady na vložené údaje, analyzovať údaje a vytvárať modely riešenia. Excel je súčasťou kancelárskeho balíka MS OFFICE.

Program Excel umožňuje ľahké zostrojovanie grafov funkcií, riešenie matematických rovníc a ich sústav, matematických problémov aj nad rámec stredoškolského učiva a pomáha žiakom riešiť technické problémy. To všetko smeruje k lepšiemu uplatneniu sa absolventov na trhu práce.

1 Základné prostredie programu EXCEL – opis hlavného okna aplikácie EXCEL

Záhlavie aplikácie s názvom – obsahuje názov programu, názov pracovného listu a tlačidlá na minimalizáciu/maximalizáciu okna alebo ukončenie aplikácie.

Hlavná ponuka (hlavné menu HM) – umožňuje zobrazit' všetky dostupné ponuky programu

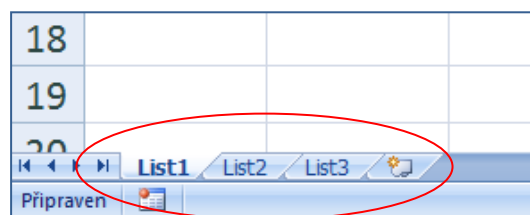


Pracovná plocha je rozdelená na bunky. Každá bunka je určená svojou polohou, t. j. riadkom a stĺpcom, má teda svoju adresu. Napríklad bunka **A** – je bunka, ktorá sa nachádza v stĺpci A, v riadku 1 (kliknite na bunku A1, napíšte slovo *úspory* a stlačte Enter).

Pracovná plocha zobrazuje výrez aktívneho pracovného listu s označenou bunkou.

Pracovná bunka je miesto, do ktorého sa vkladajú údaje – číslo, text, dátum, vzorec alebo funkcia. K bunke možno pripojiť aj pomocné informácie, napr. o vzhľade bunky, komentár, spôsob zobrazenia.

List tvoria bunky usporiadané do riadkov a stĺpcov. Jednotlivé listy sú umiestnené na spodnej strane listu (ušká listov); listy môžeme medzi sebou presúvať, pomenovať si ich.



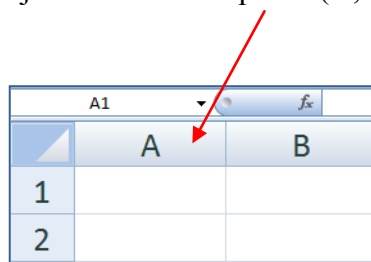
Rozsah tabuľky na jednom liste môže byť najviac 65536 riadkov a 676 stĺpcov. Listy sú uložené v pracovnom zošite, ktorý predstavuje jeden súbor a ktorý možno uložiť na pevný disk alebo na disketu.

Zošit – je zložený z niekoľkých listov (implicitne sú 3 listy, ale môže ich byť až 256).

Bunkový kurzor – hrubou čiarou ohraničí vybranú bunku, do ktorej možno vkladať údaj.

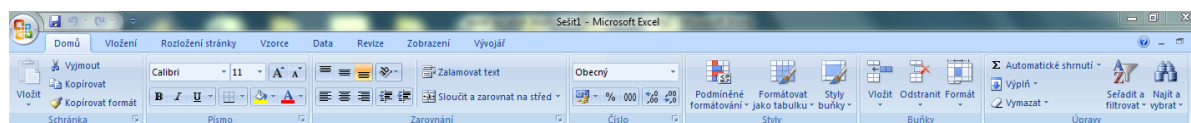
Textový kurzor (blikajúca zvislá čiarka) – umožňuje vkladanie a editovanie údajov.

Záhlavie stĺpcov a riadkov – zobrazuje označenie stĺpcov (A, B,...Z, AA, AB,...IV) a riadkov (čísla od 1, ...65536).

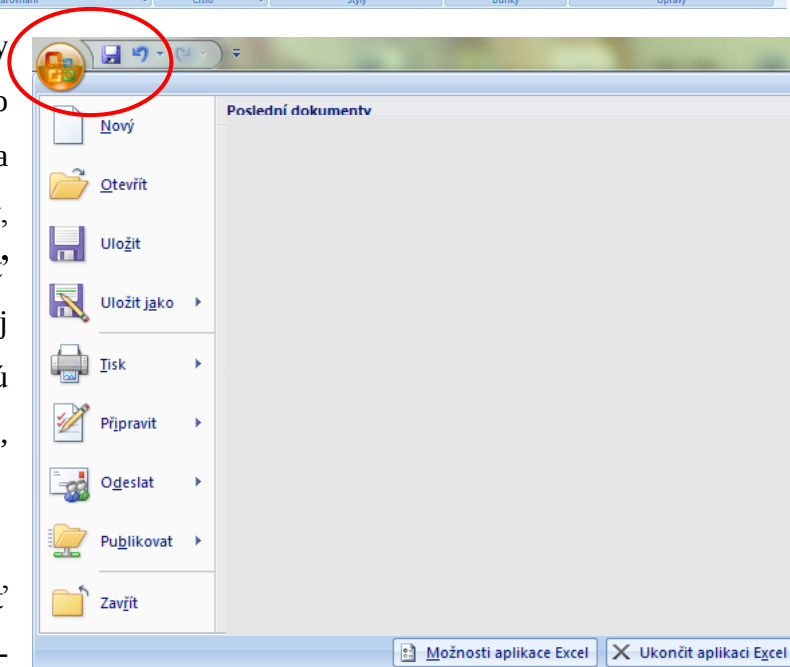


	A	B
1		
2		

Panel nástrojov zobrazuje tlačidlá (ikony) na rýchle vykonanie niektorých príkazov. Ikona je graficky znázornený príkaz. Medzi základné panely patrí: Domov, Vložiť, Rozloženie stránky, Vzorce ...



V ľavej hornej časti obrazovky sa nachádza tlačidlo **office**, po kliknutí naň sa zobrazí ponuka príkazov: otvoriť **Nový** súbor, už existujúci súbor, **Uložiť** súbor, **Uložiť ako...** V pravej časti okna sa nám zobrajú názvy posledných súborov, s ktorými sa pracovalo.



Vytvorené tabuľky treba uložiť tak, aby boli kedykoľvek použiteľné aj po vypnutí počítača. Vytvorený dokument preto musíme uložiť do **súboru** s príponou **xls**.

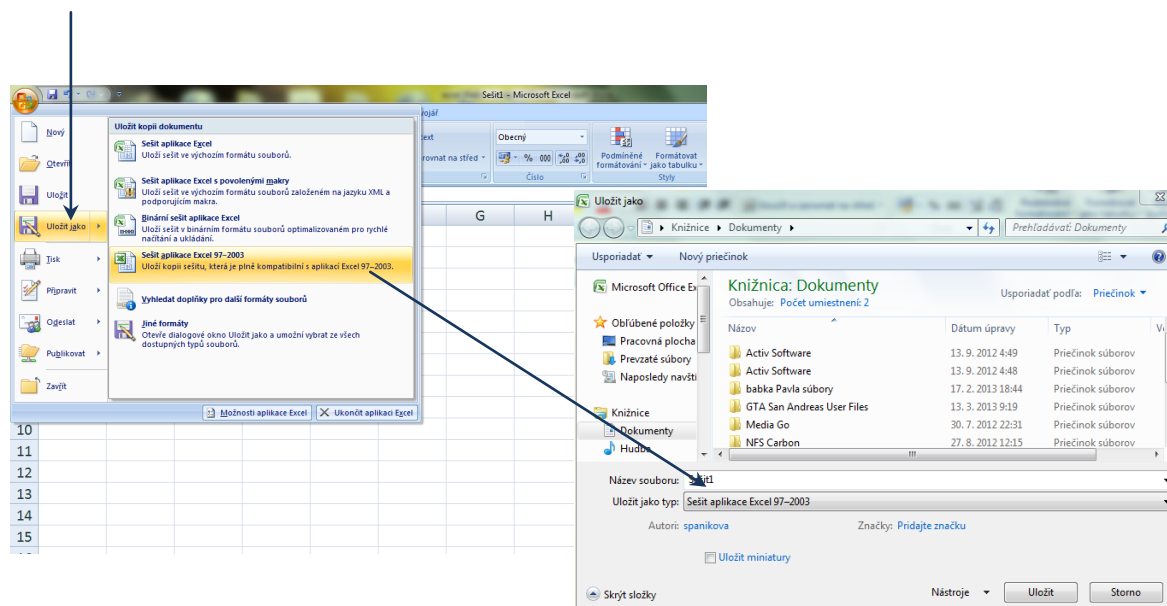
Po spustení programu EXCEL sa otvorí čistý dokument s názvom **Zošit1.xls**. Pri ukončovaní práce v programe EXCEL nás program vyzve, či chceme dokument uložiť pod týmto názvom. Výhodnejšie je napísať pre vytvorený dokument nové meno.

Vytvorenie nového zošitu: z hlavného menu (HM) vybrať a potvrdiť **Súbor – Nový**

Otvorenie existujúceho súboru: HM → **Súbor** → **Otvoriť**

Pomenovanie a uloženie vytvoreného pracovného zošitu:

HM → **Súbor** → **Uložiť ako...** nový názov nášho zošitu (súboru) a následne nastavíme správnú cestu do pracovnej záložky – kde sa súbor uloží



Uloženie už existujúceho súboru: HM → **Uložiť** alebo môžeme uložiť pomocou klávesových skratiek **Ctrl+S**.

Príklad – zhrnutie

Zopakujte si otvorenie súboru, uloženie a pomenovanie. Vytvorte si podobnú tabuľku a uložte si ju na USB kľúč.

	C8				
		A	B	C	D
1		Úspory			
2			2012	2013	2014
3		bežný účet	100 €	80 €	150 €
4		terminovaný	200 €	100 €	180 €
5		stavebné sporenie	80 €	80 €	80 €
6					

1.1 Vkládání údajů do buněk, kopírování a úprava údajů v buňkách

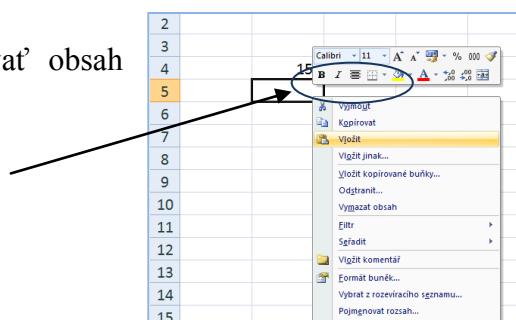
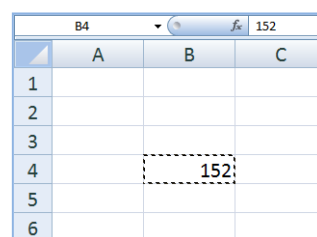
Vložení údaje do bunky: označíme bunku, vložíme údaj a potvrdíme klávesou **ENTER**.

Úprava údajů bunky: označíme bunku na úpravu a kurzor přesunieme do řádku vzorců (kurzor se změnil na textový). Teď můžeme přepisovat, upravovat text, číslo nebo vzorec.

Mazání obsahu bunky: označíme bunku, její obsah chceme vymazat a stlačíme klávesu **DEL** nebo z kontextového menu vybereme možnost **Vymazat** (nastavíme *san*, bunku, stlačíme pravé tlačítko PTM a z ponuky → *Vymazat*)

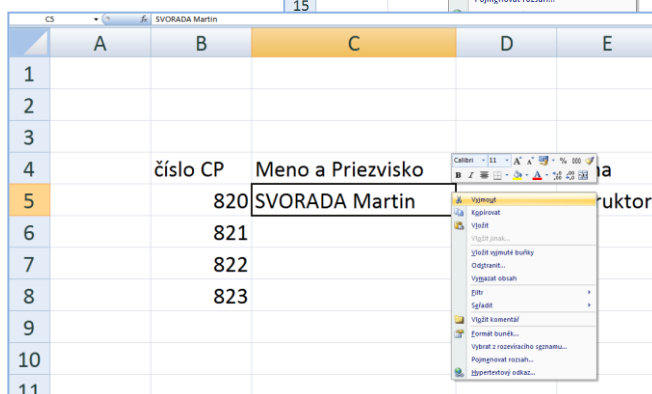
Kopírování obsahu jedné bunky:

- označíme bunku, její obsah chceme kopírovat a stlačíme PTM (jednoduchým stlačením pravého tlačítka myši vyvoláte ponuku, která vám sprostředkuje přístup k dostupným možnostem tzv. kontextové menu),
- z kontextového menu → **Kopírovat** (bunka označená na kopírování bude ohraničená přerušovanou hrubou čiarou),
- označíme bunku, do které chceme nakopírovat obsah a opět stlačíme PTM,
- z kontextového menu → **Vložit**



Premístění obsahu bunky:

- označíme bunku, z které chceme obsah vybrat a stlačíme PTM
- z kontextového menu → **Vybrat**
- označíme bunku, do které chceme vložit obsah a stlačíme PTM
- z kontextového menu → **Vložit**



Hromadné vložení rovnakého údaje do viacerých susediacich buniek:

- do označenej bunky vložíme údaj,
- kurzor presunieme na pravý dolný okraj bunky (na *úchytku* bunky),
- stlačíme LTM, podržíme a ťaháme po poslednú bunku, do ktorej chceme údaj vložiť.

	A	B	C	D	E	F
1						
2						
3						
4		číslo CP	Meno a Priezvisko	Miesto	úloha	
5		820	SVORADA Martin	Skalica	inštruktor	
6		821				
7		822				
8		823				
9						
10						

v pravej dolnej časti uchopíme malý štvorček a potiahneme do priestoru pod bunkou

Ak potrebujeme vložiť určitú postupnosť údajov do susediacich buniek, použijeme hromadné vloženie postupnosti – postupnosť čísel, postupnosť dátumu, postupnosť dní v týždni.

Príklad: Vytvorte pracovný výkaz na jeden mesiac

	A	B	C	D	E	F
1						
2						
3						
4		Dátum	deň	príchod do práce	odchod z práce	
5		1.10.2013	utorok			
6						
7						
8						
9						
10						

do bunky vložte dátum

vyberte bunky a potiahnite pravý dolný okraj bunky

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2							
3							
4		Dátum	deň	príchod do práce	odchod z práce		
5		1.10.2013	utorok				
6		2.10.2013	streda				
7		3.10.2013	štvrtok				
8		4.10.2013	piatok				
9		5.10.2013	sobota				
10		6.10.2013	nedeľa				
11							

do bunky vložte dátum

vytvorili ste postupnosť dní v mesiaci

Kopírovanie obsahu oblasti:

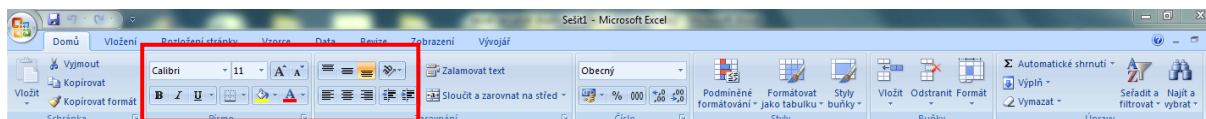
- označíme oblasť → stlačíme PTM → z kontextového menu **Kopírovať**
- kurzor presunieme na prvú bunku oblasti, do ktorej má byť nakopírovaný obsah → stlačíme PTM → kontextového menu **Vložiť**

Presun obsahu oblasti:

- označíme oblasť → stlačíme PTM → z kontextového menu **Vybrať**
- kurzor presunieme na prvú bunku oblasti, do ktorej má byť nakopírovaný obsah → stlačíme PTM → z kontextového menu **Vložiť**

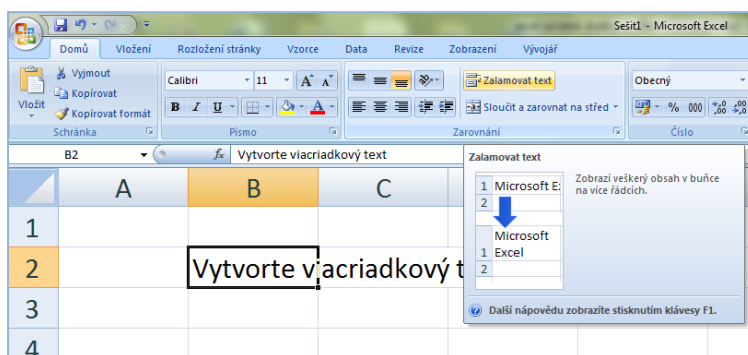
2 Panel nástrojov Domov

Tento panel zahŕňa ikony na prácu s textom, formátovanie textu – typ písma, veľkosti písma, farba písma, zarovnanie textu v bunke, orámovanie, podfarbenie. Kliknutím na ľubovoľnú bunku sa zobrazí kurzor a môžeme začať písať text.



Práca s textom – viacriadkový text v bunke:

- klikneme na bunku v ktorej je umiestnený dlhý text,
- stlačíme súčasne klávesnicu **ALT+ENTER**,
- alebo zo základnej ponuky vyberieme *zalamovať text*.



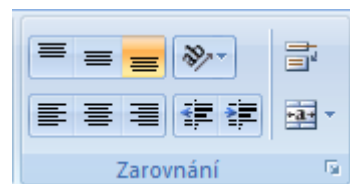
Ako vytvoríme dolný a horný index?

- vyberieme text, ktorý má byť napísaný ako dolný index,
- stlačíme PTM,
- v zobrazenej ponuke vyberieme *formát buniek*,
- zobrazí sa dialógový panel, v ktorom zaškrtneme ponuku dolný (alebo horný) index.

13		
14		$\sin \alpha$
15		H_2SO_4
16		

Zarovnanie textu a zlúčenie buniek:

- pomocou nástrojov **zarovnanie** môžeme text centrovať v bunke na horný okraj, stred, dolný okraj bunky, ďalej na ľavý okraj, stred a pravý okraj bunky.
- ak potrebujeme spojiť dve alebo viac buniek do jednej – použijeme príkaz *zlúčiť bunky*.

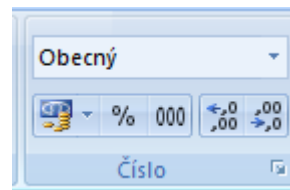


C	D	E
Barbora	Barbora	Barbora

2.1 Základná práca s bunkou – formátovanie bunky

Formátovanie umožňuje vytvoriť vzhľad tabuľky, jej orámovanie, vyfarbenie. Možno na to využiť automatické formátovanie alebo pomocou využitia formátov buniek tabuľky. Príkaz na formátovanie:

HM → **Domov** vyberieme oblasť na prácu s bunkou → **Číslo**, klikneme na malú **šípku vpravo dole** a zobrazí sa panel **Formátovanie buniek**.

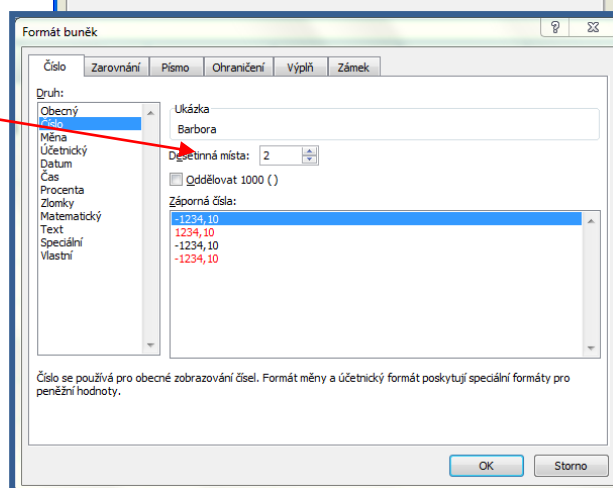
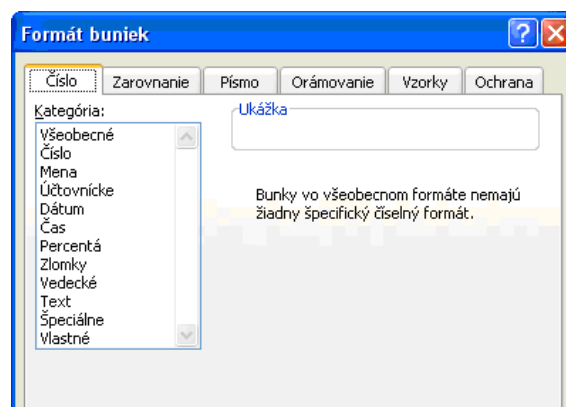
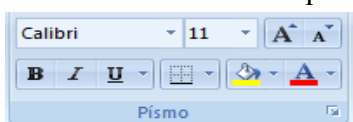


Z roletového menu môžeme určiť, čo chceme formátovať (bunky, riadky, stĺpce, list, zošit). V programe EXCEL má každá bunka svoje *jedinečné* vlastnosti, ktoré jej mi môžeme priradiť, tzv. *formátovanie bunky*. Vyberieme si bunku alebo viac buniek, ktorým chceme priradiť určité vlastnosti → stlačíme **PTM**, z ponuky vyberieme → **Formát buniek** → v dialógovom paneli si v jednotlivých “záložkách” nastavíme vlastnosti bunky.

Záložka Číslo

Všeobecné bunky v tomto formáte nemajú žiadny extra formát, t. j., ak do bunky napíšeme nejaký údaj, zarovná sa text doľava a číslo doprava. Takto sa dá ľahko identifikovať, či je obsahom bunky číslo, alebo text, a tým odhaliť príčinu, prečo sa niečo nedá vypočítať.

Číslo sa používa na všeobecné zobrazovanie čísiel. *Desatinné miesta* – sem zadávame počet miest za desatinnou čiarkou, ktoré sa majú zobraziť. *Oddelovač tisícok* () – ak chceme číslo rozdeliť po troch čísliciach. *Záporné čísla* – tu si zvolíme, ako sa budú zobrazovať záporné čísla v bunke.



Príklad:

Vyberte bunku – alebo viac buniek a priradte im formát čísla tak, aby zobrazené číslo malo oddelené tisícky a za desatinnou čiarkou malo vždy dve čísla.

Mena sa používa na zobrazenie symbolu meny pri číslach. *Symbol* → vyberieme si symbol meny, ktorá sa má pri čísle zobrazit' napríklad Sk, €, atď.

Účtovnícke zarovnáva symboly meny a desatinné čiarky v stĺpci.

Dátum zobrazuje čísla vo formáte dátumu.

Čas zobrazuje čísla vo formáte času.

Záložka Zarovnanie

V tejto časti sa mení vodorovné, resp. zvislé zarovnanie obsahu buniek.

Obsah bunky môžeme zarovnať doľava, na stred, doprava. Východiskové nastavenie vodorovného zarovnania je všeobecné.

Zmeniť ho môžeme v poli *orientácia* v dialógovom okne vpravo.

Zmenu orientácie textu dosiahnete aj pomocou ikony .

Záložka Písmo

V tejto záložke môžeme naformátovať písmo – farbu, typ, horný a dolný index. Formátovanie docielime aj pomocou ikon v záložke **HM** → **Domov**.

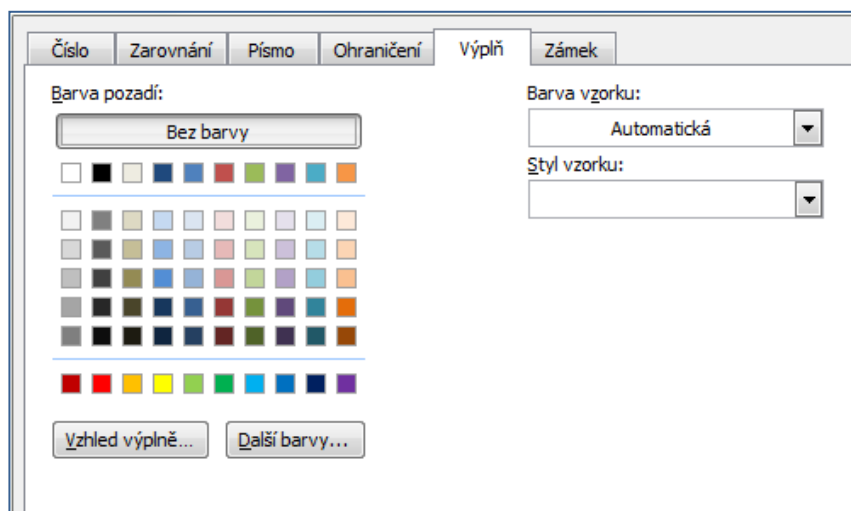
Záložka Ohraničenie

Určuje typ a hrúbku čiary na orámovanie bunky. Ak potrebujeme bunku prečiarknuť – zvolíme štýl prečiarknutia. Rovnakým spôsobom ako sme vybrali orámovanie bunky, ho aj zrušíme.

A1					dátum
	A	B	C		D
1	dátum	1.2.2014	1. február 2014		
2	číslo	10	10 000,00		
3					
4					

Záložka Výplň

Umožňuje zvolit' farbu bunky, respektíve vybraných buniek.



Príklad – zhrnutie

Vytvorte tabuľku a využite zalamovanie textu, aj formátovanie bunky:

- tabuľku orámujte
- farebne vyznačte jednotlivé bunky
- v bunke dĺžka skladby – nastavte formát bunky → záložka číslo
→ vlastný h:mm:ss
- skopírujte tabuľku a jednotlivé skladby zoradíte podľa ich dĺžky

Skladba	Dĺžka skladby
Skladba 1	0:03:32
Skladba 2	0:04:16
Skladba 3	0:05:12
Skladba 4	0:01:57
Skladba 5	0:04:35
Skladba 6	0:10:01
Skladba 7	0:02:15
Skladba 8	0:04:16
Skladba 9	0:03:15
Skladba 10	0:09:00

Skladba	zoradenie podľa dĺžky skladby
Skladba 6	0:10:01
Skladba 10	0:09:00
Skladba 3	0:05:12
Skladba 5	0:04:35
Skladba 2	0:04:16
Skladba 8	0:04:16
Skladba 1	0:03:32
Skladba 9	0:03:15
Skladba 7	0:02:15
Skladba 4	0:01:57

2.2 Použitie štýlov

Podmienené formátovanie:

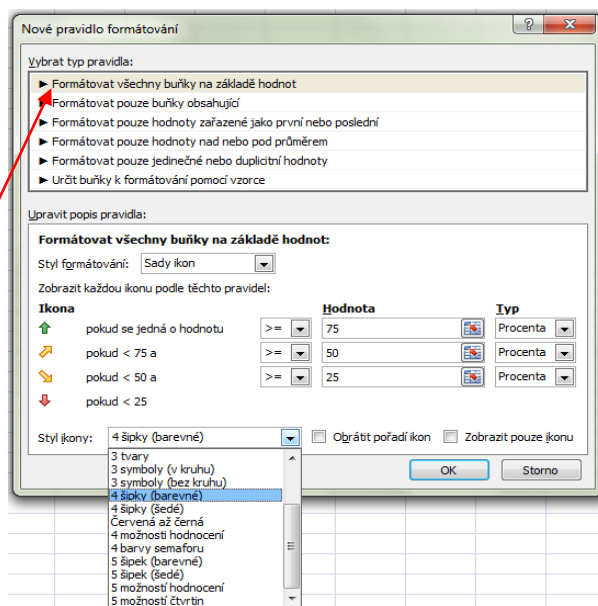
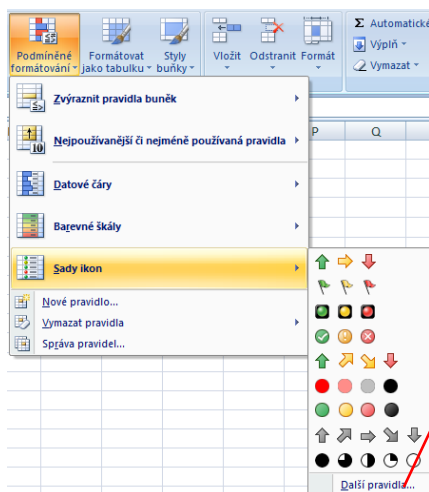
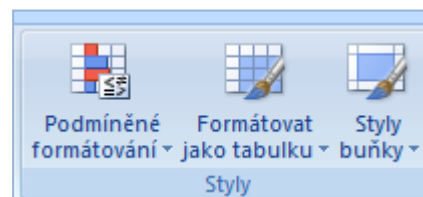
- umožňuje nastaviť formát bunky vzhľadom na jej obsah. Možno ho využiť na upozornenie, že daný obsah bunky prekročil napr. povolenú hodnotu.

Postup nastavenia:

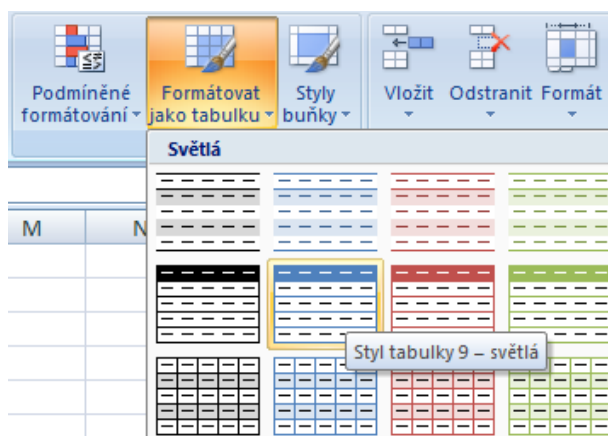
- označiť bunku → HM → **Formát** → **Podmienené formátovanie**
- postupne vyplniť údaje v pomocnom okne.

Poznámka: pri podmienenom formátovaní si môžeme nastaviť vlastné pravidlo formátovania

– pozor na nastavenie poradia ikon a nastavenie hodnoty



Automatický formát – ponúka niekoľko možných preddefinovaných tvarov tabuliek

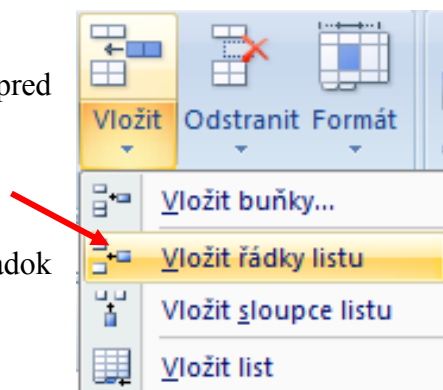


2.3 Vkládanie, odstránenie a formát riadkov a stĺpcov

Vloženie nového stĺpca/riadku: označiť riadok/stĺpec pred ktorý chceme vložiť nový

HM → *Vložit' – Riadok / Stĺpec*

Program EXEL automaticky rozpozná, či má vložiť riadok alebo stĺpec.

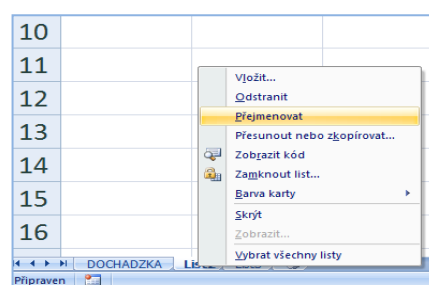


Vloženie listu:

- kurzor na uško aktívneho listu → **PTM** → z kontextového menu *Vložit' → List*

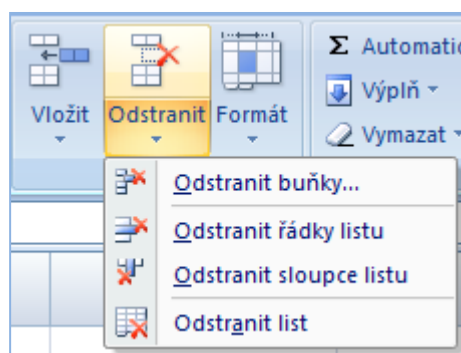
Premenovanie listu:

- kurzor na uško aktívneho listu → **PTM** →
→ *Premenovať* (prepíšeme starý názov listu).



Odstránenie riadku/stĺpca:

- **označíme** riadok/stĺpec, ktorý chceme odstrániť →
PTM → *Vymazať*



Presun nového listu do požadovaného poradia:

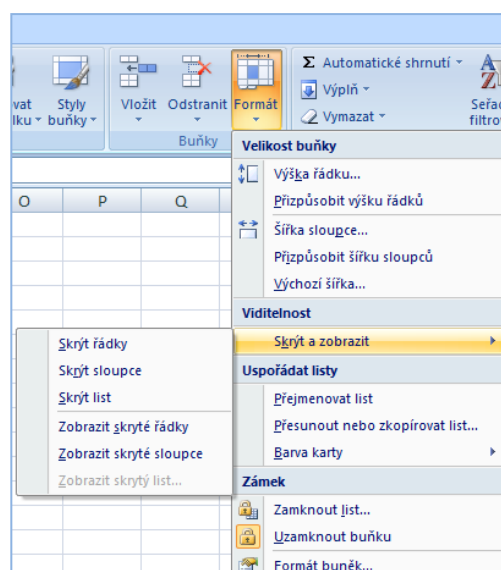
- označíme list, ktorý chceme presunúť na iné miesto
→ **PTM** → *Presunúť alebo kopírovať*
- v ponúknutej tabuľke označíme miesto, kde chceme daný list presunúť.

Formát riadku:

- umožňuje meniť výšku riadku, jeho skrytie/zobrazenie.

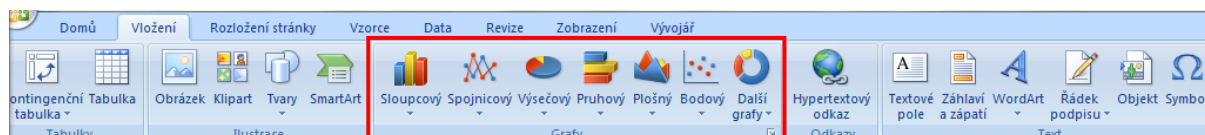
Formát stĺpca:

- umožňuje meniť šírku stĺpca, jeho skrytie/zobrazenie.



3 Panel nástrojov *Vložit'*

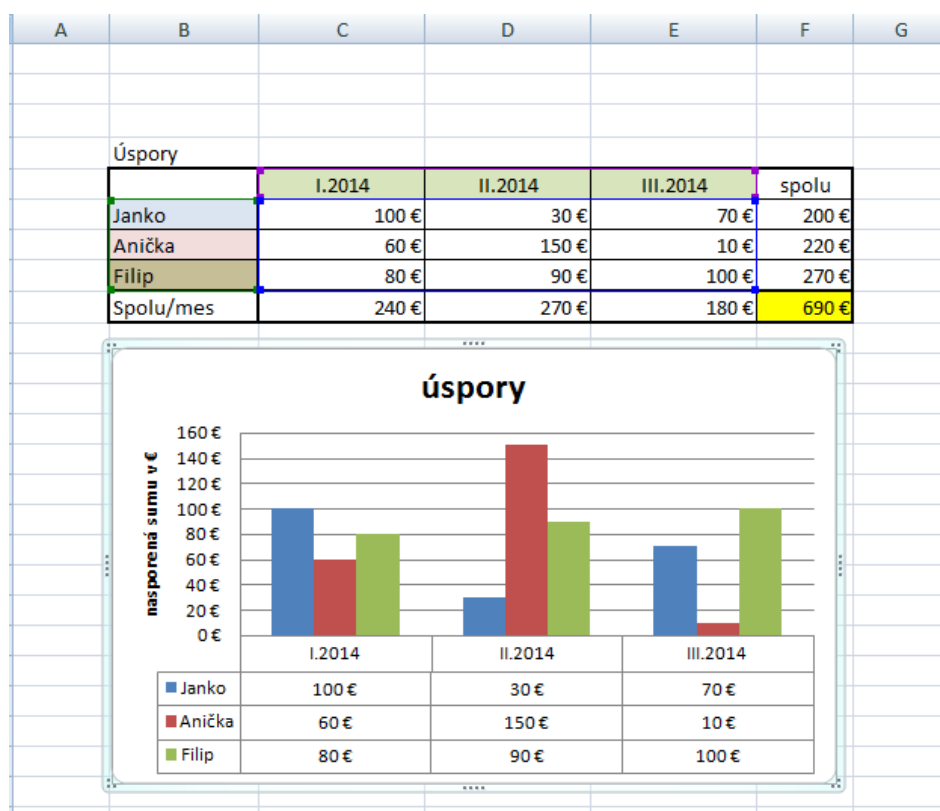
V programe EXCEL je tvorba grafu veľmi jednoduchá. Vytvára sa pomocou **Sprievodcu grafom**, ktorého ikonku nájdeme v skupine príkazov **Vložit'**, v časti s názvom **Grafy**, kde si priamo môžeme vybrať typ grafu.



K dispozícii sú tie najpoužívanejšie, v prípade potreby je k dispozícii opäť malá šípka v rámci tejto časti, pomocou ktorej si zobrazíme ďalšie možnosti.

3.1 Vytvorenie a úprava grafu

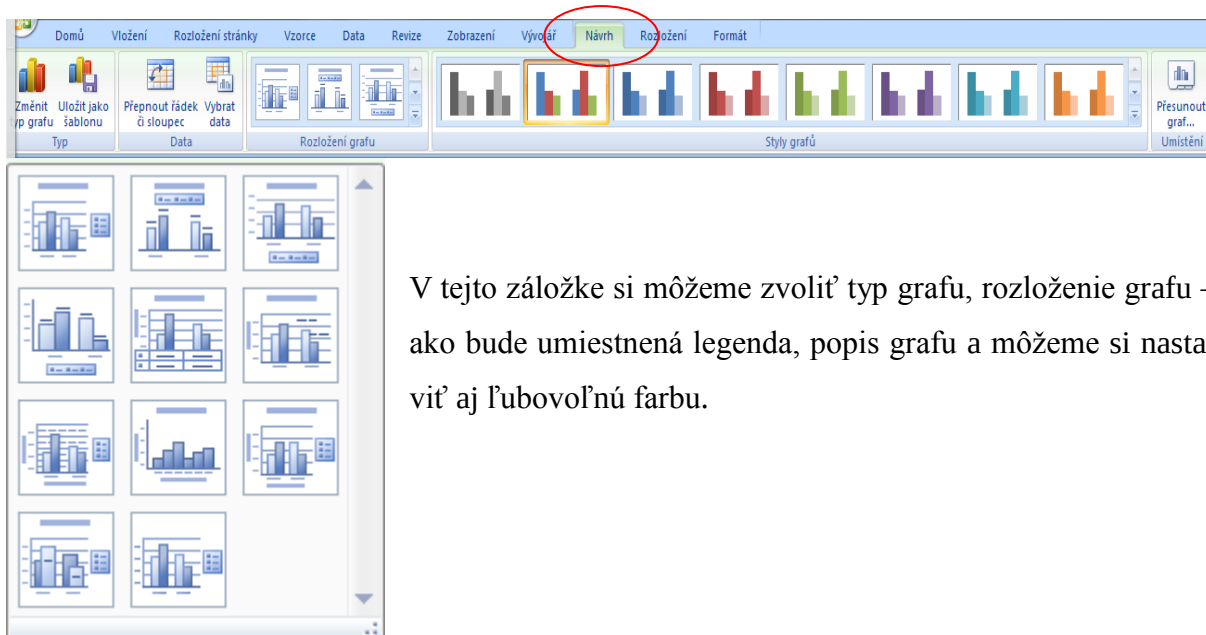
Príklad: vytvorte tabuľku úspor, použite formátovanie a vytvorte z jednotlivých hodnôt graf, doplňte názov grafu, legendu a hodnoty tabuľky (vyberte oblasť → v záložke vložit' → graf → typ grafu.)



Po vytvorení grafu sa ukáže grafická podoba tabuľky – nemusí to byť konečná podoba. Graf má niekoľko častí, ktoré môžeme formátovať, t.j. meniť ich vzhľad. Na tieto časti sa dá kliknúť a okolo nich sa vytvorí rámik, alebo aktívne body. Je to **plocha grafu**, **názov grafu**, **legenda**, **os kategórií**, **os hodnôt**, **zobrazovaná oblasť** a **radý údajov**.

Celé si to môžeme jednoducho predstaviť ako na sebe poukladané časti: dole je plocha grafu, na nej je zobrazovaná oblasť a na nej sú rady údajov.

Návrh grafu

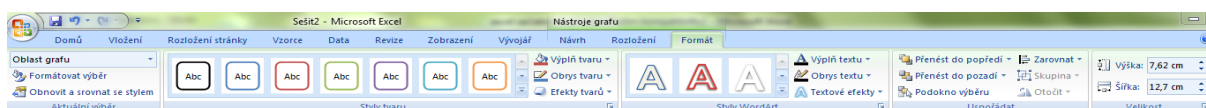


V tejto záložke si môžeme zvoliť typ grafu, rozloženie grafu – ako bude umiestnená legenda, popis grafu a môžeme si nastaviť aj ľubovoľnú farbu.

Rozloženie grafu



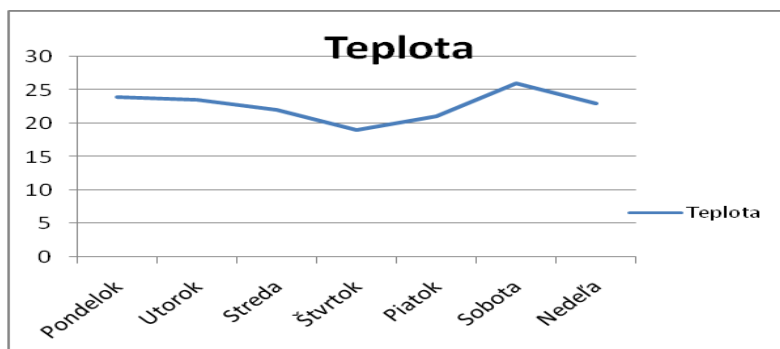
Formát grafu



Príklad –zhrnutie

Vytvorte tabuľku nameraných teplôt a vytvorte spojnicový graf, pomenujte ho **teplota**, v záložke → Rozloženie grafu vyskúšajte jednotlivé možnosti zobrazenia

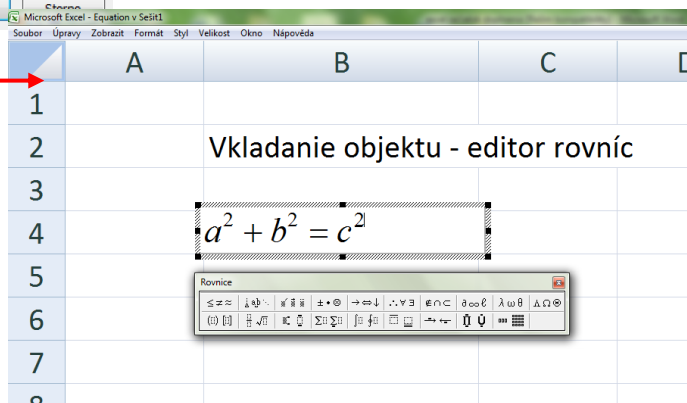
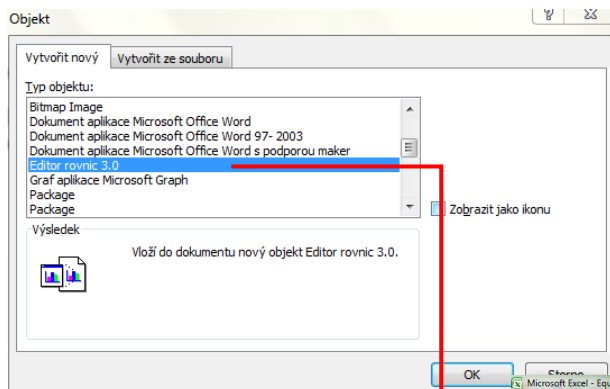
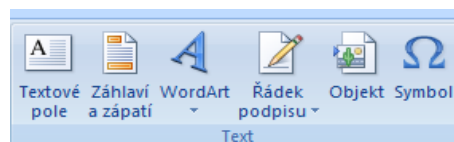
Deň	Teplota
Pondelok	24,5
Utorok	23,5
Streda	22
Štvrtok	19
Piatok	21
Sobota	26
Nedeľa	23



3.2 Vkládanie Objektu, Symbolu

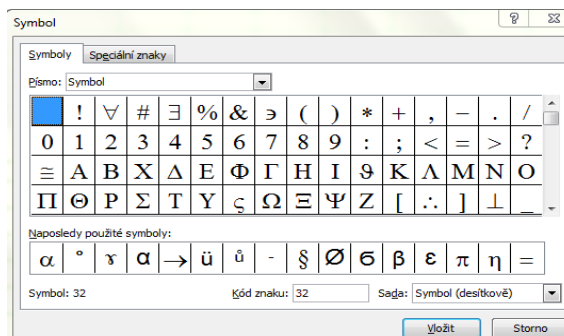
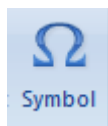
HM → Vložit' → Objekt → Editor rovníc

- pomocou editora zapíšeme ľubovoľný vzorec



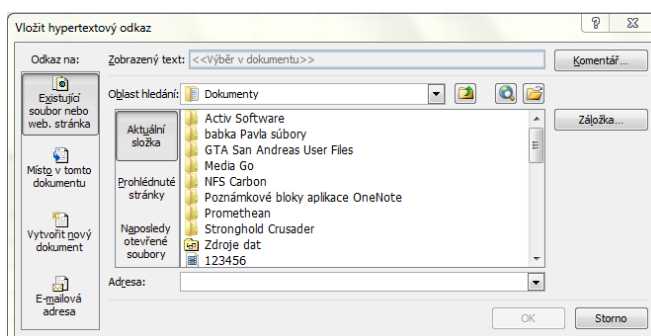
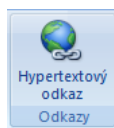
HM → Vložit' → Symbol

- v dialógovom okne vyberieme symbol
- potvrdíme stlačením *Vložit'*



Vytvorenie hypertextového odkazu:

- klikneme na zobrazenú ikonu,
- z dialógového okna, vyberieme *Dokument* alebo *internetovú adresu* a vytvoríme odkaz (prepojenie s iným dokumentom, internetom)

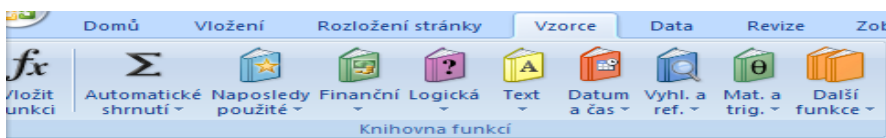


4 Panel nástrojov Vzorce

Vytvorenie jednoduchých vzorcov

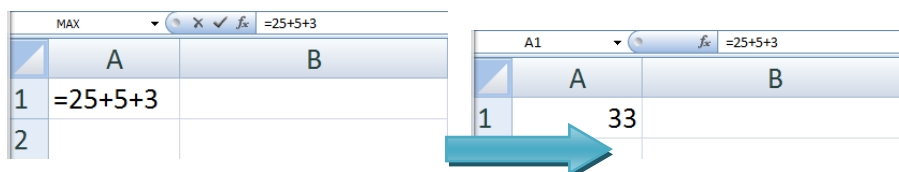
Údaje v tabuľkách môžu byť samostatné alebo závislé od iných údajoch podľa určitých vzťahov, napr. matematických – na výpočet údajov o počte žiakov školy, na súčet žiakov v jednotlivých triedach atď. možno do bunky (príkazový riadok) vložiť vzorec. V danej bunke sa bude zobrazovať vypočítaný údaj a nie vzorec! Pre matematické výpočty používa EXCEL nasledovné matematické znaky: +, -, *, / (delenie), pričom treba dodržiavať tzv. *zátvorkovú konvenciu*.

Namiesto zostavovania zložitejších vzorcov využijeme funkcie, ktoré sú zostavené do skupín podľa ich použitia, napr. matematické, logické, finančné, štatistické ...



EXCEL ako kalkulačka – umožňuje priamy výpočet. Do voľnej bunky vložíme matematický výraz na výpočet, pričom prvý znak musí byť znak = (rovná sa).

Príklad : = 25 + 5 + 3 a potvrdiť klávesom **ENTER**. V bunke sa zobrazí výsledok **33**.



V tabuľke sa spravidla nepočíta s priamymi číslami, ale s údajmi v jednotlivých bunkách. Preto sa do vzorcov neudávajú čísla, ale adresy buniek, v ktorých sa údaje nachádzajú.

Na zložitejšie vzorce a funkcie možno použiť **Sprievodcu funkciami**, ktorý aktivujeme tlačidlom **fx** v nástrojovej lište. *Sprievodca* nám umožní vybrať typ funkcie a konkrétnu funkciu alebo vzorec.

Vloženie vzorca:

Označíme bunku, do ktorej chceme vložiť vzorec → napíšeme vzorec → potvrdíme klávesom **ENTER**

Príklad

Vypočítajte $a^2 + b^2 = c^2$

	A	B
	prepona pravouhlého	
1	trojuholníka $a^2 + b^2 = c^2$	125
2	strana "a"	5
3	strana "b"	10

Príklad:

- do bunky A1 napíšte **Obvod obdĺžnika**
- do bunky A2 napíšte **strana "a"**
- do bunky A3 napíšte **strana "b"**
- do bunky B2 vložte ľubovoľnú číselnú hodnotu
- do bunky B3 vložte ľubovoľnú číselnú hodnotu
- do bunky B1 napíšte $=2*B2+2*B3$ a stlačte **ENTER**

Ak v bunke B2 a B3 zmeníte hodnoty, automaticky sa zmení aj výsledok obvodu obdĺžnika v bunke B1

	A	B
1	Obvod obdĺžnika	30
2	strana "a"	5
3	strana "b"	10

	A	B
1	Obvod obdĺžnika	$=2*B2+2*B3$
2	strana "a"	
3	strana "b"	
4		

Kopírovanie vzorca:

- **označíme bunku**, ktorej vzorec chceme kopírovať → **PTM** → **Kopírovať**
- **označíme bunku**, do ktorej vzorec chceme kopírovať → **PTM** → **Vložiť**

Kopírovanie vzorca do súvislej oblasti:

- **označíme bunku**, ktorej vzorec chceme kopírovať → **PTM** → **Kopírovať**
- **označiť oblasť buniek**, do ktorých sa má vzorec kopírovať → **PTM** → **Vložiť**

4.1 Vytvorenie viacerých tabuliek na rôznych listoch a väzby medzi nimi

Pri tvorbe tabuliek je vhodnejšie vytvoriť viacej jednoduchších tabuliek ako jednu zložitú. Každú tabuľku možno umiestniť na samostatný list, pričom dôležité údaje v jednotlivých tabuľkách môžu zostať od seba závislé.

Medzi jednotlivými údajmi možno vytvoriť **prepojenie**.

Vloženie údajov s prepojením:

- **označíme bunku**, ktorej údaj chceme vložiť do inej tabuľky → **PTM** → **Kopírovať**
- **v druhej tabuľke označíme bunku**, do ktorej chceme vložiť údaj → **PTM** → **Vložiť inak**
- v pomocnom okne → **Vložiť s prepojením**

Poznámka: ak sa zmení údaj v pôvodnej bunke, zmení sa rovnako aj údaj v druhej tabuľke.

Prepojenie možno aplikovať na jednoduchý údaj bunky (číslo), ale aj na vzorec.

Príklad - zhrnutie

Vytvorte si sledovanie dochádzky za prvý polrok

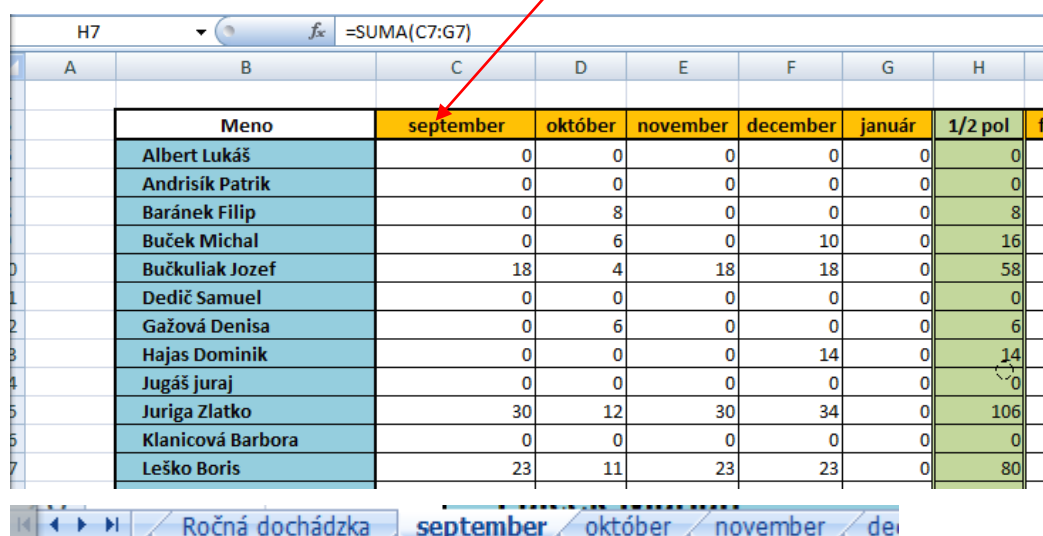
V liste *September* si vytvoríme tabuľku, ktorá bude mať údaje o dochádzke žiakov v mesiaci september počas štyroch týždňov. V stĺpci *Spolu* bude funkcia automatického súčtu.

H5			=SUMA(D5:G5)					
	A	B	C	D	E	F	G	H
2	September							
3								
4								
5								
6								
7								
8								
9								
10								

Meno	1.týždeň	2.týždeň	3.týždeň	4.týždeň	Spolu
Albert Lukáš	0	0	0	0	0
Andrisík Patrik	0	0	0	0	0
Baránek Filip	0	0	0	0	0
Buček Michal	0	0	0	0	0
Bučkuliak Jozef	0	18	0	0	18
Dedič Samuel	0	0	0	0	0

Takto pripravenú tabuľku si môžeme skopírovať do ďalších listov, ktoré si pomenujeme podľa mesiaca.

Na prvom liste bude tabuľka celkového súčtu vymeškaných hodín – *Ročná dochádzka*



		september	október	november	december	január	1/2 pol	fe
	Albert Lukáš	0	0	0	0	0	0	
	Andrisík Patrik	0	0	0	0	0	0	
	Baránek Filip	0	8	0	0	0	8	
	Buček Michal	0	6	0	10	0	16	
	Bučkuliak Jozef	18	4	18	18	0	58	
	Dedič Samuel	0	0	0	0	0	0	
	Gažová Denisa	0	6	0	0	0	6	
	Hajas Dominik	0	0	0	14	0	14	
	Jugáš Juraj	0	0	0	0	0	0	
	Juriga Zlatko	30	12	30	34	0	106	
	Klanicová Barbora	0	0	0	0	0	0	
	Leško Boris	23	11	23	23	0	80	

V bunke C6 je vložený údaj s prepojením na mesiac *september* nasledovne:

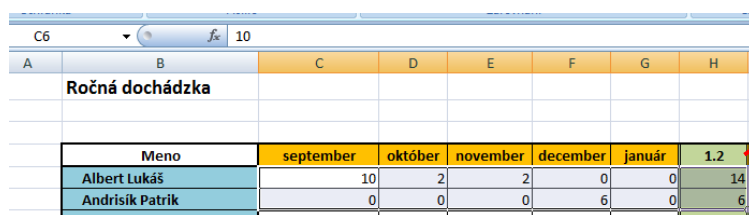
- do bunky napíšeme znamienko rovná sa =
- prejdeme do listu s názvom *September*
- klikneme na bunku so súčtom vymeškaných hodín za mesiac september – bunka sa ohraničí → stlačíme **ENTER**
- údaj sa preniesol do prvého listu *Ročná dochádzka*
- ak chceme preniesť vlastnosť bunky aj do ďalších, stačí, ak si bunku vysvietime → potiahneme za okraj vpravo – a v bunkách sa nám znázornia údaje z listu *september*

4.2 Základné automatické funkcie

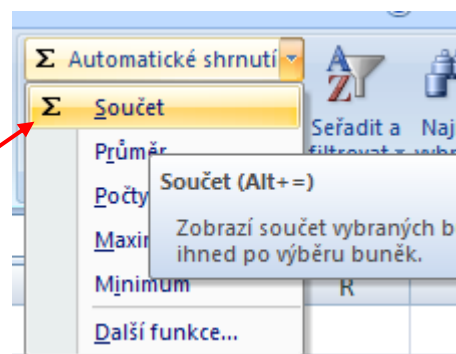
Výhodou používania automatických funkcií je najmä ich rýchlosť. Pri používaní automatických funkcií treba ako prvé zadávať do bunky znamienko = (rovná sa). Medzi základné automatické funkcie patrí **súčet**, **priemer**, **minimum**, **maximum** a **počet**, ale program EXCEL má oveľa viac funkcií (327).

Najčastejšie používanou automatickou funkciou v programe EXCEL je **automatický súčet**. **Postup** pri používaní automatických funkcií je veľmi podobný tvorbe vlastných vzorcov, ale netreba vpisovať do bunky znamienko = (rovná sa), pretože automatická funkcia si ho zadá automaticky:

- označíme si bunky ktorých obsah sa má automaticky sčítať a súčasne aj bunku, kde má byť súčet hodnôt uložený.
- klikneme na ikonu **Automatický súčet – sumy**, ktoré sa nachádza **HM** – v záložke karty **Vzorce** /alebo v **Knižnica funkcií** /



		september	október	november	december	január	1.2
Meno							
Albert Lukáš		10	2	2	0	0	14
Andrišik Patrik		0	0	0	6	0	6



- súčet jednotlivých hodnôt sa nám automaticky zobrazí v poslednej bunke.

Okrem automatického súčtu sa často používajú aj ďalšie automatické funkcie: **priemer**, **minimum**, **maximum**, **počet**. Tieto automatické funkcie sa nachádzajú pod malou šípkou, vpravo od tlačidla sumy.

Adresovanie alebo vytváranie odkazov na adresu bunky:

Adresa predstavuje bunku, alebo skupinu buniek v pracovnom hárku. Adresy určujú, z ktorej bunky, alebo buniek sa použijú hodnoty do výpočtov. Poznáme dva druhy odkazov: *Relatívny adresa* a *Absolútna adresa*.

Relatívna adresa – je odkaz na bunku, alebo rozsah buniek vo vzorci, pričom jej pozícia je relatívna, prispôsobuje sa svojej pozícii. Keď sa vzorec skopíruje, odkaz sa automaticky upraví. Formát relatívneho odkazu je **A1**. Používa sa v bežných vzorcoch.

Absolútna adresa – je to presná adresa bunky vo vzorci, pozícia bunky je *zafixovaná* (zamknutá). Pri kopírovaní vzorca výsledok je vždy spracovaný s jednou jedinou bunkou – zamknutou. Formát absolútneho odkazu je **\$A\$1**. Používa sa napríklad pri výpočtoch kurzov

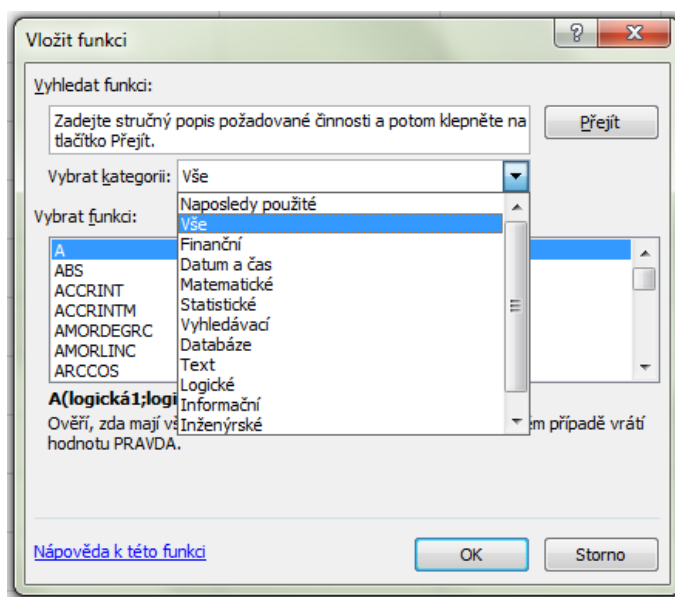
meny. Tieto druhy odkazov sa vo výpočtoch často používajú. Absolútny odkaz na bunku sa používa vtedy, ak treba viac údajov napr. vynásobiť jedným konkrétnym číslom (to sa môže často meniť, preto je vhodné použiť absolútny odkaz).

4.3 Kategórie funkcií

Program EXCEL disponuje množstvom hotových funkcií, ktoré sú zatriedené do skupín. Všetky funkcie nachádzajúce sa v programe EXCEL sú prehľadne rozdelené do kategórií.

Vloženie funkcie:

- označíme bunku, do ktorej chceme vložiť funkciu
- **HM** → **Vložiť funkciu** → **Vybrať funkciu** vyberieme požadovanú funkciu
- podľa pokynov **Sprievodca funkciami** vyplníme požadované údaje a parametre zvolenej funkcie,
- ukončíme vkladanie **stlačením OK**.



Databázové funkcie: sú funkcie, ktoré slúžia na analýzu údajov v zoznamoch a databázach. Všetky funkcie sú charakteristické tým, že sa začínajú na písmeno **D**.

Dátumové a časové funkcie: sú funkcie, ktoré spracovávajú údaje dátumu a času. Treba si pri nich uvedomiť, že každý dátum, alebo čas je v podstate číslo, ktoré má iba formát dátumu, alebo času. Preto sa v prípade dátumu a času dá napríklad sčítavať, odčítavať atď. (TODAY, YEAR,...)

Príklad

Do bunky vložte funkciu na zobrazenie aktuálneho dátumu a času
(fx =Dnes/TODAY, funkcia =Nyní)

B3			fx	=DNES()
	A	B		C
1				
2		aktiálny dátum		aktuálny čas
3		8. február 2014		11:32:30
4				

Externé funkcie: tieto funkcie sa načítajú pomocou doplnkových programov, ktorý pridáva vlastné príkazy alebo vlastné funkcie do balíka Microsoft Office

Finančné funkcie. sú funkcie na spracovanie finančných analýz. Spracovávajú úroky, amortizáciu, výnosy atď. Tieto funkcie používajú špecialisti práve na finančnú analýzu.

Informačné funkcie: slúžia na spracovanie momentálneho stavu napríklad v bunke.

Logické funkcie: tieto funkcie slúžia na spracovanie údajov na základe nejakej logickej hodnoty (AND, IF, KDYŽ...).

Vyhľadávacie a referenčné funkcie: slúžia na vyhľadávanie určitých údajov na základe nejakej inej tabuľky (lookup, vlookup).

Matematické a trigonometrické funkcie: sú to funkcie obsahujúce štandardné matematické a trigonometrické operácie (suma, absolútna hodnota,...).

Štatistické Funkcie: slúžia na spracovanie štatistických údajov z nejakej tabuľky (priemer, minimum, maximum).

Textové a údajové funkcie: spracovávajú text rôznymi spôsobmi (left, right,.....)

Poznámka: ďalší postup určenia parametrov funkcie je závislý od typu funkcie !

5 Databáza – usporiadanie a triedenie údajov, filtrovanie

Tabuľkový kalkulátor sa často používa ako databázový systém. Riadenie je proces, pri ktorom sa údaje **Databáza** usporiadajú v tabuľke podľa určitých pravidiel, napr. podľa abecedy, od najväčšieho čísla a pod. Databáza spravidla obsahuje niekoľko riadkov – desiatok riadkov. Každý riadok obsahuje informácie k určitému objektu. Tento riadok sa nazýva **záznam**. Informácie ku každému záznamu sú usporiadané v stĺpci. Každý stĺpec označujeme ako pole.

Príklad - zhrnutie

Vytvorte nasledovnú tabuľku:

priezvisko	meno	trieda	dátum narodenia	bydlisko
Machara	Mário	1.A	12.3.1997	Bratislava
Michalík	Jakub	2.B	15.2.1995	Trnava
Jackovič	Milan	3.A	4.5.1996	Trnava
Klobúčnik	Filip	1.A	10.1.1997	Trnava
Galko	Dominik	3.A	5.3.1996	Bratislava
Horáčková	Jana	1.A	24.6.1997	Bratislava

- presuňte kurzor kamkoľvek do databázy, napríklad do stĺpca „trieda“
- prejdite do **HM** → **Data** → **Zoradiť**
- zvolte v hornej časti **zoradiť podľa „trieda“**
- zvolte vzostupne a **potvrďte OK**

The screenshot shows the Microsoft Excel interface with the 'Data' tab selected. The 'Sort' dialog box is open, and the 'Sort by' dropdown is set to 'trieda'. The 'Sort order' is set to 'Ascending'. The spreadsheet below shows a table of student data with columns for last name, first name, class, date of birth, and address.

	A	B	C	D
1	Zoznam žiakov			
2				
3	priezvisko	meno	trieda	dátum narodenia
4	Horáčková	Jana	1.A	24.6.1997
5	Machara	Mário	1.A	12.3.1997
6	Michalík	Jakub	2.B	15.2.1995
7	Klobučník	Frederik	2.B	31.7.1995
8	Jackovič	Milan	3.A	5.5.1996
9	Galko	Dominik	3.A	5.3.1996

Filtrovanie údajov

Databázy bývajú pomerne rozsiahle, obťažne sa v nich dá orientovať, často je potrebné roztriediť niekoľko stoviek údajov.

Príklad: Vytvorte tabuľku s informáciami o zájazdoch

- do tabuľky vložíme jednotlivé údaje napr. krajina, termín zájazdu, cena, počet dní
- vyberieme hodnoty tabuľky **HM** → **Domov** → **Zoradiť a filtrovať** – **Filter**
- alebo prejdeme **HM** → **Data** → **Filter**
- môžeme využiť aj ponuku vlastného filtra

The screenshot shows the Excel interface with the 'Domov' ribbon selected. The 'Filtr' button in the 'Zoradiť a filtrovať' group is highlighted with a red arrow. Below the ribbon, a table titled 'Tabuľka zájazdov' is visible. The table has four columns: 'Krajina', 'termín zájazdu', 'cena na jednu osobu', and 'počet dní'. The 'cena na jednu osobu' column is filtered to show values 8 and 10. The 'termín zájazdu' column is filtered to show 'január', 'júl', 'marec', 'apríl', and 'august'. The 'Krajina' column is filtered to show 'Rusko', 'Rakúsko', and 'Andalúzia'. The 'počet dní' column is filtered to show 'Seřadit od nejmenšího k největšímu', 'Seřadit od největšího k nejmenšímu', 'Seřadit podle barvy', 'Vymazat filtr z počet dní', and 'Filtrovat podle barvy'. The 'Filtrovat podle barvy' option is selected. The 'Filtrovat podle barvy' menu is open, showing options like 'Rovná se...', 'Nerovná se...', 'Větší než...', 'Větší než nebo rovno...', 'Menší než...', 'Menší než nebo rovno...', 'Mezi...', 'Prvních 10...', 'Nad průměrem', 'Pod průměrem', and 'Vlastní filtr...'. A red arrow points from the text 'Filter' in the list above to the 'Filtr' button in the ribbon.

- V pomenovaní jednotlivých stĺpcov sa nám zobrazia možnosti filtrovania údajov. Program umožňuje nastavenie vlastného filtrovania pri zadaní vlastných podmienok

6 Tlač tabuľky

Nastavenie stránky: umožňuje nastaviť okraje, hlavičku, päť stránky,

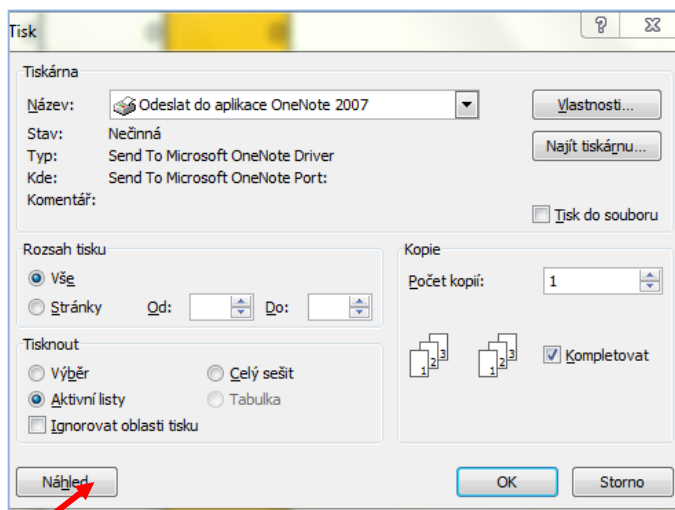
uloženie stránky na výšku alebo šírku:

HM → **Súbor** → **Vzhľad stránky**

Náhľad: umožňuje zobrazit' stránku dokumentu na obrazovke tak, ako bude vytlačená na papieri.

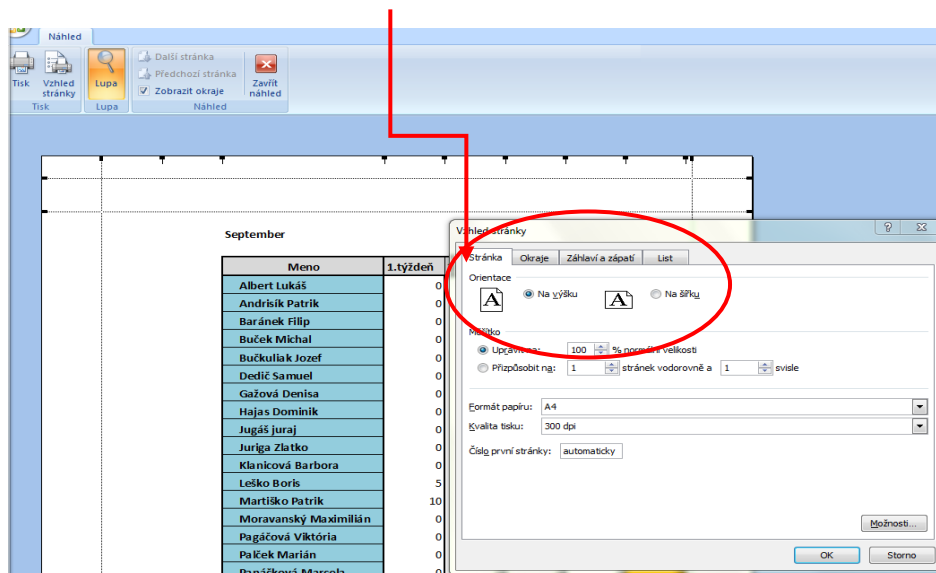
V nástrojovej lište → **Náhľad** alebo:

HM → **Súbor** – **Náhľad**



Úprava pred tlačou spočíva v úprave:

- rozmerov tabuľky vzhľadom na stránku, spôsob tlačenja – na výšku, na šírku
- úprava okrajov stránky umožňuje nastavenie presného rozmeru okraju, vycentrovanie
- úprava šírky stĺpcov a výšky riadkov umožňuje na jednu stránku papiera zobrazit' celú tabuľku, prípadne jej ucelenú časť...



Tlač tabuľky umožňuje vytlačenie stránky na pripojenej tlačiarňi.

V nástrojovej lište vybrať tlačidlo **Tlač** alebo z **HM** → **Súbor** → **Tlač**.

Možno vybrať tlač celého dokumentu, iba jedného listu alebo vybraných listov. Je možné nadefinovať poradie tlače listov, počet kópií aj farebnú alebo čierno-bielu tlač.

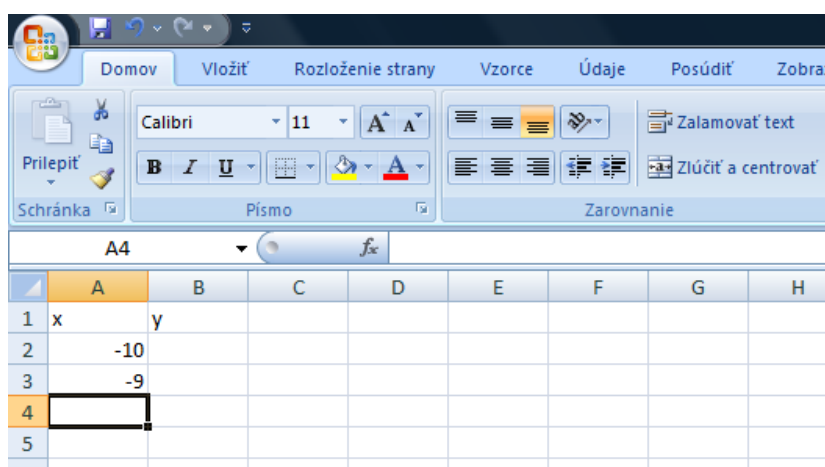
7 Grafy funkcií

Správne zostrojovanie grafov funkcií je základ názornosti pri preberaní každej funkcie a tiež nám poslúži na riešenie rovníc. Grafy budeme zostrojovať v programe EXCEL a budeme sa snažiť ich robiť ako *karteziánske* grafy.

7.1 Grafy lineárnych funkcií

Pri zostrojení grafu lineárnej funkcie vychádzame z predpokladu, že graf funkcie bude „blízko“ počiatku súradného systému. Z tohto dôvodu si najskôr zvolíme **x súradnice** grafu od hodnoty - 10 do + 10 s krokom 1.

Napríklad graf **funkcie f:**
 $y=2x+3$ zostrojíme tak, že do bunky **A1** napíšeme **x**, do bunky **B1** napíšeme **y**. Do buniek **A2**, **A3** napíšeme pod seba prvé dve čísla postupnosti -10, -9.



Vo vytvorenej tabuľke

v **stĺpci A** vygenerujeme ďalšie čísla tak, že označíme bunky **A2** až **A3** a po stlačení **LTM** ťaháme kurzor dole až sú vygenerované čísla po hodnotu 10. Potom do bunky **B2** napíšeme vzorec $2x+3$. Všetky vzorce začínajú znakom **=** a miesto **x** do neho píšeme adresu bunky, v ktorej sa hodnota **x** nachádza $=2*A2+3$. Vytvoríme tabuľku.

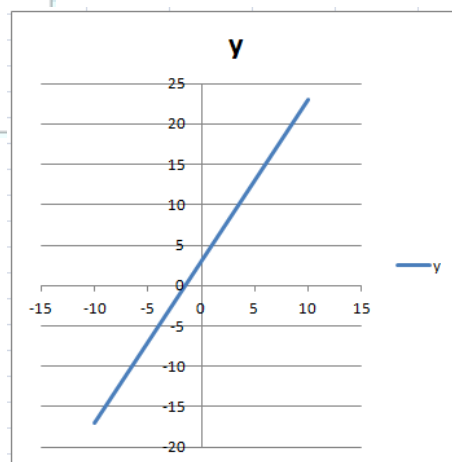
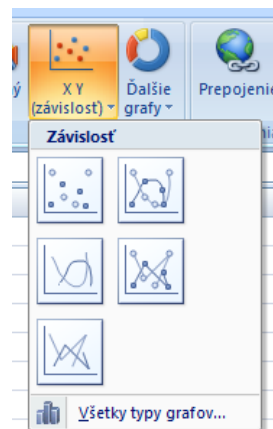
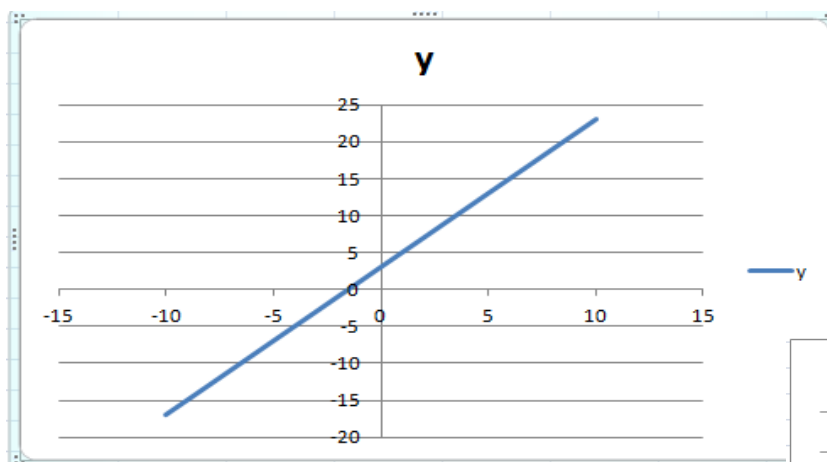
	A	B	C	D
1	x	y		
2	-10	$=2*A2+3$		
3	-9			
4	-8			
5	-7			
6	-6			

	A	B	C	D
1	x	y		
2	-10	-17		
3	-9	-15		
4	-8	-13		
5	-7	-11		
6	-6	-9		
7	-5	-7		
8	-4	-5		
9	-3	-3		
10	-2	-1		

Po potvrdení **Enter** a potiahnutí vzorca až po hodnotu 10 v **A** stĺpci dostaneme tabuľku na tvorbu grafu.

Označíme celú vytvorenú oblasť od A1 až po B22 a v **HM** → **Vložiť**, XY(závislosť) a v ňom druhý typ grafu vľavo a vytvoríme nasledujúci graf.

Je to graf **funkcie f: $y=2x+3$** . Nie je to však karteziánsky graf, pretože sú rôzne vzdialenosti na osiach pre 10 dielikov. Nastaviť to v EXCEL nejde, takže sa to dá urobiť len odhadom tak, že označíme graf a meníme jeho šírku alebo výšku ťahaním za označený roh. Môžeme dostať nasledovný graf:



7.2 Grafy kvadratických funkcií

Pri tvorbe grafu kvadratickej funkcie postupujeme podobne ako pri lineárnej funkcii. Musíme si však uvedomiť pre aké **x hodnoty** chceme graf znázorniť tak, aby sme znázornili aj vrchol paraboly.

Pri preberaní závislosti grafu od parametru „a“ v kvadratickej funkcii $f: y=ax^2+bx+c$ môžeme znázorniť do jedného obrázku paraboly s rôznymi hodnotami parametra „a“.

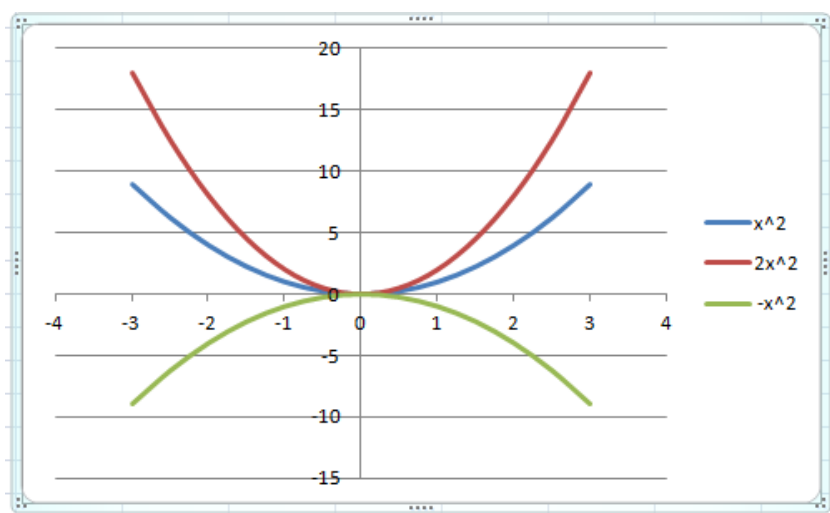
Napríklad znázorníme paraboly pre „a“ rovné 1, 2, -1. Na osi **x** zvolíme hodnoty od -3 do +3 s krokom 0,5. Do buniek B1 až D1 vpíšeme názvy funkcií x^2 , $2x^2$, $-x^2$. Do buniek B2, C2, D2 napíšeme vzorce $=A2^2$, $=2*(A2^2)$, $=-(A2^2)$ a dostaneme tabuľku.

Ak označíme bunky B2 až D2 a *potiahneme* dole, tak nám ich obsah vygeneruje tabuľku:

	A	B	C	D	E	F
1	x	x^2	$2x^2$	$-x^2$		
2	-3	9	18	-9		
3	-2,5					
4	-2					
5	-1,5					
6	-1					
7	-0,5					
8	0					
9	0,5					

	A	B	C	D
1	x	x^2	$2x^2$	$-x^2$
2	-3	9	18	-9
3	-2,5	6,25	12,5	-6,25
4	-2	4	8	-4
5	-1,5	2,25	4,5	-2,25
6	-1	1	2	-1
7	-0,5	0,25	0,5	-0,25
8	0	0	0	0
9	0,5	0,25	0,5	-0,25

Z tejto tabuľky po označení od A1 po D14 vytvoríme z **HM** → **Vložiť** → XY (závislosť) nasledujúci graf:



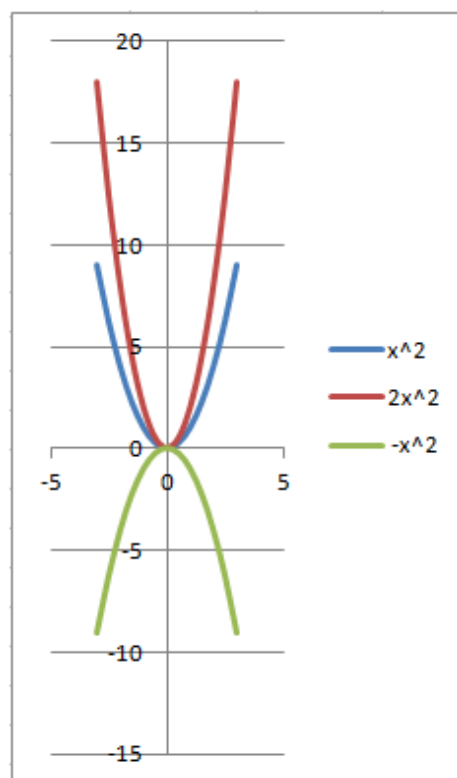
Graf ešte upravíme potiahnutím za roh tabuľky tak, aby bol karteziánsky.

V legende vpravo sú zobrazené príslušné farby k rôznym typom grafov. Žiakom môžeme ukázať vplyv parametra „a“ na tvar grafu funkcie.

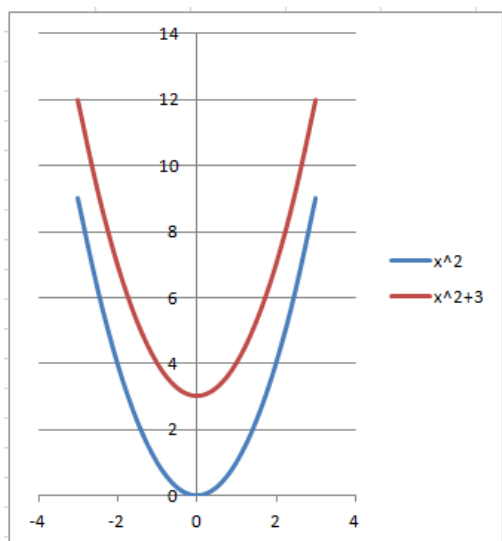
Podobne ukážeme aj vplyv parametra „c“. Znázorníme graf funkcie $y=x^2$, a $y=x^2+3$.

Do buniek A1, B1, C1 napíšeme x, x^2 , x^2+3 .

V stĺpci A vygenerujeme postupnosť -3, -2,5 až po 3 a do buniek B2, C2, napíšeme vzorce $=A2^2$, $=A2^2+3$. Vytvoríme tabuľku:



	A	B	C	D	E
1	x	x^2	x^2+3		
2	-3	9	12		
3	-2,5				
4	-2				
5	-1,5				
6	-1				
7	-0,5				



V stĺpcoch B, C potiahneme hodnoty – vygenerujeme ich až po riadok 14 a vytvoríme graf.

Po úprave dostaneme karteziánsky graf.

Parameter „c“ ovplyvňuje tvar grafu funkcie.

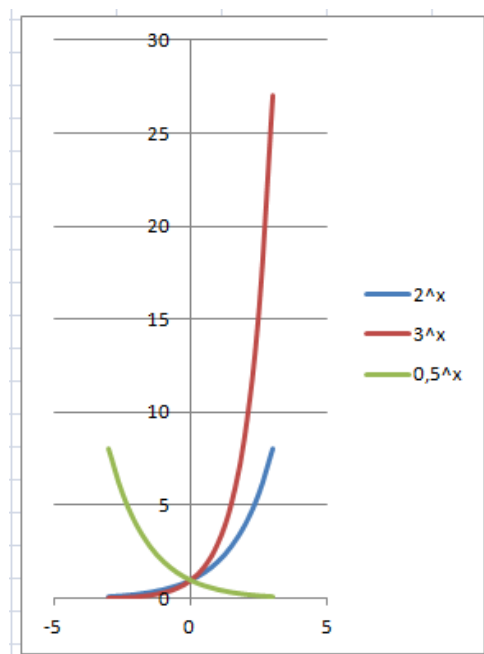
Žiaci si sami môžu meniť parametre kvadratickej funkcie a zisťovať ich vplyv na tvar grafu.

7.3 Grafy exponenciálnych a logaritmických funkcií

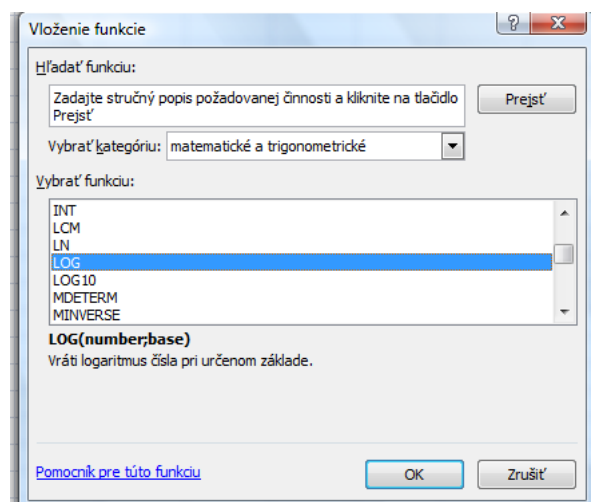
Pri konštrukcii grafu exponenciálnej funkcie musíme dbať na vhodný rozsah hodnôt na **osi x**. Ak nám budú vychádzať veľké hodnoty na **osi y**, tak bude graf ťažko čitateľný. Ak chceme pri exponenciálnej funkcii $f: y=a^x$ ukázať vplyv parametra „a“ na tvar grafu funkcie, tak znázorníme funkcie $y=2^x$, $y=3^x$, $y=0,5^x$. Najskôr vygenerujeme v stĺpci A hodnoty na **osi x** v rozsahu od -3 do +3 s krokom 0,5. Do buniek B1, C1, D1 napíšeme 2^x , 3^x , $0,5^x$ a pod. Tieto výrazy napíšeme ako vzorce $=2^{A2}$, $=3^{A2}$, $=0,5^{A2}$. Vznikne tabuľka

	A	B	C	D	E	F
1	x	2^x	3^x	$0,5^x$		
2	-3	0,125	0,037037	8		
3	-2,5					
4	-2					
5	-1,5					
6	-1					

Po vygenerovaní hodnôt v B,C,D stĺpcoch až po riadok 14 a úprave grafu na karteziánsky sa vytvorí takýto graf:

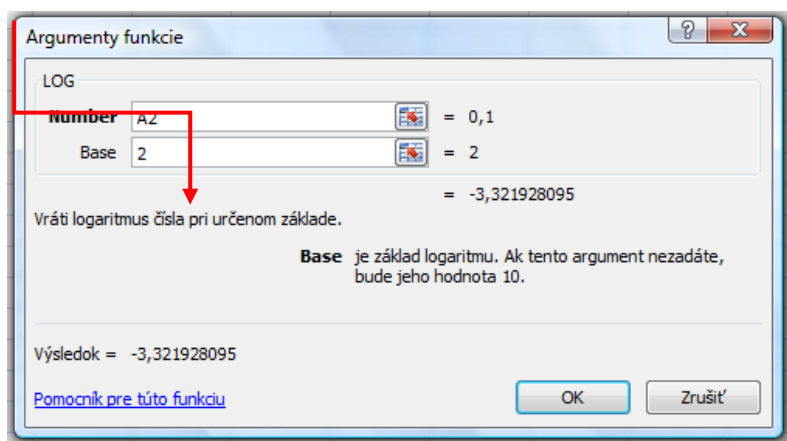


Na grafe vidíme vplyv parametru „a“ vo funkcii $f: y=a^x$. V pravej časti je legenda vysvetľujúca, o ktorú funkciu v grafe ide.



Pri grafoch logaritmických funkcií si musíme uvedomiť okrem definičného oboru R^+ aj skutočnosť, že v intervale $(0,1)$ chceme mať z tabuľky viacero bodov grafu a preto v tomto intervale dávame jemnejšie delenie, napríklad 0,1. Takže prvý stĺpec bude mať hodnoty od 0,1 po 3 s krokom 0,1. V bunkách B1, C1, D1 napíšeme $\log_2 x$, $\log_{0,5} x$, $\log_3 x$. Pod tieto výrazy vygenerujeme vzorce tak, že napíšeme $=$ a prostredníctvom f_x nad stĺpcom D vyberieme kategóriu *matematické* a v nej funkciu *log* v nasledujúcej tabuľke.

Po potvrdení **OK** sa objaví ďalšia tabuľka, v ktorej ako **Number** napíšeme A2 a **Base** zvolíme číslo 2.

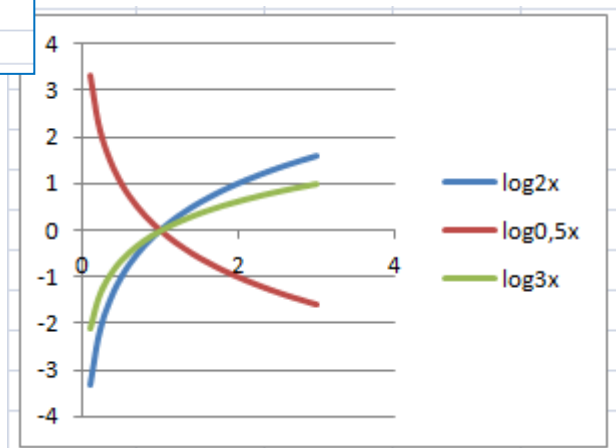


Po potvrdení OK podobne vygenerujeme vzorce aj v bunkách C2 a D2 so základom 0,5 a 3. Vznikne tabuľka:

	A	B	C	D	E	F
1	x	$\log_2 x$	$\log_{0,5} x$	$\log_3 x$		
2	0,1	-3,32193	3,321928	-2,0959		
3	0,2	-2,32193	2,321928	-1,46497		
4	0,3	-1,73697	1,736966	-1,0959		
5	0,4	-1,32193	1,321928	-0,83404		
6	0,5	-1	1	-0,63093		
7	0,6	-0,73697	0,736966	-0,46497		
8	0,7	-0,51457	0,514573	-0,32466		

Z tejto tabuľky vytvoríme graf.

Z grafu vidno vplyv základu logaritmickkej funkcie na tvar grafu.

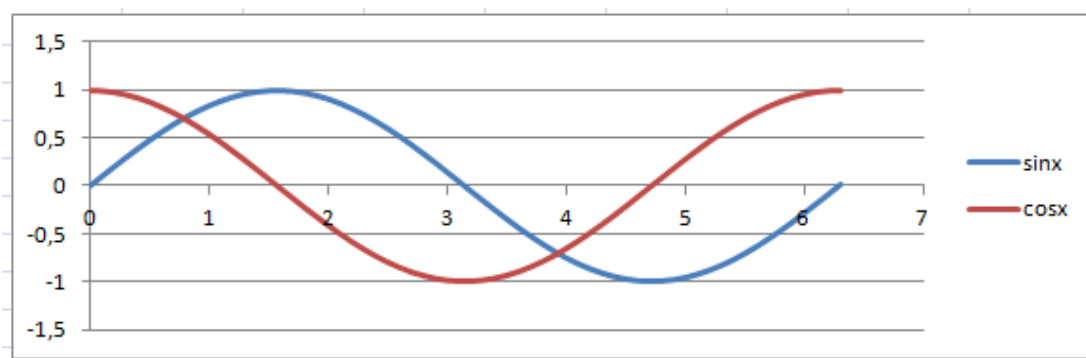


7.4 Grafy goniometrických funkcií

Pri znázorňovaní grafov goniometrických funkcií volíme hodnoty na **osi x** z intervalu $<0, 2\pi>$. Preto do bunky A2 napíšeme 0, pod ňu hodnotu 0,1 a vygenerujeme postupnosť až po hodnotu 6,3 t. j. približne 2π . Ak chceme znázorniť grafy funkcií $y=\sin x$ a $y=\cos x$, tak do buniek B1 a C1 napíšeme $\sin x$, $\cos x$ a do buniek pod nimi vzorce $=\sin(A2)$, $=\cos(A2)$. Po vygenerovaní hodnôt v stĺpcoch B, C dostaneme tabuľku.

	A	B	C	D	E
1	x	$\sin x$	$\cos x$		
2	0	0	1		
3	0,1	0,099833	0,995004		
4	0,2	0,198669	0,980067		
5	0,3	0,29552	0,955336		
6	0,4	0,389418	0,921061		
7	0,5	0,479426	0,877583		
8	0,6	0,564642	0,825336		
9	0,7	0,644218	0,764842		
10	0,8	0,717356	0,696707		

Z nej vytvoríme graf a jeho rozmery upravíme tak, aby vznikol karteziánsky graf:

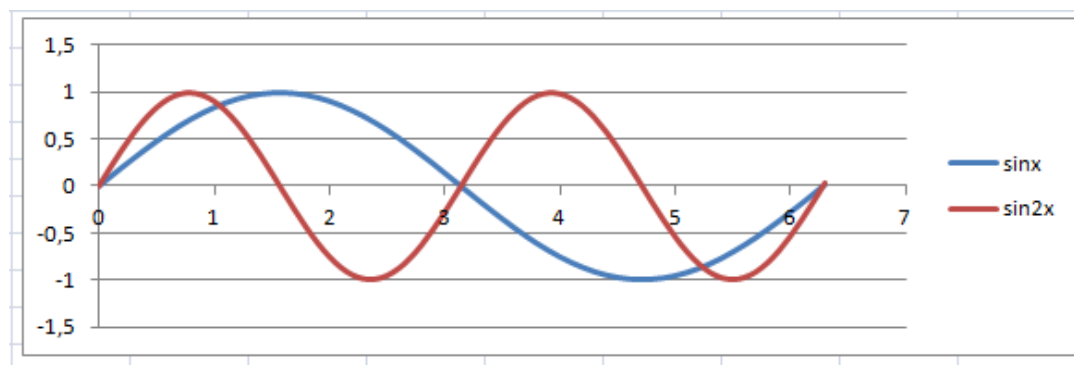


Ak chceme ukázať vplyv ľubovoľného parametra na tvar grafu funkcie $f: y=a.\sin(b.x+c)+d$ tak znázorníme vždy graf základnej funkcie $y=\sin x$ a potom aj so zmeneným parametrom.

Napríklad vplyv parametra „b“ ukážeme tak, že znázorníme grafy funkcií $y=\sin x$ a $y=\sin(2x)$: do prvého stĺpca vygenerujeme hodnoty od 0 do 6,3, do buniek B1 a C1 napíšeme $\sin x$, $\sin(2x)$. Pod tieto bunky napíšeme vzorce $=\sin(A2)$, $=\sin(2*A2)$ a vygenerujeme „potiahnutím“ hodnoty v B,C stĺpcoch až po hodnotu 6,3 v A stĺpci. Vznikne nasledujúca tabuľka:

	A	B	C	D	E	F
1	x	$\sin x$	$\sin 2x$			
2	0	0	0			
3	0,1	0,099833	0,198669			
4	0,2	0,198669	0,389418			
5	0,3	0,29552	0,564642			
6	0,4	0,389418	0,717356			
7	0,5	0,479426	0,841471			
8	0,6	0,564642	0,932039			

Z nej vznikne graf, z ktorého je jasný vplyv parametra na tvar grafu funkcie.



8 Riešenie rovníc

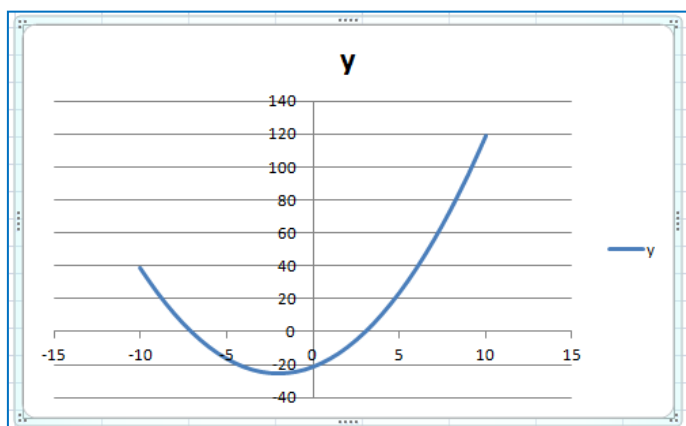
Pri určovaní počtu riešení rovníc a hľadani ich konkrétnych riešení budeme vychádzať z grafov funkcií.

8.1 Určovanie počtu riešení rovnice

Ak budeme mať rovnicu v „nulovom“ tvare, t.j. na pravej strane rovnice je nula, tak ľavú stranu rovnice môžeme chápať ako jednu funkciu a pravú stranu rovnice ako funkciu $f:y=0$, ktorej grafom je **os x**. Potom už stačí znázorniť graf funkcie z pravej strany rovnice a zistiť počet priesečníkov jej grafu s osou x. Na to musíme mať znalosti zo základných funkcií a ich priebehov. Ukážeme si to najskôr na kvadratickej rovnici $x^2+4x-21=0$. V prvom kroku zvolíme predpokladaný interval, v ktorom hľadáme riešenia $<-10, 10>$. Do bunky A1 napíšeme „x“, do bunky B1 „y“. Do prvého stĺpca vygenerujeme hodnoty od -10 do 10 s krokom 1, t. j. do bunky A2 napíšeme -10, pod to -9, označíme obidve hodnoty a *potiahneme* dole až po hodnotu 10, t. j. po bunku A22. Do bunky B2 napíšeme vzorec $=A2^2+4*A2-21$ a *potiahnutím* dole vygenerujeme postupnosť a nasledujúcu tabuľku

	A	B	C	D	E	F
1	x	y				
2	-10	39				
3	-9	24				
4	-8	11				
5	-7	0				
6	-6	-9				
7	-5	-16				
8	-4	-21				
9	-3	-24				

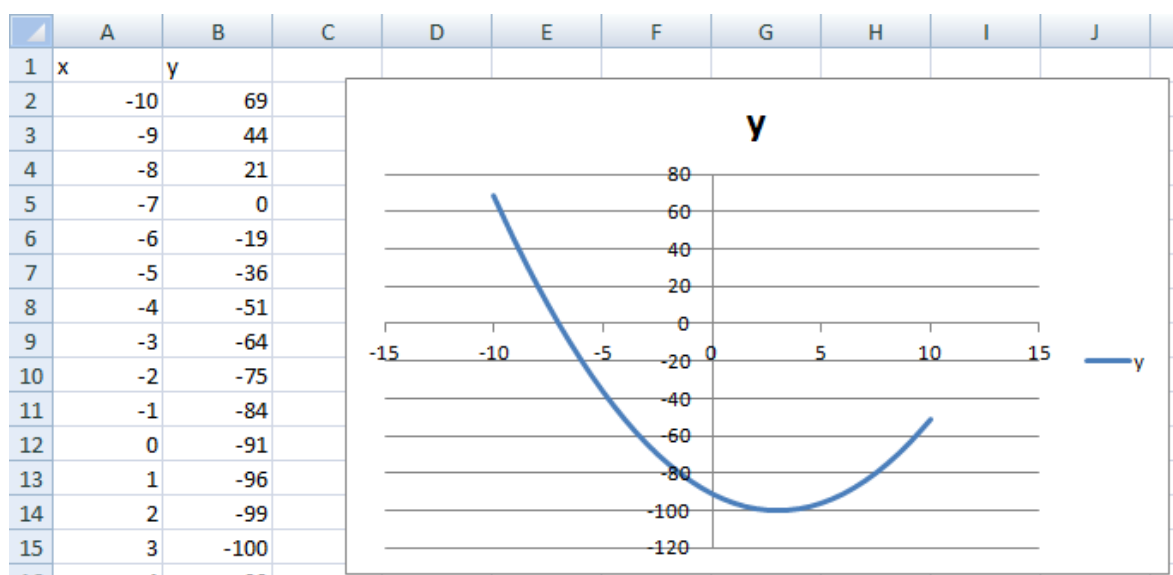
Z tejto tabuľky po označení vznikol graf, ktorý už nemusíme modifikovať na karteziánsky, lebo nás zaujíma iba počet priesečníkov s **osou x**.



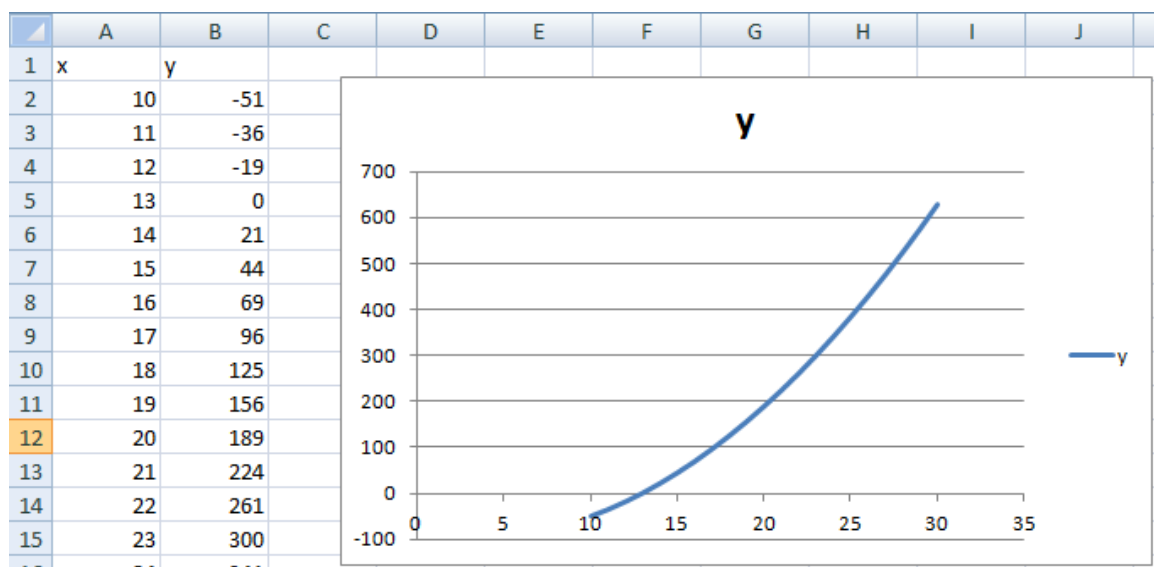
Z grafu vidíme dva priesečníky s **osou x** a vieme, že kvadratická rovnica môže mať najviac dva korene, úloha je vyriešená.

Ak by sme v intervale $<-10, 10>$ nenašli dve riešenia, tak musíme hľadať podľa tvaru grafu funkcie ďalšie riešenia.

Napríklad rovnica $x^2 - 6x - 91 = 0$. V prvom stĺpci vygenerujeme postupnosť od -10 do +10 s krokom 1, do bunky B2 napíšeme vzorec $=A2^2 - 6*A2 - 91$, potiahneme dole a vytvoríme graf. Vznikne nám nasledujúca tabuľka a graf.

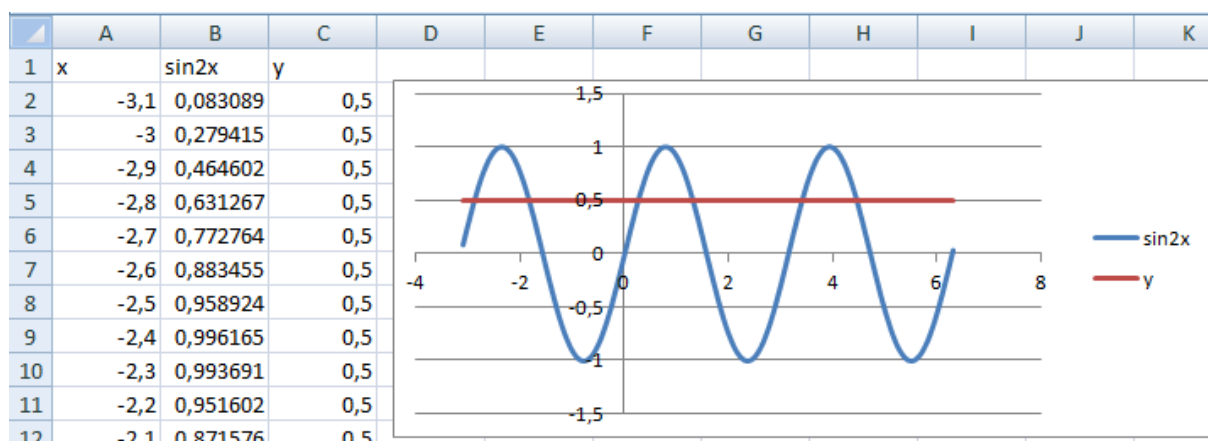


Je zrejmé, že medzi -10 a -5 je jedno riešenie a druhé za hodnotou 10. Stačí ak v „A“ stĺpci prepíšeme hodnoty od 10 do 30 a graf sa v tejto oblasti už vytvorí sám. Vznikne nasledovný graf.



Z grafu vidíme, že druhé riešenie je medzi 10 a 15.

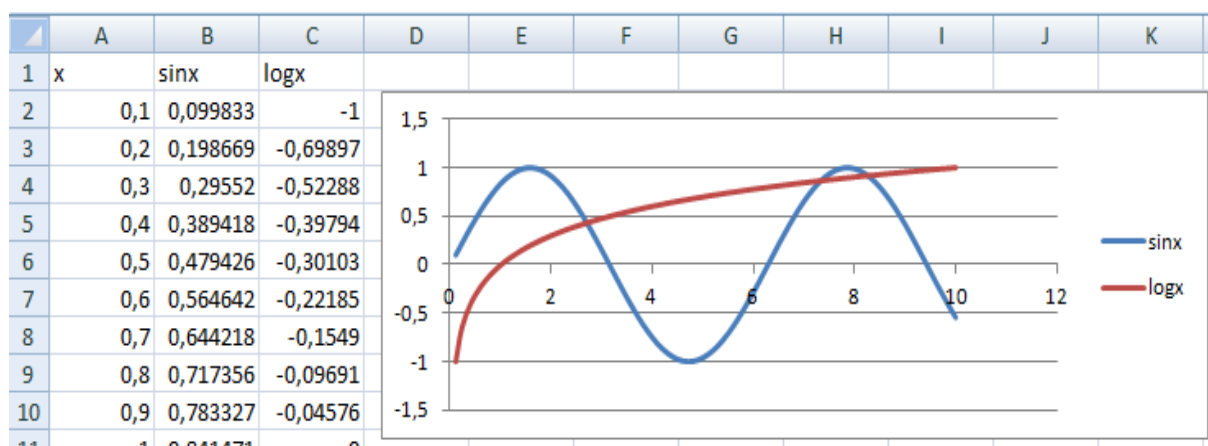
V príklade nájdeme počet riešení rovnice $\sin(2x) = 0,5$ pre x v intervale $(-\pi, 2\pi)$ tak, že si zvolíme v prvom stĺpci hodnoty od -3,2 po 6,3 s krokom 0,1. Do B1 napíšeme $\sin 2x$, do C1 „y“ a pod ne vzorce $=\sin(2*A2)$, $=0,5$ a *potiahneme* dole. Znázorníme graf.



Z grafu vidíme počet riešení rovnice ako počet priesečníkov grafov funkcií v počte 6.

To boli rovnice, kde počet riešení rovnice vieme zistiť aj klasickým výpočtom. Ak v rovniciach kombinujeme lineárne, kvadratické, exponenciálne, logaritmické a goniometrické členy rovnice, tak už stredoškolská matematika nestačí, ale počet riešení rovnice sa pomocou grafov funkcií dá nájsť.

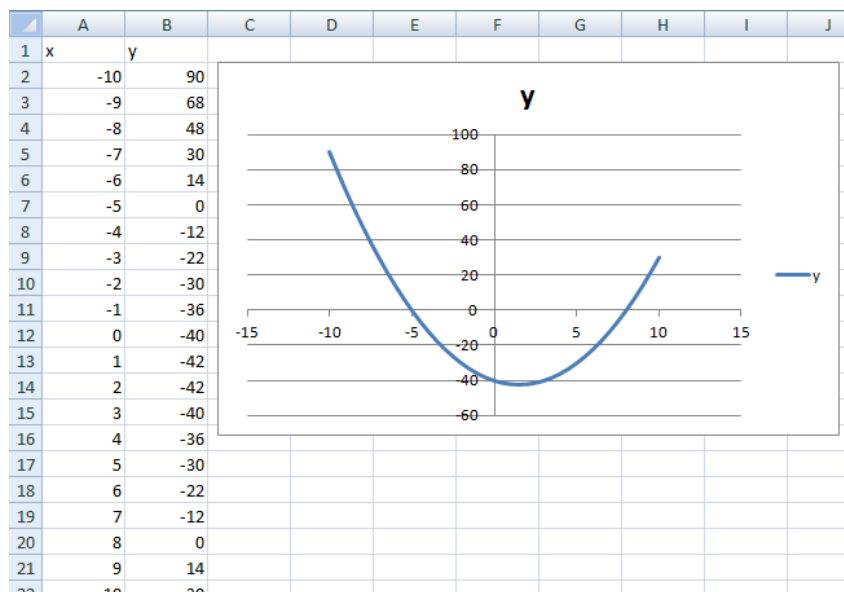
Hľadáme počet riešení rovnice $\sin x = \log x$. Tu si musíme uvedomiť, že obor hodnôt funkcie $f: y = \sin x$ je interval $\langle -1, 1 \rangle$. To znamená, že aj funkčné hodnoty funkcie $f: y = \log x$ musíme hľadať v tom istom intervale $\langle -1, 1 \rangle$. K tomu prislúchajú x súradnice z intervalu $\langle 0, 1, 10 \rangle$, ktoré vygenerujeme v prvom stĺpci. Do buniek B1 a C1 napíšeme $\sin x$, $\log x$ a pod nich napíšeme vzorce $=\sin(A2)$, $=\log(A2)$. Po ich *potiahnutí dole* až po x hodnotu 10, vytvoríme nasledujúci graf:



V grafe nájdeme 3 priesečníky a to je aj počet riešení rovnice $\sin x = \log x$.

8.2 Riešenie kvadratických rovníc

Pri riešení rovníc si najskôr upravíme rovnicu na „nulový“ tvar a znázorníme graf funkcie z ľavej strany rovnice. V prvom kroku znázorníme graf funkcie pre x hodnoty z intervalu $<-10, 10>$. Keď graf funkcie v tomto intervale pretína dvakrát os x , tak vieme, že riešenia rovnice sú z tohto intervalu. Pri riešení rovnice $x^2 - 3x - 40 = 0$ do stĺpca „A“ vložíme hodnoty od -10 do 10. Do bunky B2 napíšeme vzorec $=A2^2 - 3*A2 - 40$ a *potiahneme dolu*. Znázorníme graf funkcie :



Graf pretína os x dvakrát, rovnica má dve riešenia. Nájďme ich tak, že v „B“ stĺpci nájdeme nulu, t. j. nájdeme priesečníky s osou x . V „A“ stĺpci sú x súradnice týchto priesečníkov, t. j. aj riešenia našej rovnice sú čísla -5 a 8.

Čo v prípade, že riešením nie je celé číslo.

Riešme rovnicu $x^2 + 1,8x - 16 = 0$.

Znázornenie grafu

v intervale $<-10, 10>$

a so vzorcom

$=A2^2 + 1,8*A2 - 16$

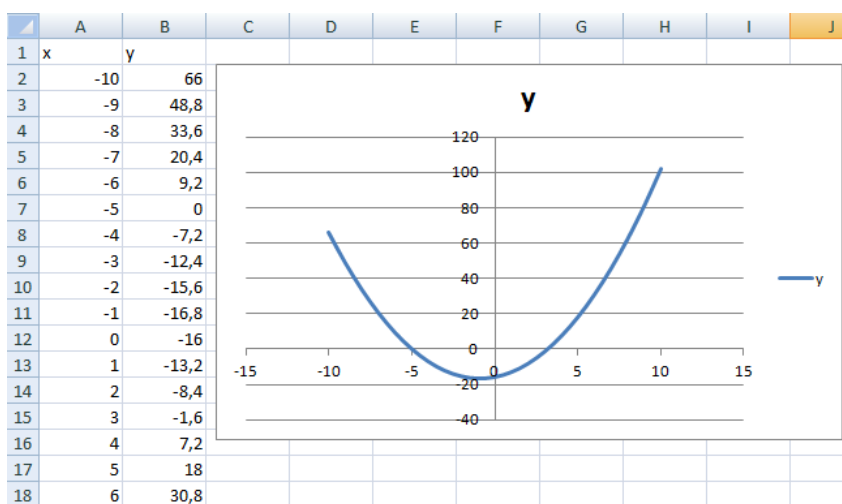
v bunke B2

V našom intervale máme

dva priesečníky s osou x ,

t. j. dve riešenia rovnice.

V „B“ stĺpci sme našli len jednu nulu pri hodnote -5.



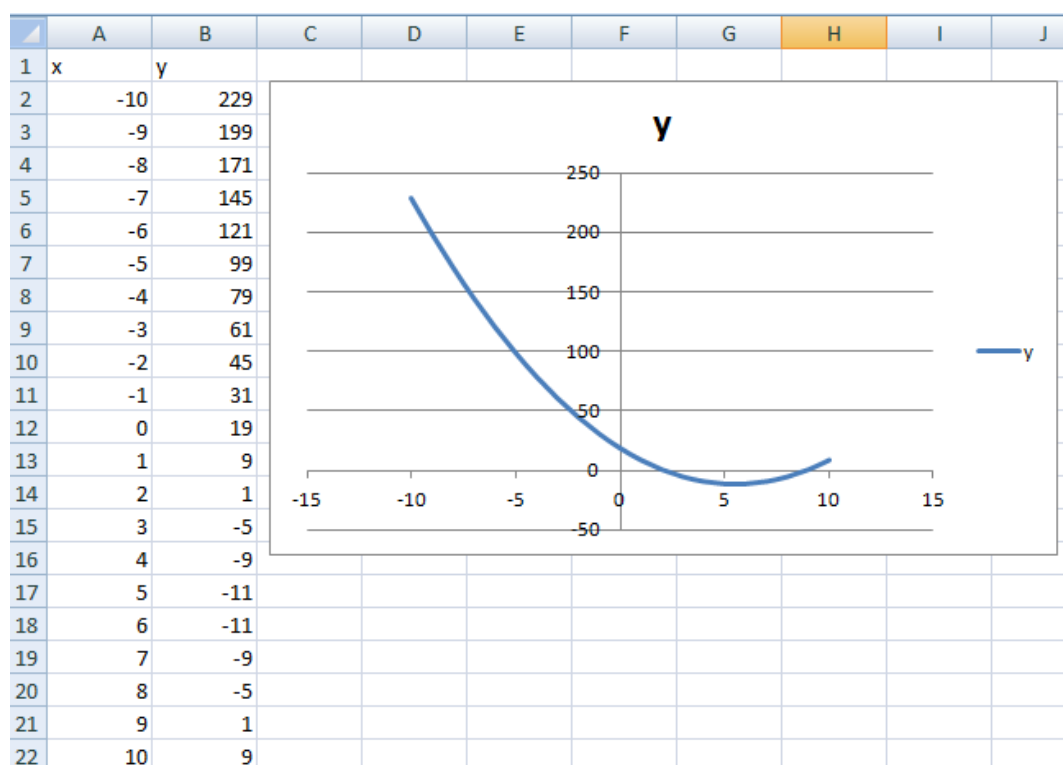
Teda prvé riešenie je -5. Druhá nula tu nie je, ale v „B“ stĺpci sa mení znamienko medzi -1,6 a 7,2. Takže riešenie je medzi číslami 3 a 4. Vygenerujeme postupnosť medzi týmito číslami s krokom 0,1 a do bunky A16 napíšeme hodnotu 3,1. Označíme bunky A15, A16 a *potiahneme* dole. Vygenerujeme postupnosť od 3 do 4 s krokom 0,1. V „B“ stĺpci sa nám hodnoty automaticky prepočítajú.

2	-8,4
3	-1,6
3,1	-0,81
3,2	0
3,3	0,83
3,4	1,68
3,5	2,55
3,6	3,44
3,7	4,35
3,8	

Vznikne tabuľka, kde už máme v „B“ stĺpci nulu a vedľa je riešenie rovnice $x=3,2$.

V prípade, že ani po prvom rozdeľovaní intervalu na 10 častí nemáme v pravom stĺpci nulu, tak opakujeme túto činnosť dovtedy, kým nedosiahneme presnosť s akou budeme spokojní.

Riešme rovnicu $x^2-11x+19=0$. Po znázornení grafu pre „x“ z intervalu $<-10, 10 >$ a pomocou vzorca $=A2^2-11*A2+19$ dostaneme nasledujúcu tabuľku a graf.



V „B“ stĺpci sme nulu nenašli, ale znamienko sa mení medzi hodnotami 2 a 3 v „A“ stĺpci. V ňom vygenerujeme postupnosť s krokom 0,1 tak, že do bunky A15 napíšeme hodnotu 2,1 označíme bunky A14, A15 *potiahneme* desať riadkov po hodnotu 3 a vytvoríme tabuľku.

V „B“ stĺpci nulu nemáme, ale znamienko sa mení medzi hodnotami 2,1 a 2,2. Tu vygenerujeme postupnosť s krokom 0,01. Vznikne tabuľka:

13	1	9
14	2	1
15	2,1	0,31
16	2,2	-0,36
17	2,3	-1,01
18	2,4	-1,64
19	2,5	-2,25
20	2,6	-2,84
21	2,7	-3,41
22	2,8	-3,96
23	2,9	-4,49
24	3	-5

15	2,1	0,31
16	2,11	0,2421
17	2,12	0,1744
18	2,13	0,1069
19	2,14	0,0396
20	2,15	-0,0275
21	2,16	-0,0944
22	2,17	-0,1611
23	2,18	-0,2276
24	2,19	-0,2939
25	2,2	-0,36

Opäť v „B“ stĺpci nemáme nulu, ale znamienko sa mení medzi hodnotami 2,14 a 2,15. Znova môžeme vygenerovať postupnosť s krokom 0,001.

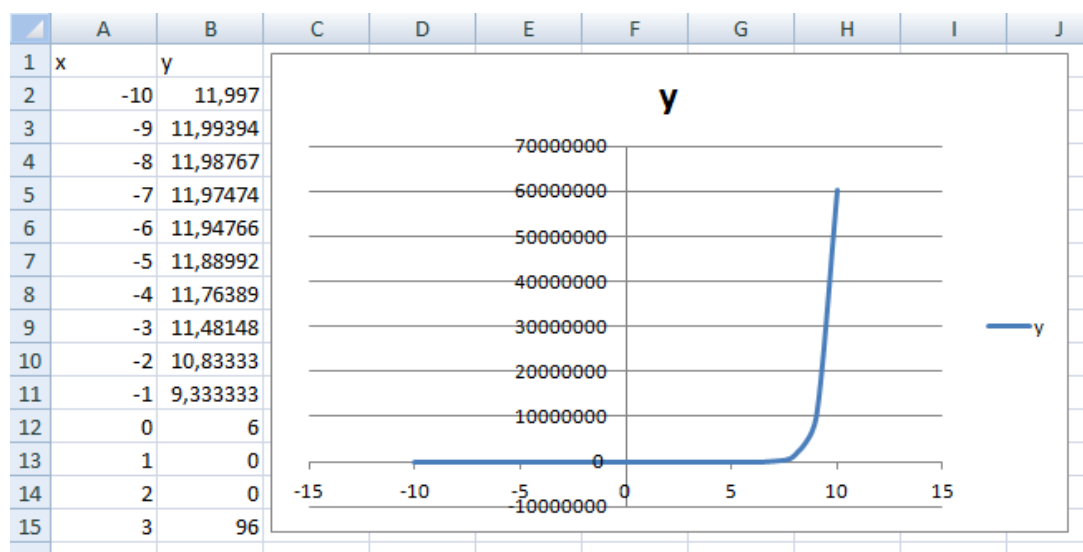
Vznikne tabuľka:

19	2,14	0,0396
20	2,141	0,032881
21	2,142	0,026164
22	2,143	0,019449
23	2,144	0,012736
24	2,145	0,006025
25	2,146	-0,00068
26	2,147	-0,00739
27	2,148	-0,0141
28	2,149	-0,0208
29	2,15	-0,0275

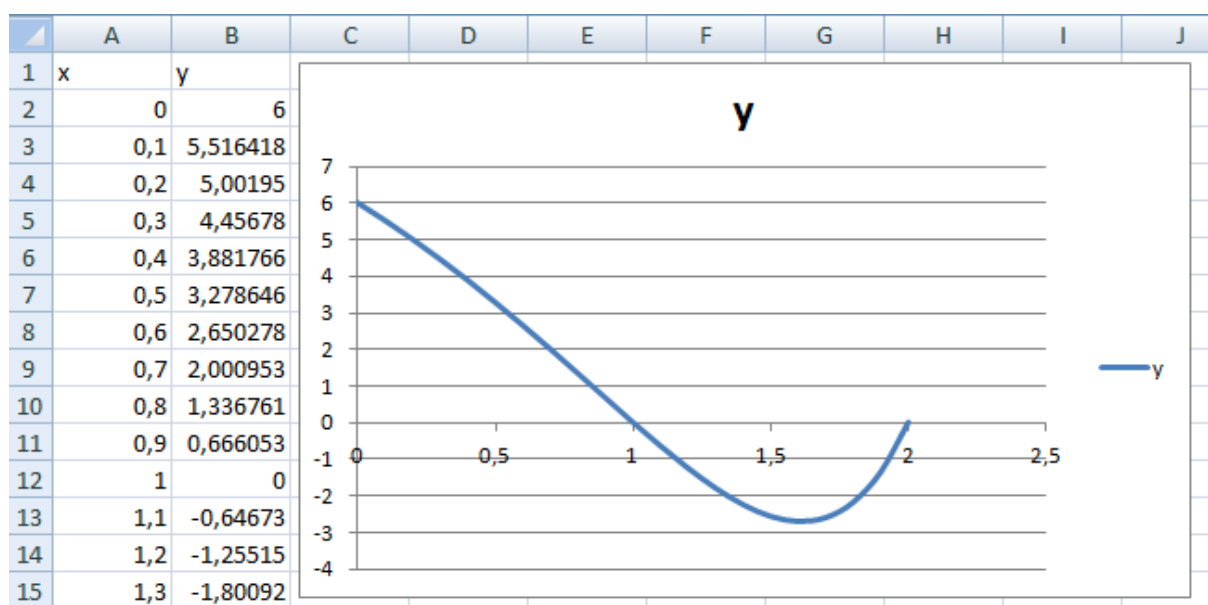
V „B“ stĺpci nemáme nulu, ale znamienko sa mení pri číslach 2,145 a 2,146. V „B“ stĺpci je číslo -0,00068 bližšie k nule ako číslo 0,006025 a preto je riešením našej rovnice $x=2,146$ s chybou -0,00068. Ak by sa nám zdala táto chyba veľká, tak ju môžeme v ďalších krokoch ešte zmenšovať.

8.3 Riešenie exponenciálnych rovníc

Pri riešení exponenciálnych rovníc sa ukazuje grafické riešenie rovníc ako rýchlejšie oproti klasickému výpočtu. Pri riešení rovnice $6^x - 4 \cdot 3^x = 3 \cdot 2^x - 12$ po prvom nakreslení grafu v intervale $<-10, 10>$, výsledkom je tabuľka:



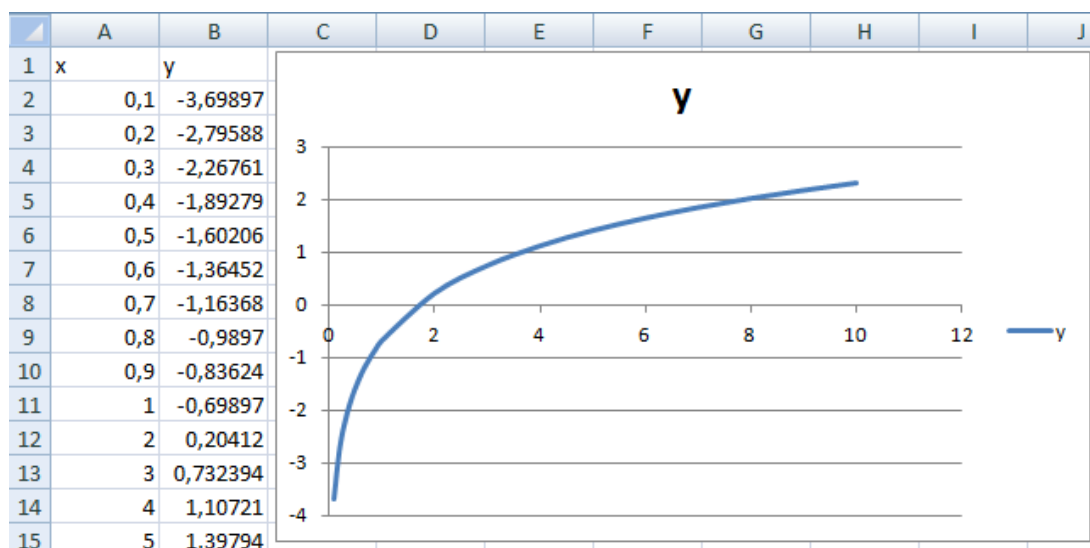
V pravom stĺpci sa nachádzajú nuly pri hodnotách 1, 2 ktoré sú riešením našej rovnice. Lepšie to uvidíme z grafu ak na osi x zvolíme hodnoty z intervalu $<0, 2>$.



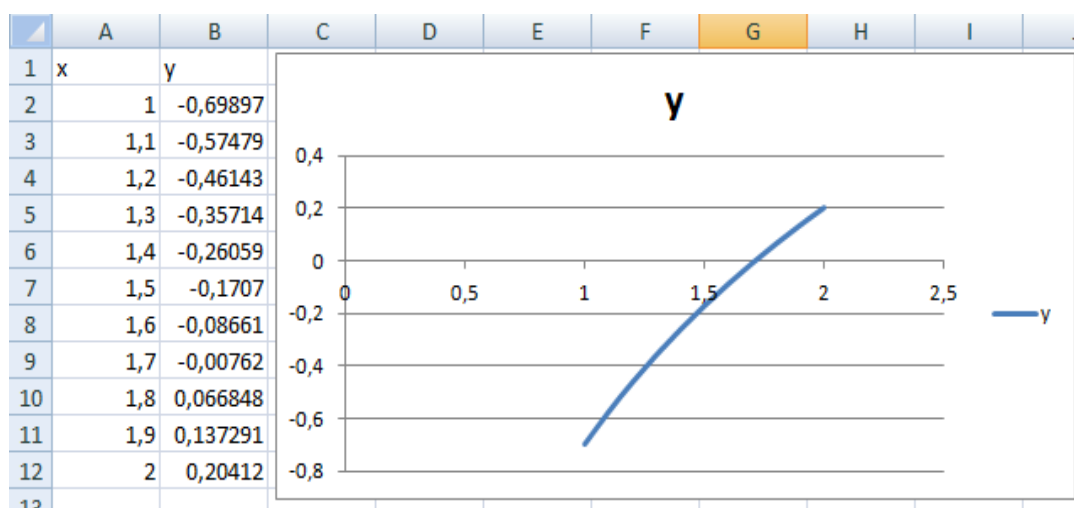
8.4 Riešenie logaritmických rovníc

Pri riešení logaritmických rovníc musíme x hodnoty dávať len z definičného oboru. Ak chceme z grafu čo najviac vyčítať, tak napríklad pre funkciu $f: y = \log x$ v intervale $(0, 1>$ zvolíme hodnoty s krokom 0,1 a v intervale $<1, 10>$ s krokom 1. Riešme rovnicu $\log x^3 = 1 - \log 2$.

Dostaneme nasledujúcu tabuľku a graf:

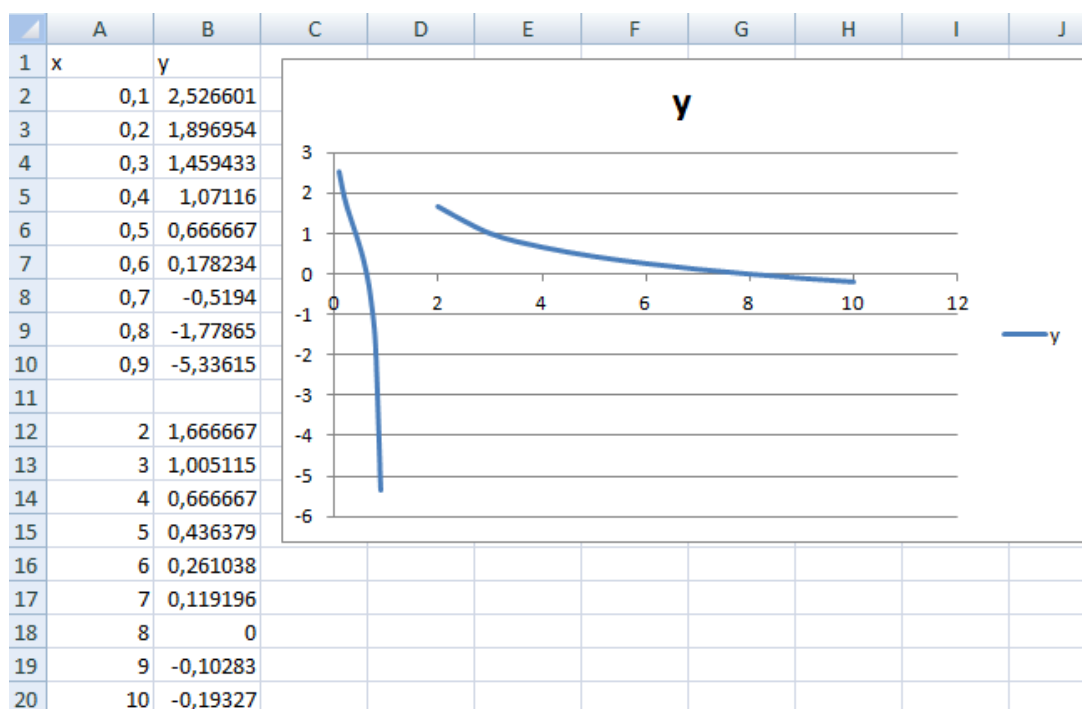


Z grafu vieme, že riešenie je z intervalu $<1, 2>$. Delením tohto intervalu na desatiny dostaneme nasledujúcu tabuľku a graf:



Z grafu zistíme, že riešenie je v intervale $\langle 1,7; 1,8 \rangle$. Keď upresníme hranice intervalu štyrikrát, dostaneme hodnotu koreňa 1,70998 s presnosťou $3 \cdot 10^{-6}$.

Pri rovniciach s neznámou v základe logaritmu musíme pre x hodnoty vylúčiť aj hodnotu 1. Urobíme to obyčajným zrušením obsahu riadku s hodnotou 1 v „A“ stĺpci. Riešme rovnicu $\log_x 2 - \log_4 x + 7/6 = 0$. Po vytvorení tabuľky a grafu dostávame

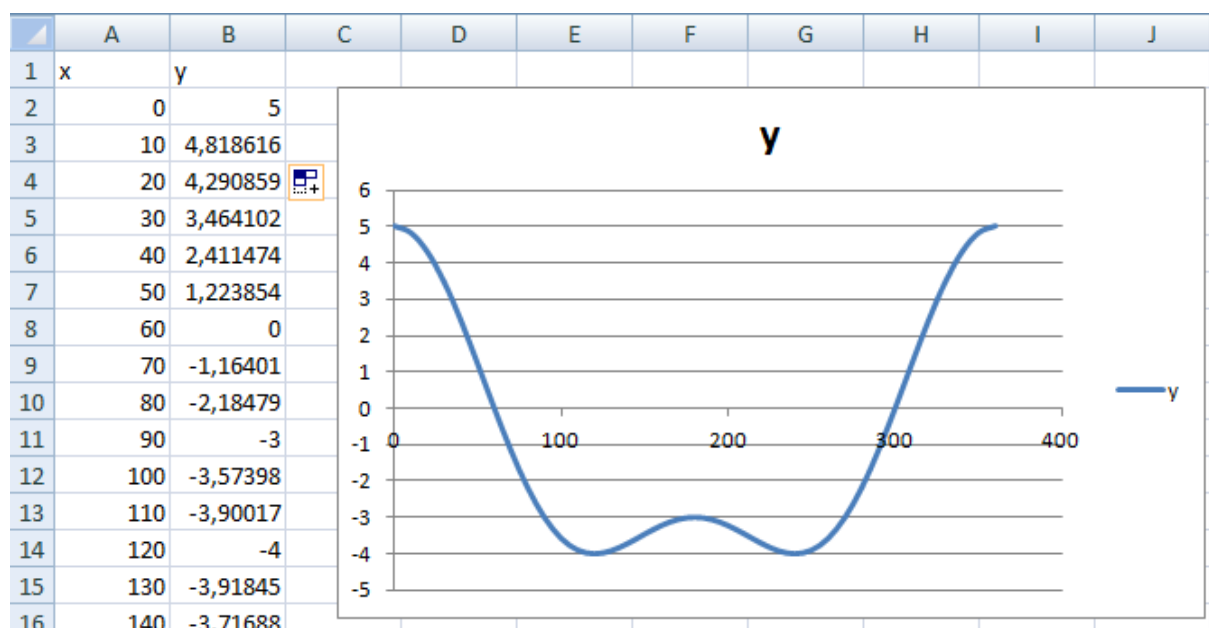


Prvé riešenie je $x_1=8$; druhé riešenie je z intervalu $\langle 0,6; 0,7 \rangle$. Presnejšiu hodnotu druhého riešenia zistíme zmenou x hodnôt tak ako v predchádzajúcom príklade. Po štvrtom spresnení hodnôt dostávame $x_2=0,62996$ s chybou $3,3 \cdot 10^{-6}$.

8.5 Riešenie goniometrických rovníc

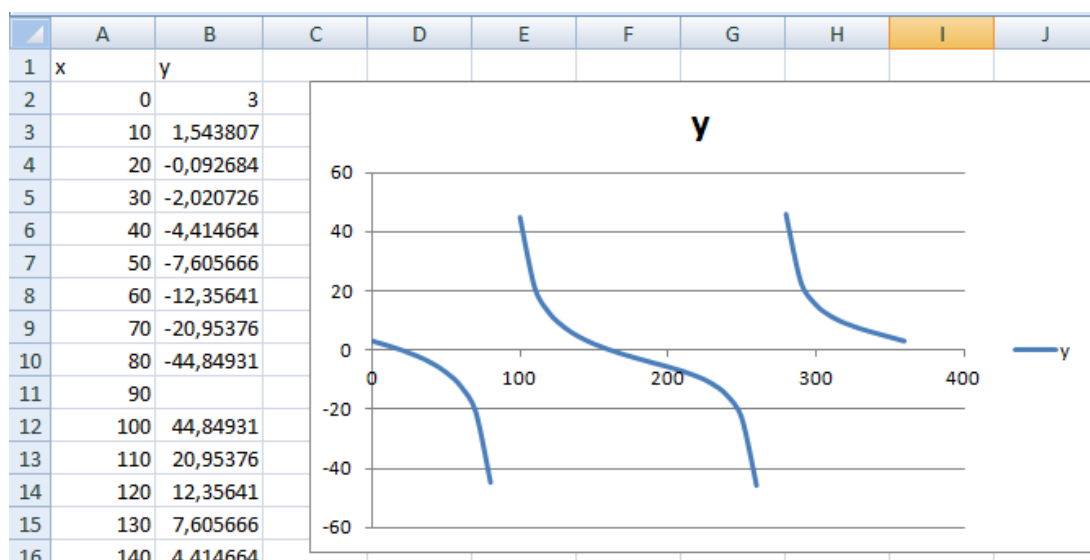
Pri riešení goniometrických rovníc vychádzame z predpokladu, že riešenie rovníc hľadáme v prvom kroku v intervale $\langle 0^\circ; 360^\circ \rangle$. Nakreslíme graf funkcie v tomto intervale a na os x zvolíme krok 10° . V druhom stĺpci pomocou funkcie *radians* premeníme stupne na radiány a nakreslíme graf funkcie.

Ak riešime rovnicu $4\cos^2 x + 4\cos x - 3 = 0$, tak do bunky B2 vložíme vzorec $=4*(\text{COS}(\text{RADIANS}(A2)))^2 + 4*\text{COS}(\text{RADIANS}(A2)) - 3$. Vznikne tabuľka a graf:



Z priebehu grafu je zrejmé, kde máme hľadať riešenia a keďže v „B“ stĺpci sa nachádza dva krát nula, tak máme hneď aj riešenia $x_1 = 60^\circ$ a $x_2 = 300^\circ$.

Riešme rovnicu $3\cos x = 8\text{tg} x$. V „A“ stĺpci si navolíme hodnoty od 0° do 360° s krokom 10° a do bunky B2 napíšeme vzorec $=3*\text{COS}(\text{RADIANS}(A2)) - 8*\text{TAN}(\text{RADIANS}(A2))$. Musíme si však uvedomiť definičný obor rovnice a riadky s hodnotami 90° a 270° musíme vymazať. Potom nám vznikne nasledujúca tabuľka a graf:



Z grafu vieme, že rovnica má v uvedenom intervale dve riešenia – prvé je medzi 10 a 20 stupňami a druhé medzi 160 a 170 stupňami. Postupnými iteráciami zistíme riešenia s presnosťou na dve desatinné čísla $x_1 = 19,47^\circ$ a $x_2 = 160,53^\circ$. Pri riešení zložitejších goniometrických rovníc písomnou formou je potrebné ovládať viacero postupov a preto ich riešenie patrí medzi náročnejšie.

Pri grafickom riešení pomocou EXCELU stačí v podstate jedna metóda na riešenie všetkých bežných goniometrických rovníc.

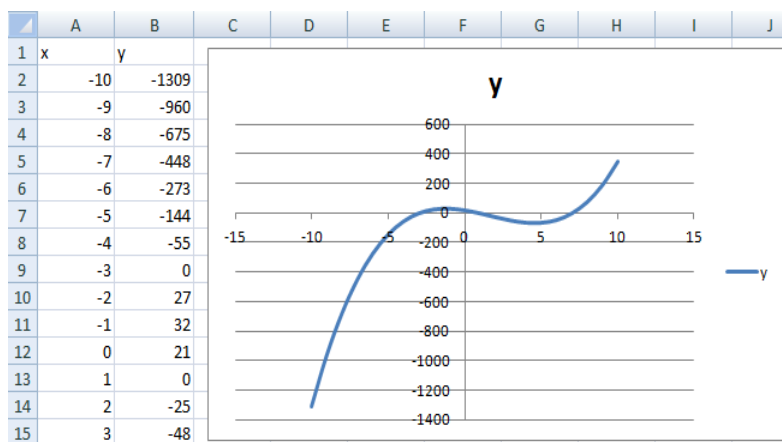
8.6 Riešenie algebraických rovníc vyšších stupňov

Pri riešení takýchto rovníc sa už so žiakmi dostávame na úroveň, ktorá je nad rámec bežného učiva strednej školy, ale žiakom zároveň dávame do rúk silný nástroj, pomocou ktorého vyriešia aj zložitejšie matematické problémy. Pred samotným riešením vysvetlíme žiakom zá-

kladné fakty, že maximálny počet reálnych riešení sa rovná rádu rovnice a minimálny počet riešení je pri párnom ráde nula riešení, ale pri nepárnom ráde je to aspoň jedno riešenie. Riešme rovnicu

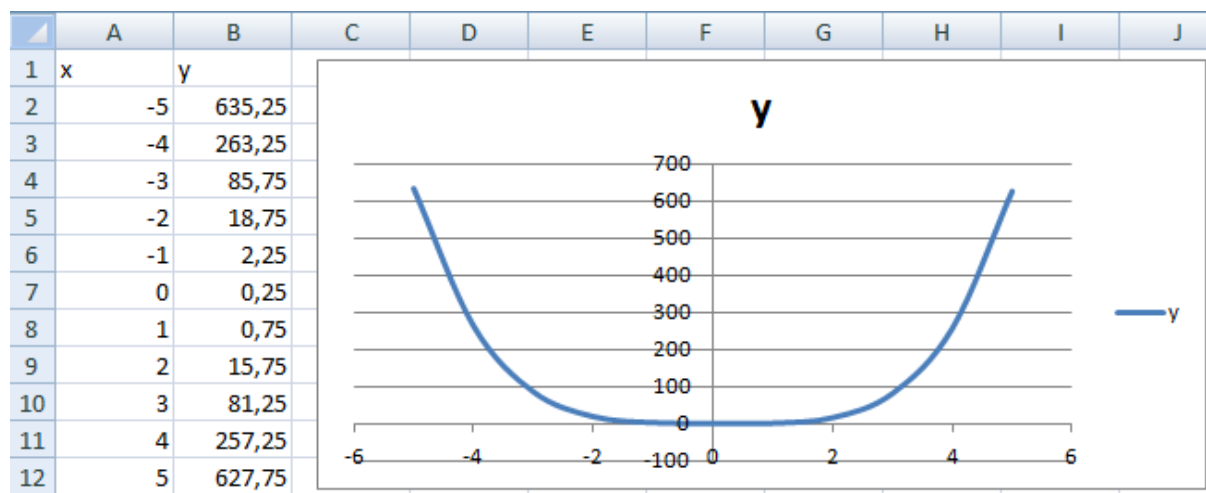
$x^3 - 5x^2 - 17x + 21 = 0$. Pri zvolení x hodnôt od -10 do 10 dostá-

vame nasledujúci graf

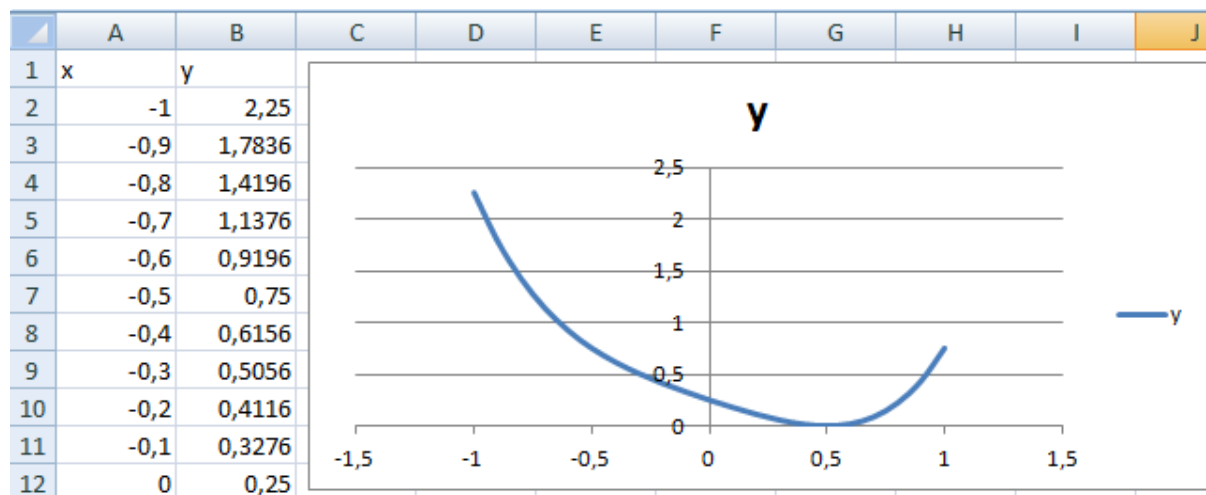


Priamo z tabuľky môžeme nájsť v „B“ stĺpci trikrát nulu a vedľa nej riešenia $x_1=-3$, $x_2=1$, $x_3=7$. Našli sme tri riešenia a podľa teórie ich viac ani nemôže byť, úloha je vyriešená.

Ak nenájdeme maximálne možný počet riešení rovnice, tak musíme byť z tvaru grafu funkcie presvedčení, že úloha nemá viac riešení. Riešme rovnicu $x^4+0,25x^2-0,75x+0,25=0$. Vytvorí sa tabuľka a grafu:



Z tabuľky ani z grafu nie je jasné, či má rovnica riešenie. Po spresnení hodnôt pre x hodnoty je tabuľka s grafom:



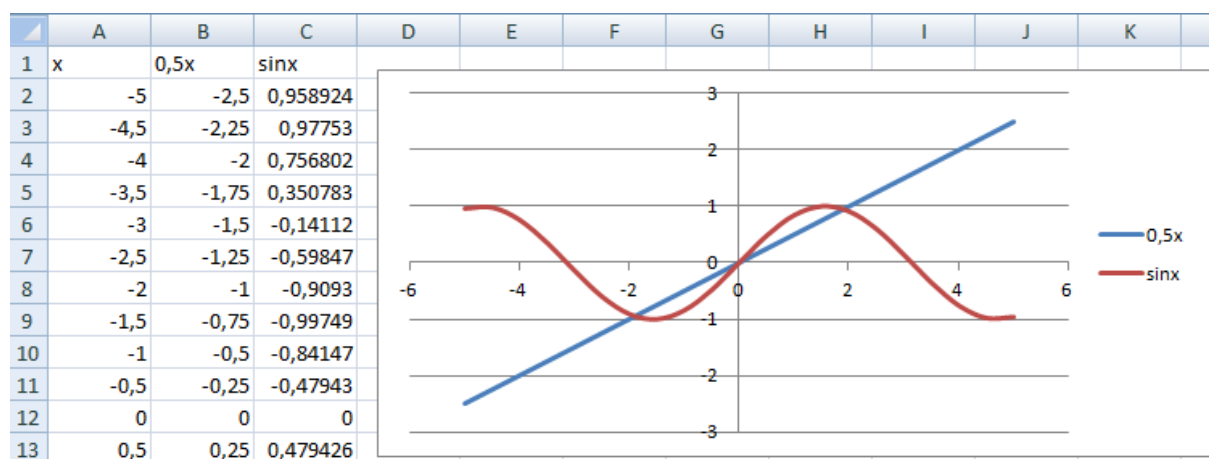
Z tohto grafu už vidíme, že koreňom rovnice je číslo 0,5.

Ak by sme chceli využiť tento postup pri riešení algebraických rovníc, tak stačí dať šikovnejším žiakom príklad s vypočítaním výšky hladiny vody v miske tvaru polgule s polomerom 10 cm, ak do nej nalejeme 1 liter vody.

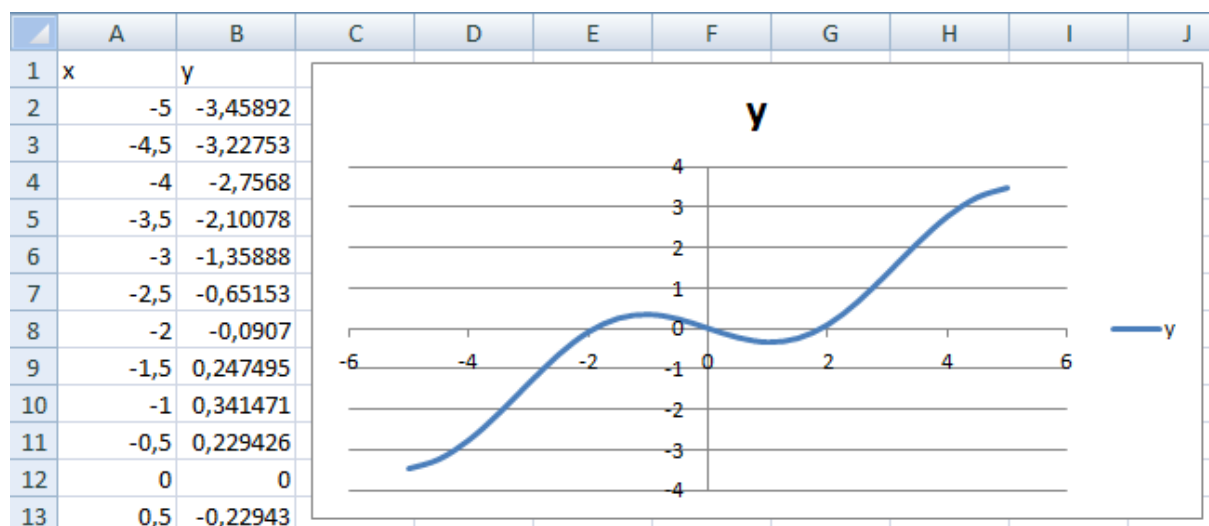
8.7 Riešenie zložitejších rovníc

Pri vyučovaní matematiky na strednej škole učíme žiakov riešiť aj exponenciálne a logaritmické rovnice, ktoré vzniknú ich vzájomnou kombináciou. Kombinácie exponenciálnych a kvadratických, prípadne goniometrických a lineárnych výrazov v jednej rovnici nie sú bežné. Riešenie rovnice $\sin x = 0,5x$ sa na strednej škole nepreberá.

Pomocou programu EXCEL to však nebude pre žiakov problém. Najskôr znázorníme grafy obidvoch funkcií a zistíme počet riešení. Vznikne graf:

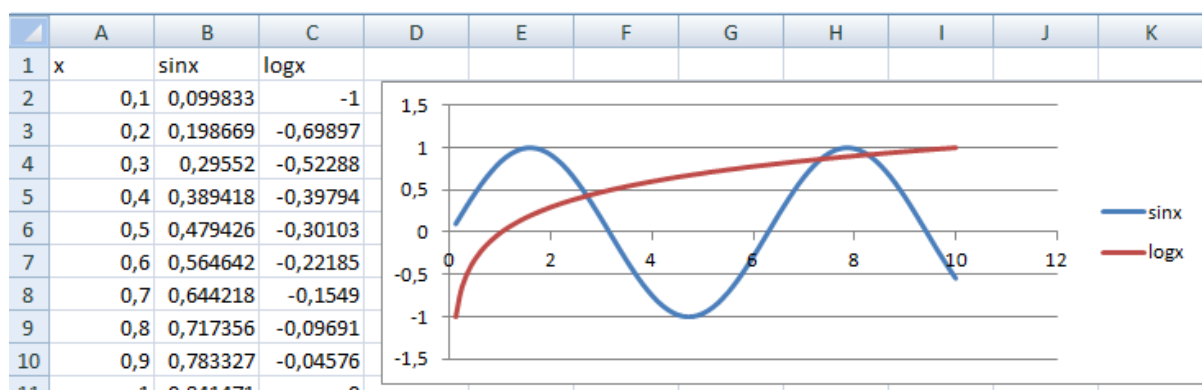


Zobrazia sa tri priesečníky a teda tri riešenia rovnice. Konkrétne riešenia budeme hľadať vo výhodnejšom nulovom tvare $0,5x - \sin x = 0$. Vznikne graf:

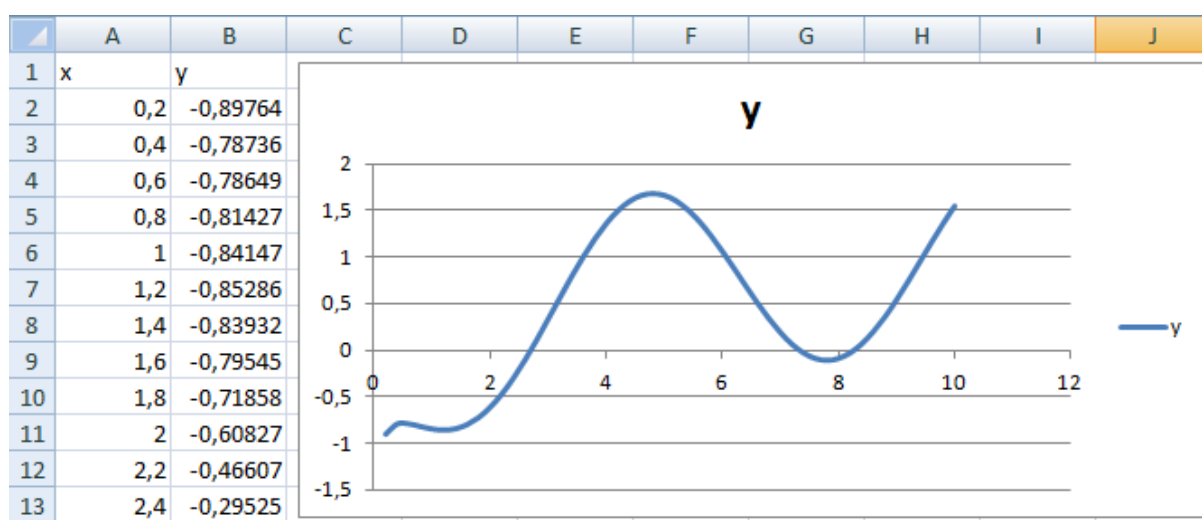


Postupným spresňovaním x hodnôt dostaneme riešenia $x_1 = -1,8955$ a $x_2 = 1,8955$ s chybou $-4,7E-06$.

Zaujímavé je tiež riešenie rovnice $\sin x = \log x$. V predchádzajúcom texte sme si už ukázali počet riešení rovnice z grafov funkcií.



Rovnica má tri riešenia, ale nájsť ich je opäť ľahšie v nulovom tvare rovnice $\log x - \sin x = 0$.
Vznikne graf



Z grafu postupným upresňovaním x hodnôt dostávame $x_1=2,6963$ s chybou $4,62E-05$,
 $x_2=7,3283$ s chybou $2,11E-05$, $x_3=8,2638$ s chybou $-1,3E-05$.

8.8 Riešenie sústav lineárnych rovníc

Sústavy lineárnych rovníc môžeme riešiť pomocou determinantov. Je pravda, že ju môžeme takto riešiť len vtedy, keď má sústava jediné riešenie, ale na potreby technickej praxe nám postačí. Žiaci sústavou rovníc počítajú obvodové prúdy v obvodoch. Podľa Cramerovho pravidla, ak $D \neq 0$, tak $x=D_1/D$, $y=D_2/D$, $z=D_3/D$, pričom D , D_1 , D_2 , D_3 sú determinanty zo sústavy. Budeme najskôr riešiť sústavu 3×3 .

$$3x + y + z = 20$$

$$2x + 3y - 4z = 4$$

$$x - 5y + 2z = 1$$

V tabuľke do buniek A1, B1, C1, D1 postupne napíšeme čísla, ktorými sú násobené jednotlivé neznáme a číslo za znamienko = rovná sa. To isté urobíme v druhom a treťom riadku s druhou a treťou rovnicou:

	A	B	C	D	E
1	3	1	1	20	
2	2	3	-4	4	
3	1	-5	2	1	

Keďže determinant D je z prvých troch stĺpcov, tak do riadkov 5 – 7 si nachystáme tieto hodnoty. Nebudeme ich tam písať ako čísla, ale ako vzorce =A1 a podobne. Bude nám to slúžiť ako program, v ktorom pri novej sústave stačí len vymeniť zadanie a výpočet je hneď hotový. Takže do buniek A5, B5, C5 postupne napíšeme =A1, =B1, =C1. Všetky tri hodnoty označíme a *potiahneme dole* o dva riadky. Vznikne nám tabuľka:

	A	B	C	D	E	F
1	3	1	1	20		
2	2	3	-4	4		
3	1	-5	2	1		
4						
5	3	1	1			
6	2	3	-4			
7	1	-5	2			

Do bunky D6 napíšeme D= a nastavíme sa na bunku E6, kde vypočítame hodnotu determinantu D. Sem napíšeme =, na lište nad „D“ stĺpcom stlačíme f_x a z matematických funkcií si vyberieme MDETERM.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	3	1	1	20								
2	2	3	-4	4								
3	1	-5	2	1								
4												
5	3	1	1									
6	2	3	-4	D=	=							
7	1	-5	2									
8												
9												
10												
11												
12												
13												
14												
15												
16												
17												
18												
19												

Vloženie funkcie

Hľadať funkciu:

Zadajte stručný popis požadovanej činnosti a kliknite na tlačidlo Prejsť

Vybrať kategóriu: matematické a trigonometrické

Vybrať funkciu:

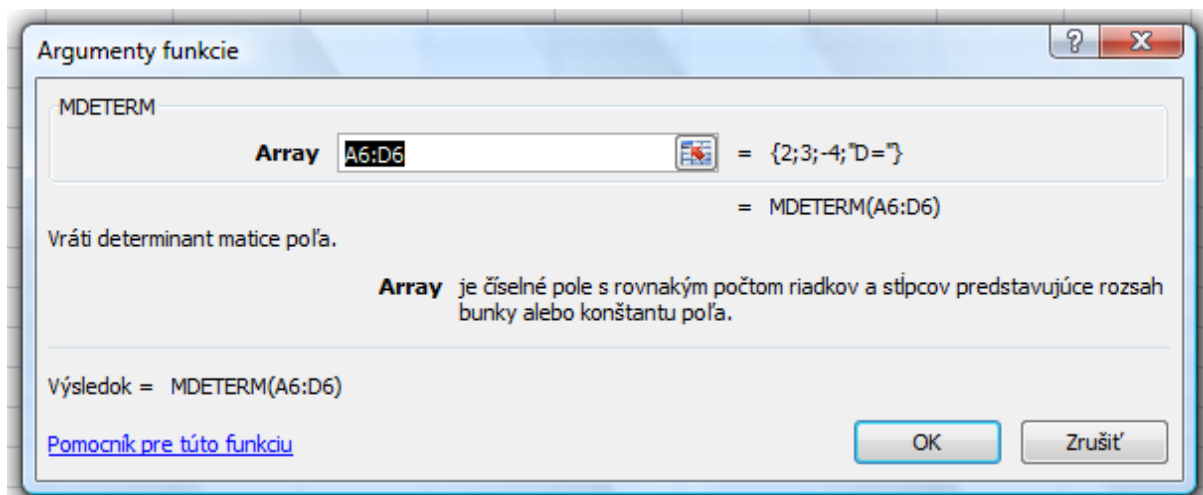
- GCD
- INT
- LCM
- LN
- LOG
- LOG10
- MDETERM**

MDETERM(array)
Vráti determinant matice poľa.

[Pomocník pre túto funkciu](#)

OK Zrušiť

Po potvrdení OK sa ukáže



V tabuľke máme doplniť adresu poľa, z ktorého budeme počítať determinant a ktoré už máme pripravené v bunkách A5 – C7. Toto nemusíme vypisovať, stačí presunúť kurzor na A5 a so stlačeným LTM potiahnuť po C7.

Po spustení ľavého tlačidla len potvrdiť OK. Do buniek A8, B8, C8 napíšeme opäť =D1, =B1, =C1 *potiahneme* dole a vedľa dáme vypočítať determinant.

Postupne do buniek A13, A14, A15 napíšeme vzorce =A1, =D1, =C1, *potiahneme* dole o dva riadky a vedľa vypočítame determinant D2. Do buniek A17, B17, C17 napíšeme vzorce =A1, =B1, =D1 *potiahneme* dole o dva riadky a vedľa vypočítame determinant D3.

	A	B	C	D	E
1	3	1	1	20	
2	2	3	-4	4	
3	1	-5	2	1	
4					
5	3	1	1		
6	2	3	-4	D=	-63
7	1	-5	2		
8					
9	20	1	1		
10	4	3	-4	D1=	-315
11	1	-5	2		

	A	B	C	D	E
1	3	1	1	20	
2	2	3	-4	4	
3	1	-5	2	1	
4					
5	3	1	1		
6	2	3	-4	D=	-63
7	1	-5	2		
8					
9	20	1	1		
10	4	3	-4	D1=	-315
11	1	-5	2		
12					
13	3	20	1		
14	2	4	-4	D2=	-126
15	1	1	2		
16					
17	3	1	20		
18	2	3	4	D3=	-189
19	1	-5	1		

Vznikne tabuľka:

Teraz len vypočítame hodnoty neznámych zo sústavy. Do buniek E1, E2, E3 pod seba napíšeme $x=$, $y=$, $z=$ a do buniek F1, F2, F3 vypočítame neznáme pomocou známych vzorcov $x=D1/D$, $y=D2/D$, $z=D3/D$, kde namiesto D, D1, D2, D3 zadávame adresy buniek, kde sú tieto hodnoty vypočítané. Napíšeme vzorce =E10/E6, =E14/E6, =E18/E6:

	A	B	C	D	E	F	G
1	3	1	1	20	x=	5	
2	2	3	-4	4	y=	2	
3	1	-5	2	1	z=	3	
4							
5	3	1	1				
6	2	3	-4	D=	-63		
7	1	-5	2				
8							

Teraz máme pripravený program na výpočet sústavy troch lineárnych rovníc s tromi neznámymi. Stačí už len zmeniť obsah buniek A1 – D1 a v „F“ stĺpci máme hneď riešenie sústavy.

9 Príklady

EXCEL má v stredoškolskej matematike mnohostranné využitie. Možno ho použiť na kreslenie grafov funkcií, riešenie rovníc, výpočet niektorých charakteristík štatistického súboru (v rámci stredoškolskej matematiky) a pod.

V jednotlivých častiach si ukážeme možnosti využitia EXCELU na konkrétnych príkladoch.

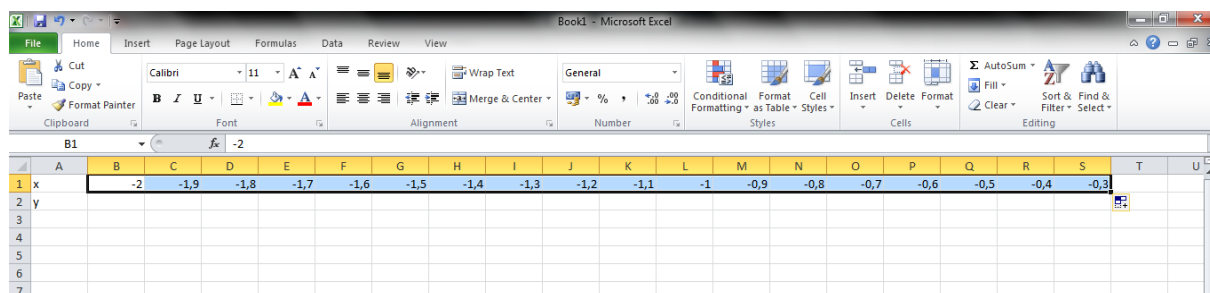
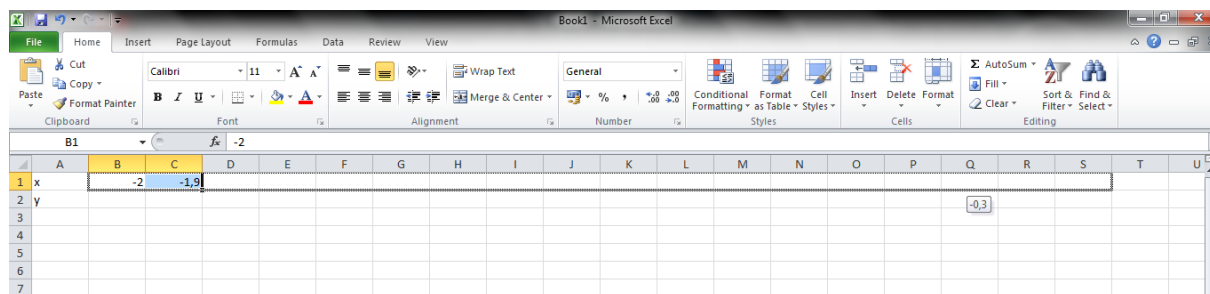
9.1 Kreslenie grafov funkcií

Príklad 1

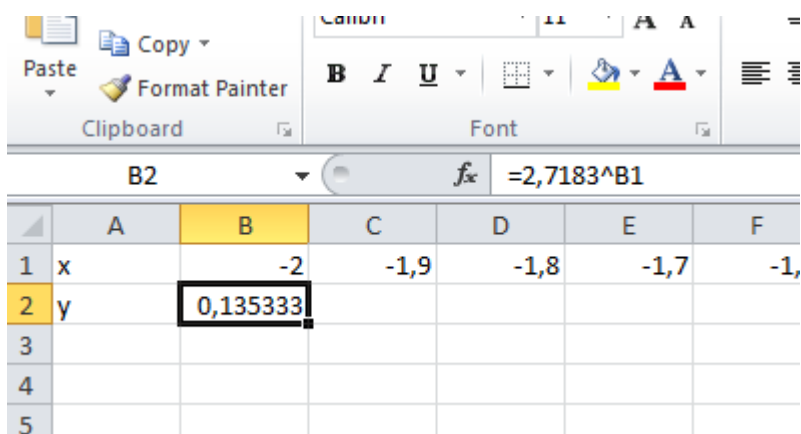
Nakreslite graf funkcie $y = e^x$ na intervale $\langle -2; 3 \rangle$ s krokom 0,1.

Riešenie:

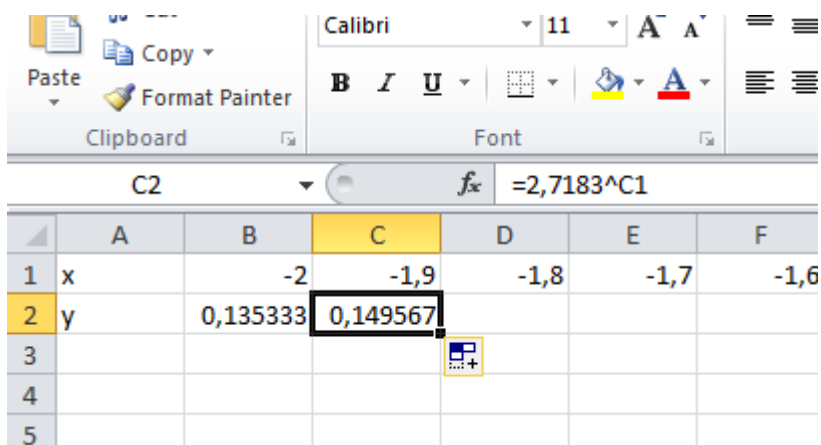
V programe EXCEL najskôr zostavíme tabuľku s údajmi na graf. Do prvého riadka zadávame hodnoty osi x, t. j. interval funkcie s krokom 0,1. V programe EXCEL stačí zadať prvé dve hodnoty a potom ich *označiť* a *potiahnuť* až po žiadanú hodnotu:



Hodnoty osi y potom vypočítavame v druhom riadku. Označíme si bunku so súradnicami B2 a do riadku na písanie vzorcov zadáme danú funkciu vo formáte: $=2,7183^{B1}$, kde 2,7183 je hodnota čísla e a B1 je hodnota osi x. Ďalej označíme bunku C2 a do vzorcového riadku zadáme: $=2,7183^{C1}$. Ďalšie hodnoty získame podobne ako hodnoty x osi, označíme bunky B2 a C2 a potiahneme až po žiadanú hodnotu.



	A	B	C	D	E	F
1	x	-2	-1,9	-1,8	-1,7	-1,6
2	y	0,135333				
3						
4						
5						



	A	B	C	D	E	F
1	x	-2	-1,9	-1,8	-1,7	-1,6
2	y	0,135333	0,149567			
3						
4						
5						

Book1 - Microsoft Excel

File Home Insert Page Layout Formulas Data Review View

Calibri 11 A A

Font

General

Number

Styles

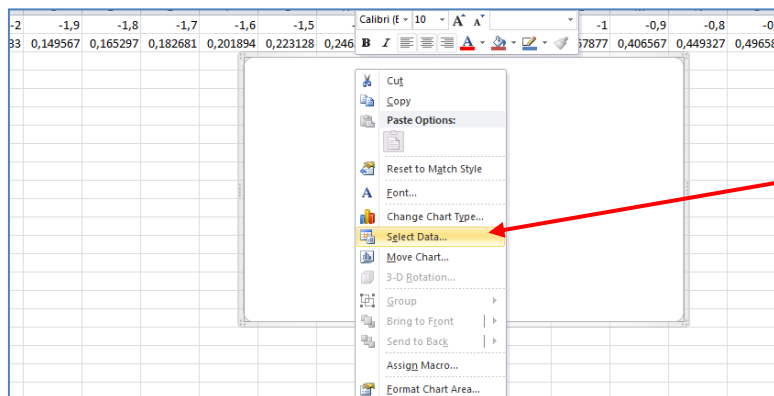
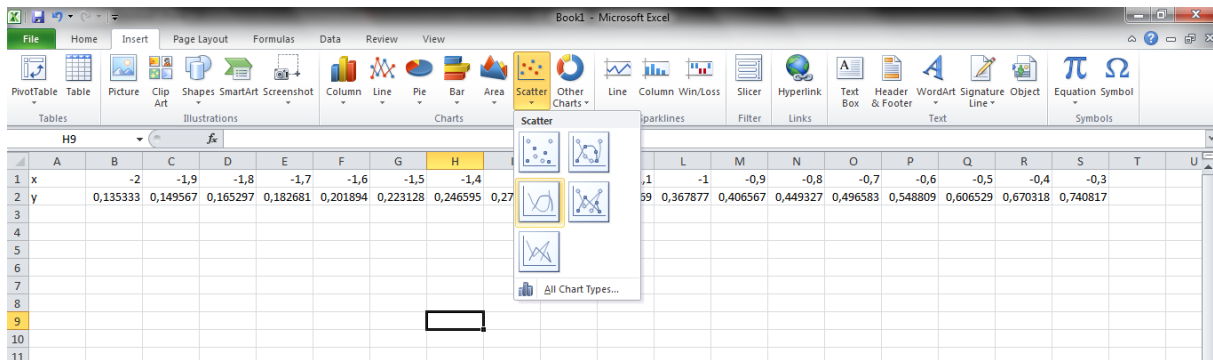
Cells

Editing

fx =2,7183^S1

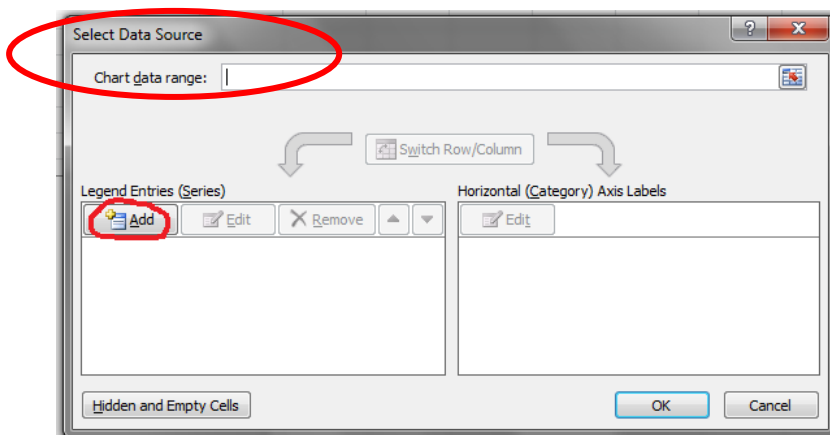
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U
1	x	-2	-1,9	-1,8	-1,7	-1,6	-1,5	-1,4	-1,3	-1,2	-1,1	-1	-0,9	-0,8	-0,7	-0,6	-0,5	-0,4	-0,3		
2	y	0,135333	0,149567	0,165297	0,182681	0,201894	0,223128	0,246595	0,272529	0,301192	0,332869	0,367877	0,406567	0,449327	0,496583	0,548809	0,606529	0,670318	0,740817		
3																					
4																					
5																					
6																					
7																					

Tým poznáme všetky hodnoty potrebné na zostrojenie grafu. Typ grafu vyberieme v karte Insert (*Vložiť*). Pre danú funkciu sa hodí typ grafu Scatter (X Y závislosť). Ďalej si môžeme vybrať, akým spôsobom sa graf vykreslí (len body, len čiara, body+čiara).

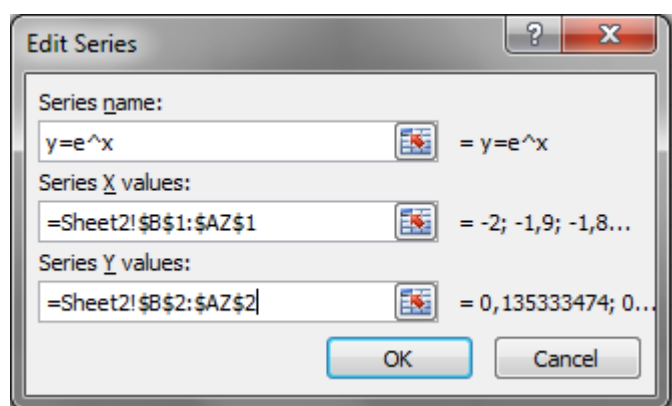


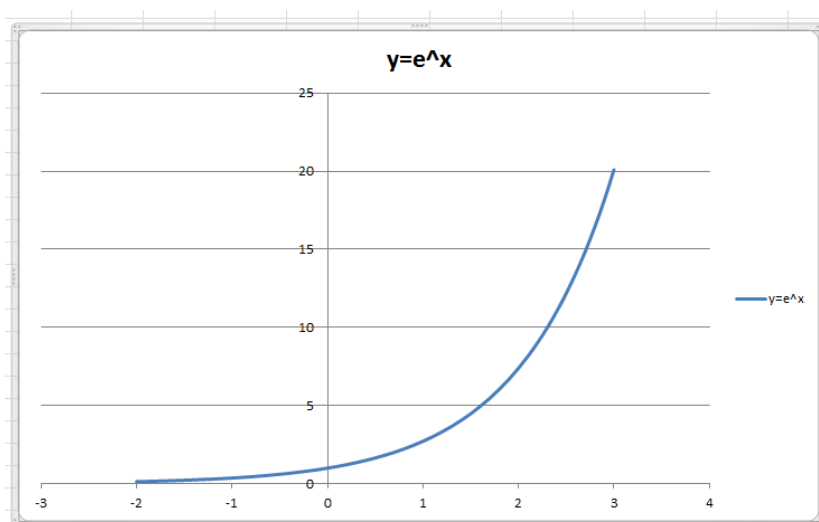
Ked' si vyberieme vhodný typ grafu, klikneme naň PTM → Select Data.

V tabuľke Select Data Source klikneme na tlačidlo Add (pozri obrázok).

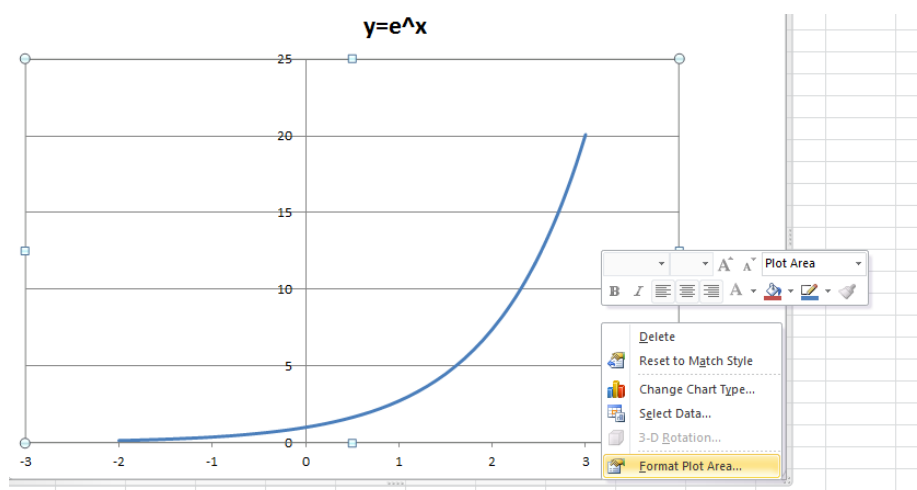


V tabuľke Edit Series potom zadávame údaje na zostrojenie grafu. Do políčka Series Name zadáme funkciu ($y=e^x$), do políčka Series X values označíme všetky hodnoty v prvom riadku (hodnoty X), do políčka Series Y values označíme všetky hodnoty v druhom riadku (hodnoty Y). Výsledok bude graf funkcie $y = e^x$.



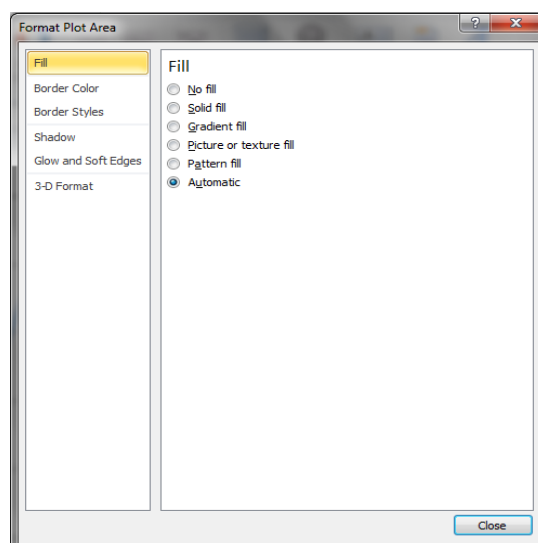


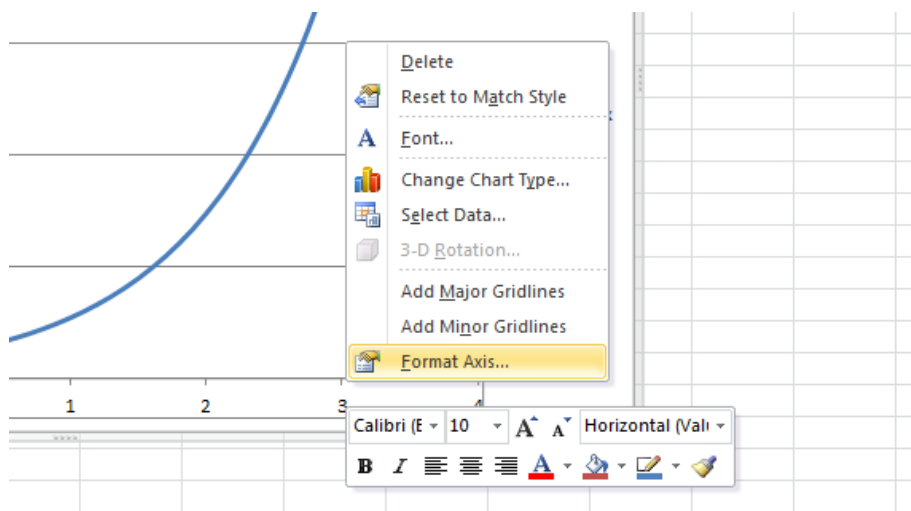
Graf môžeme ďalej upravovať a formátovať. Môžeme meniť pozadie grafu, typ čiary, farbu čiary a inak upravovať vzhľad celého grafu. Taktiež môžeme pridať popis osí.



Formátovanie grafu klikneme PTM na graf → Format plot area. V menu môžeme potom meniť vzhľad grafu.

Formátovanie osí v možnosti Format axis ktorú otvoríme vybratím osi a následným kliknutím PTM. V tomto menu môžeme zmeniť mierku osi na logaritmickú, zmeniť formát číslovania a iné.





Format Axis

Axis Options

Minimum: ☒ Auto ☐ Fixed -3,0

Maximum: ☒ Auto ☐ Fixed 4,0

Major unit: ☒ Auto ☐ Fixed 1,0

Minor unit: ☒ Auto ☐ Fixed 0,2

☐ Values in reverse order

☐ Logarithmic scale Base: 10

Display units: None

☐ Show display units label on chart

Major tick mark type: Outside

Minor tick mark type: None

Axis labels: Next to Axis

Vertical axis crosses:

☒ Automatic

☐ Axis value: 0,0

☐ Maximum axis value

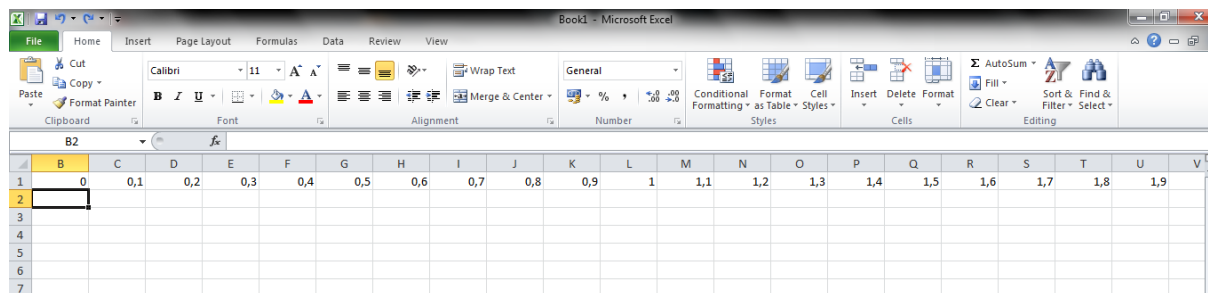
Close

Príklad 2:

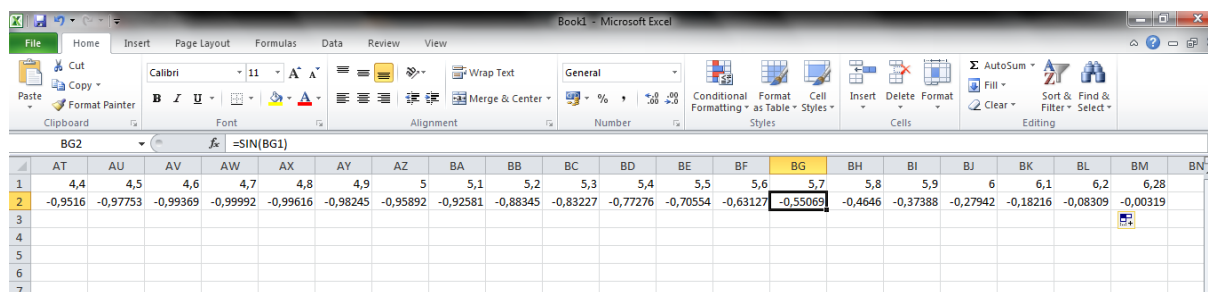
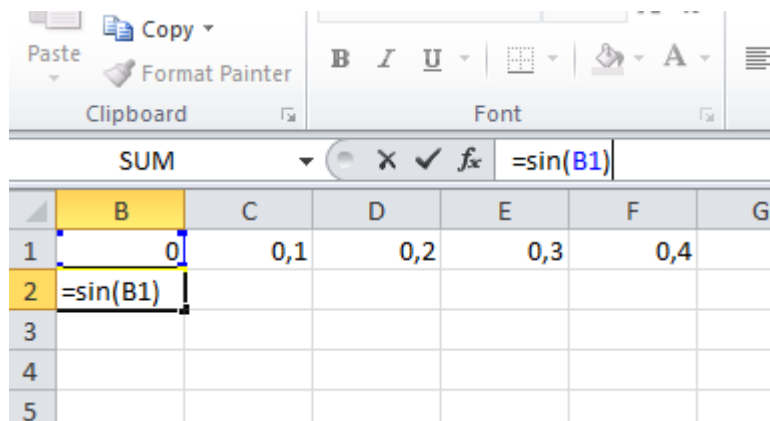
Nakreslite graf funkcie $y = \sin x$ na intervale $\langle 0; 2\pi \rangle$ s krokom 0,1.

Riešenie:

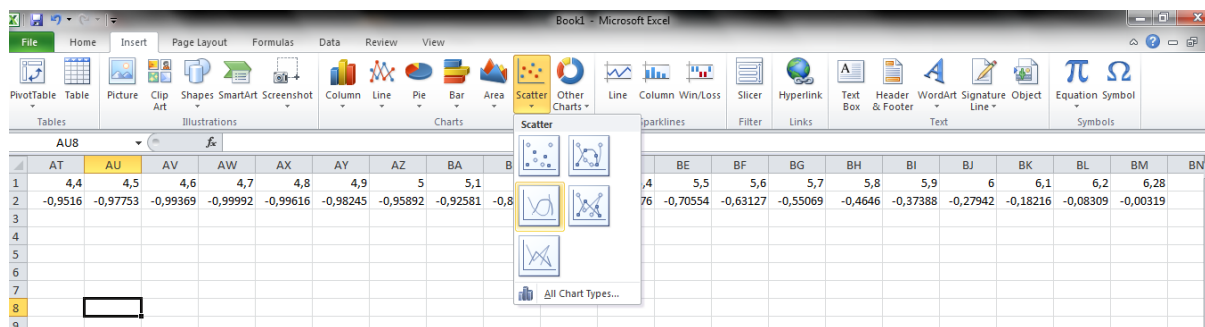
Postupujeme rovnako ako v príklade 1. Najskôr zadáme hodnoty x osi po 2π a vypočítame hodnoty osi y.



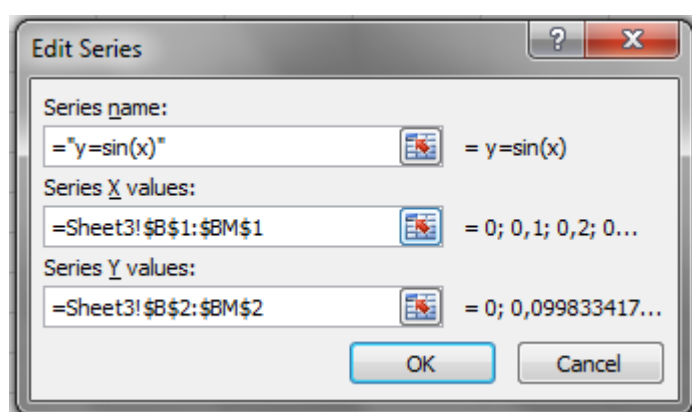
V tomto prípade pre bunku B2 zadáme vzorec $=\sin(B1)$, pre bunku C2 $=\sin(C1)$, potom bunky označíme a myšou ťaháme až po hodnotu 2π (6,28).



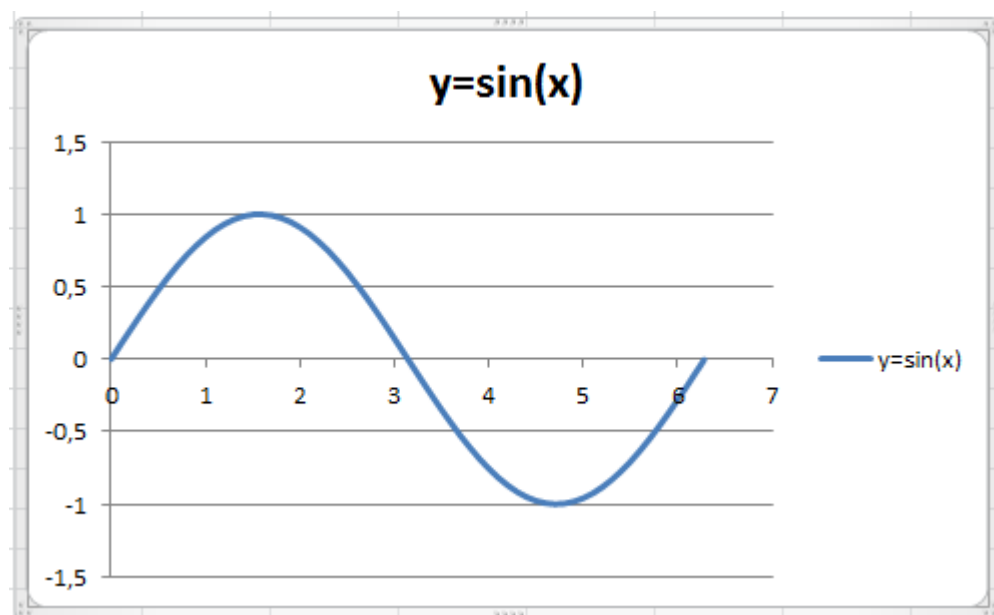
Takto sme zadali všetky údaje potrebné na zostrojenie grafu. Typ grafu opäť zvolíme Scatter (x, y závislosť).



Graf nazveme $y=\sin(x)$ a údaje označíme ako v predchádzajúcom príklade. Je dôležité si uvedomiť, že môžeme vykresliť rôzne časti priebehu ľubovoľnej funkcie, treba však dbať na správne priradenie hodnôt x k hodnotám y .



Výsledný priebeh funkcie:



Příklad 3:

Nakreslite graf funkce $y = x^2$ na intervale $\langle -2; 2 \rangle$ s krokem 0,1.

Riešenie:

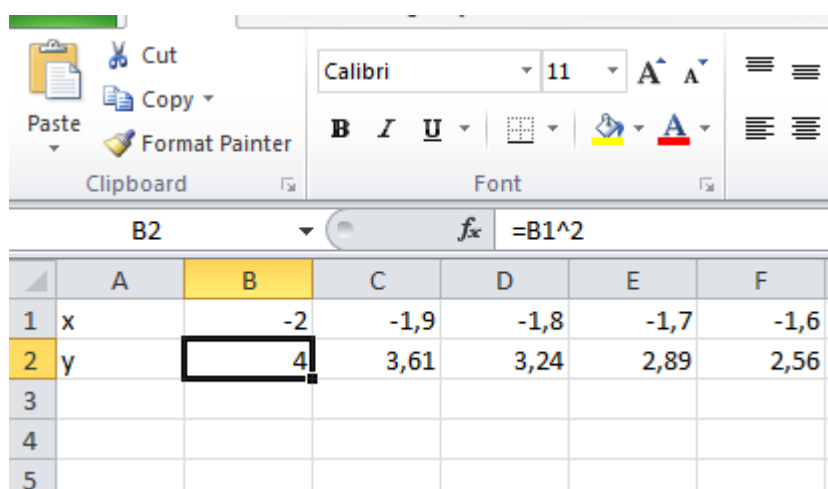
Riešenie je rovnaké ako v predošlých príkladoch. Zadáme a vypočítame hodnoty x a y osi (vzorec $=B1^2$).

Book1 - Microsoft Excel

File Home Insert Page Layout Formulas Data Review View

Calibri 11 A⁺

Font B I U



	A	B	C	D	E	F
1	x	-2	-1,9	-1,8	-1,7	-1,6
2	y	4	3,61	3,24	2,89	2,56
3						
4						
5						

Zvolíme typ grafu a zadáme údaje.

FileHomeInsertPage LayoutFormulasDataReviewView

PivotTableTablePictureClip ArtShapes SmartArt ScreenshotColumnLinePieBarAreaScatterOther ChartsLineColumn Win/LossSlicerHyperlinkText BoxHeader & FooterWordArtSignature LineObjectEquation Symbol

TablesIllustrationsCharts

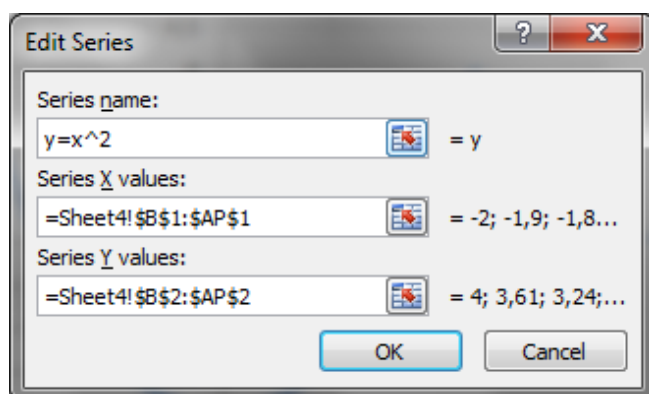
16fx

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U
1	x	-2	-1,9	-1,8	-1,7	-1,6	-1,5	-1,4	-1,3	-1,2	-1,1	-1	-0,9	-0,8	-0,7	-0,6	-0,5	-0,4	-0,3	-0,2	-0,1
2	y	4	3,61	3,24	2,89	2,56	2,25	1,96	1,69	1,44	1,21	1	0,81	0,64	0,49	0,36	0,25	0,16	0,09	0,04	0,01
3																					
4																					
5																					
6																					
7																					
8																					
9																					
10																					
11																					

ScatterOther ChartsLineColumn Win/LossSlicerHyperlinkText BoxHeader & FooterWordArtSignature LineObjectEquation Symbol

ScatterOther ChartsLineColumn Win/LossSlicerHyperlinkText BoxHeader & FooterWordArtSignature LineObjectEquation Symbol

All Chart Types...



Edit Series

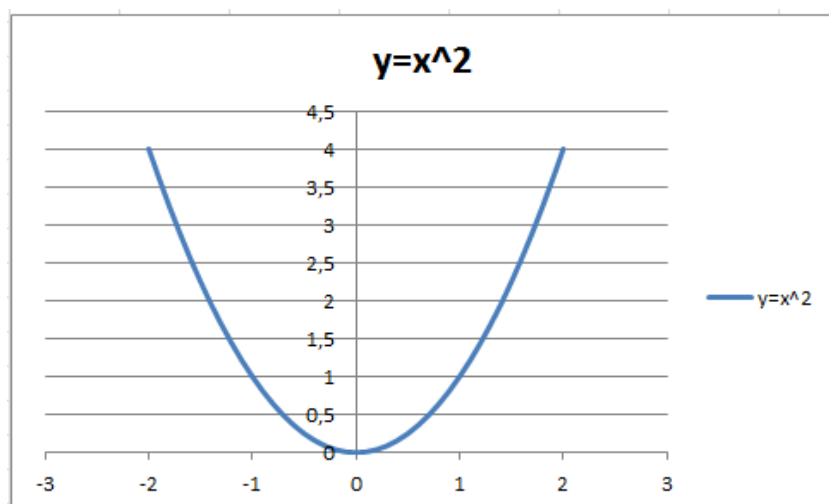
Series name: = y

Series X values: = -2; -1,9; -1,8...

Series Y values: = 4; 3,61; 3,24;...

OK Cancel

Výsledný graf:



9.2 Riešenie sústav rovníc

EXCEL sa dá využiť ako užitočný nástroj na grafické riešenie sústav rovníc. Všetky funkcie sústavy zadáme do jedného grafu a ich prienik je riešenie sústavy. Nevýhoda grafického riešenia je aspoň približne poznať spoločný interval, v ktorom sa pretnú.

Príklad 4:

Vyriešte graficky sústavu rovníc

$$y = x^2$$

$$y - 5 = 0$$

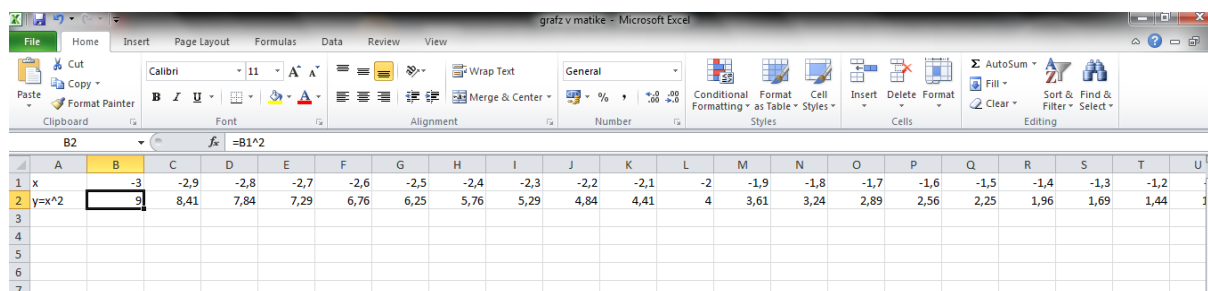
Po úprave:

$$y = 5$$

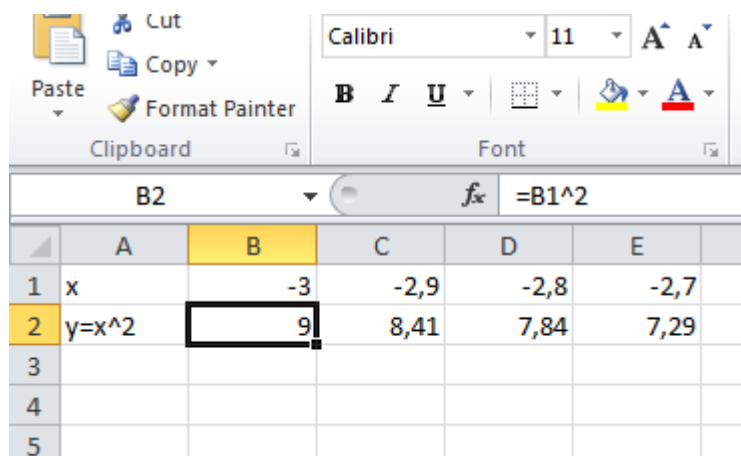
Grafické riešenie vykonáme na intervale $\langle -3; 3 \rangle$.

Najprv do Excelu zadáme hodnoty x osi prvej funkcie a vypočítame hodnoty y osi.

Postupujeme ako v predošlých príkladoch.



	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U
1	x	-3	-2,9	-2,8	-2,7	-2,6	-2,5	-2,4	-2,3	-2,2	-2,1	-2	-1,9	-1,8	-1,7	-1,6	-1,5	-1,4	-1,3	-1,2	-1,1
2	y=x^2	9	8,41	7,84	7,29	6,76	6,25	5,76	5,29	4,84	4,41	4	3,61	3,24	2,89	2,56	2,25	1,96	1,69	1,44	1,21
3																					
4																					
5																					
6																					
7																					



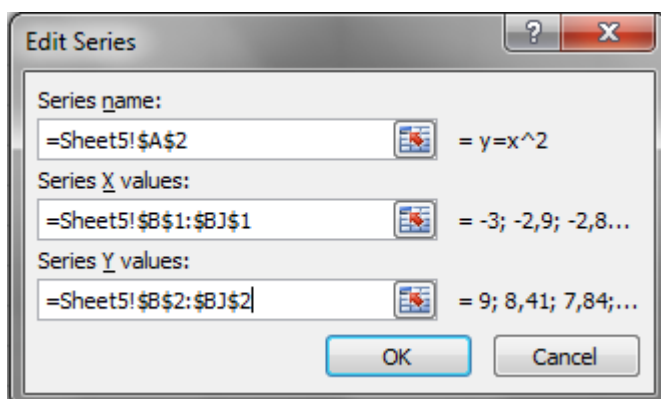
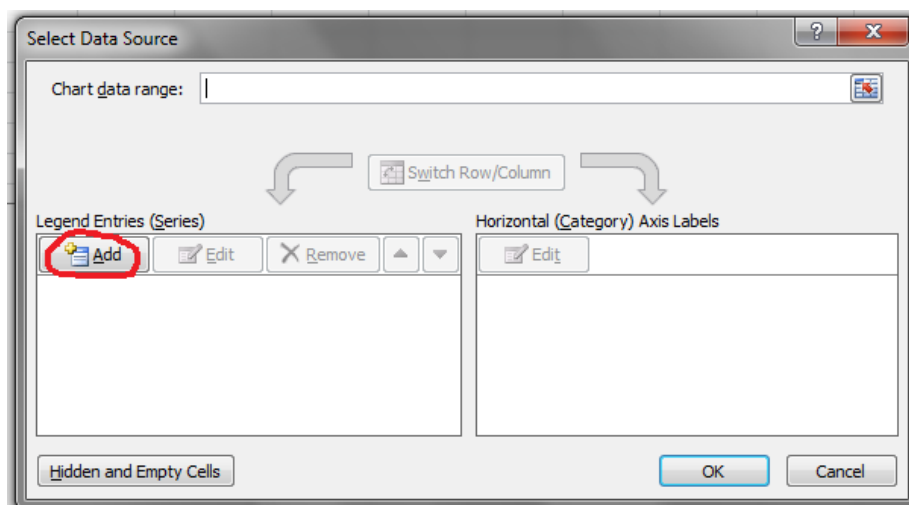
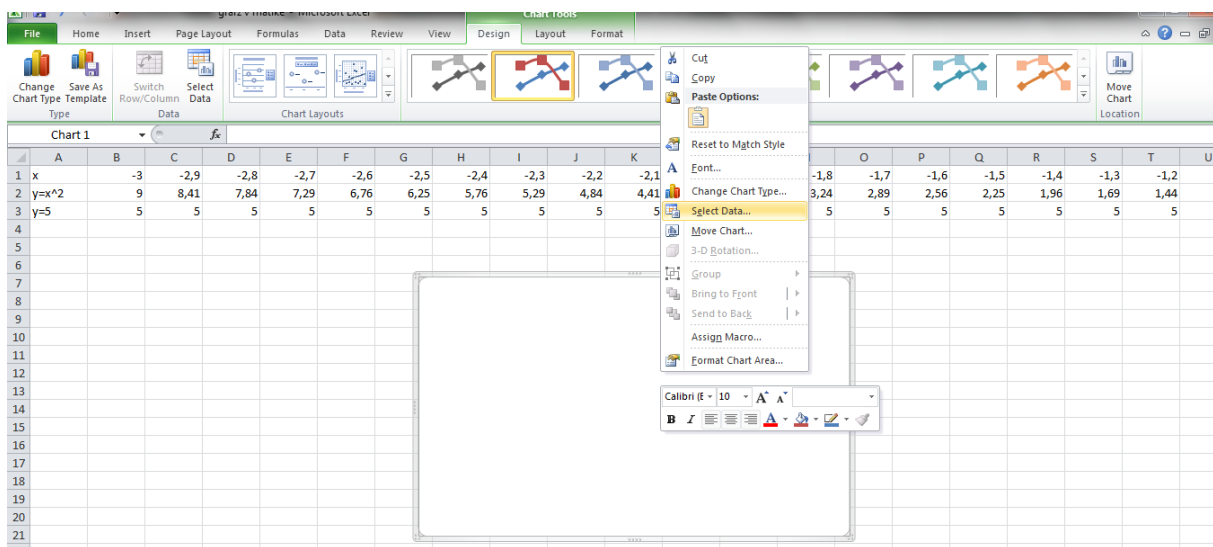
	A	B	C	D	E
1	x	-3	-2,9	-2,8	-2,7
2	y=x^2	9	8,41	7,84	7,29
3					
4					
5					

Zadáme hodnoty druhej rovnice. Vidíme, že ide o konštantnú funkciu, takže hodnota y osi sa meniť nebude.

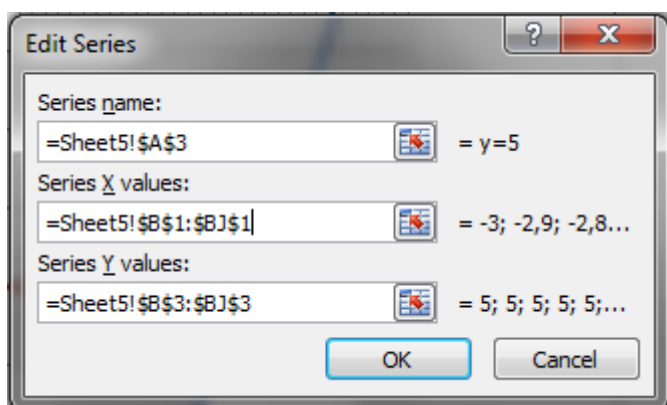
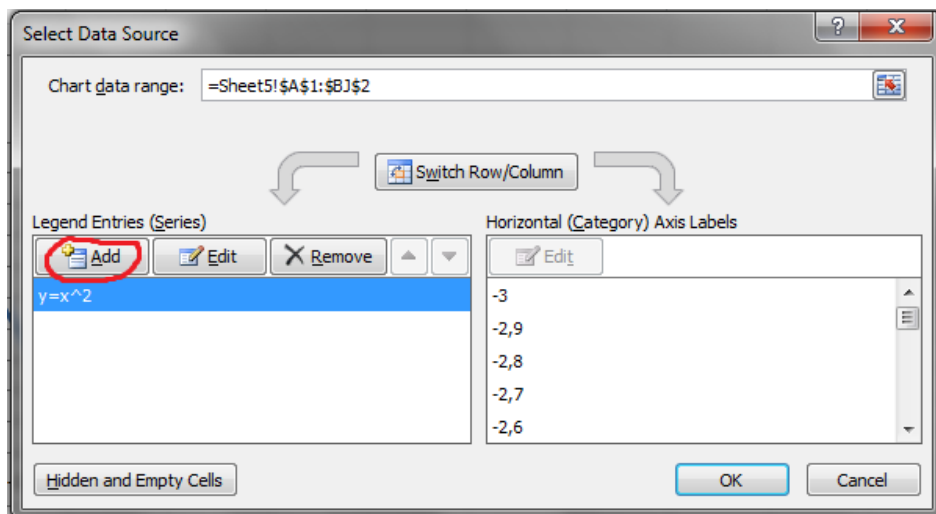
graf v matke - Microsoft Excel

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U
1	x	-3	-2,9	-2,8	-2,7	-2,6	-2,5	-2,4	-2,3	-2,2	-2,1	-2	-1,9	-1,8	-1,7	-1,6	-1,5	-1,4	-1,3	-1,2	-1,1
2	y=x ²	9	8,41	7,84	7,29	6,76	6,25	5,76	5,29	4,84	4,41	4	3,61	3,24	2,89	2,56	2,25	1,96	1,69	1,44	1,21
3	y=5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
4																					
5																					
6																					
7																					

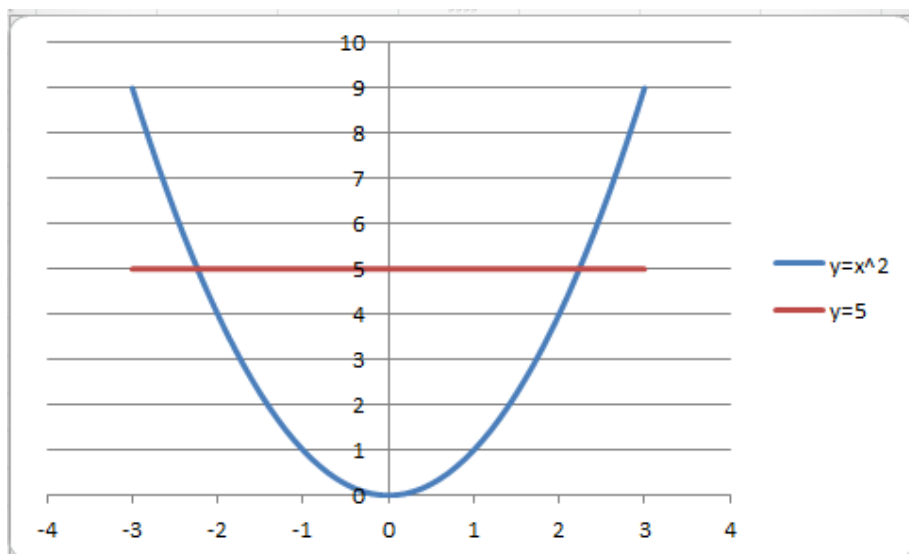
Zvolíme typ grafu Scatter a vyberieme dáta prvej funkcie.



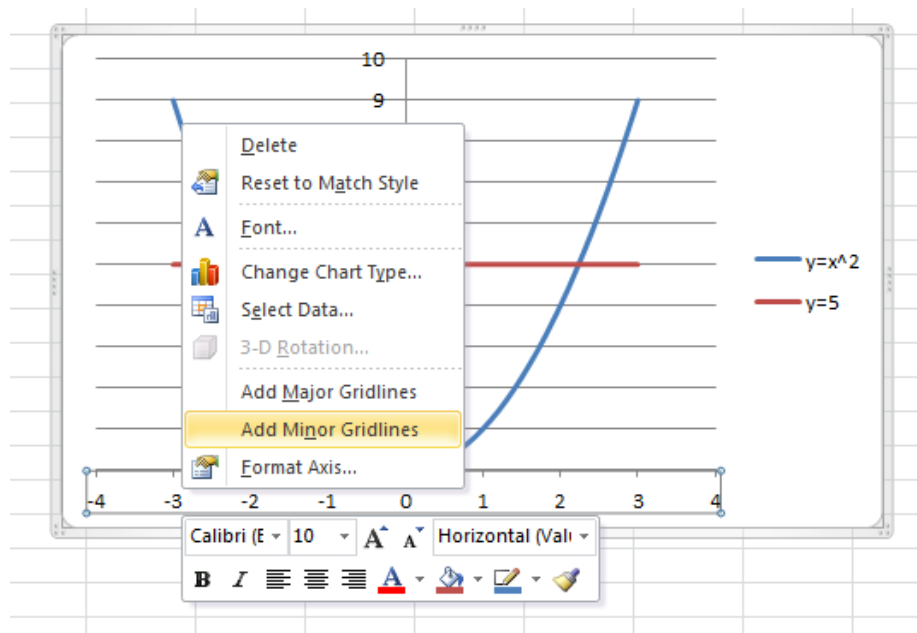
Keď stlačíme OK, vykreslí sa prvá funkcia. Teraz je potrebné zadať údaje druhej funkcie. Tie pridáme rovnakým postupom. V tabuľke Select Data Source klikneme znova na tlačidlo Add a vyberieme údaje.



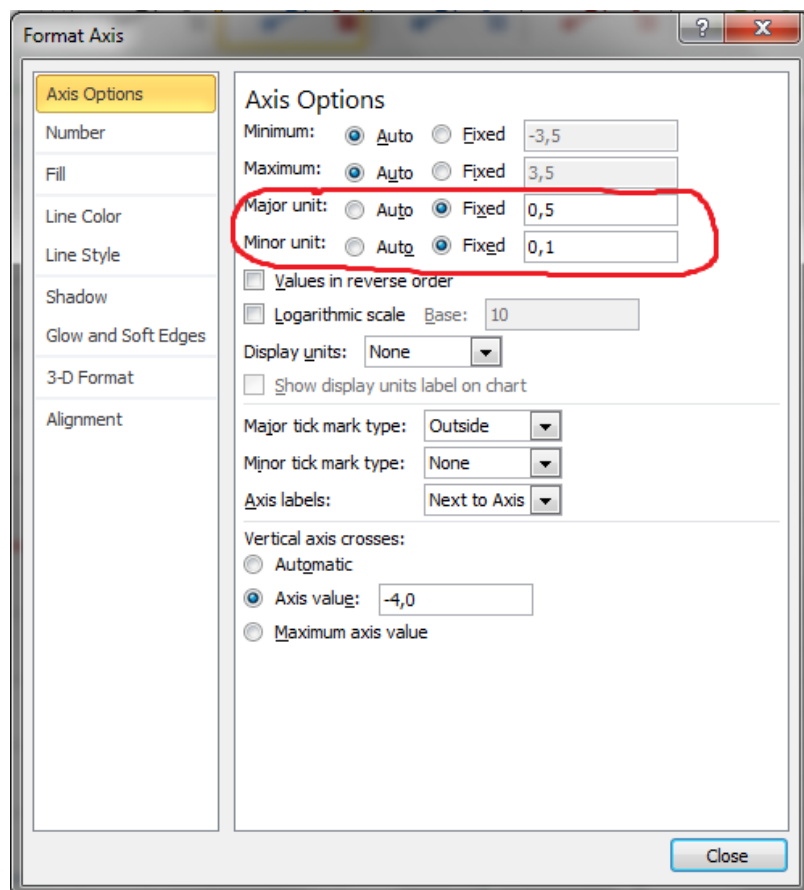
Výsledný graf bude:



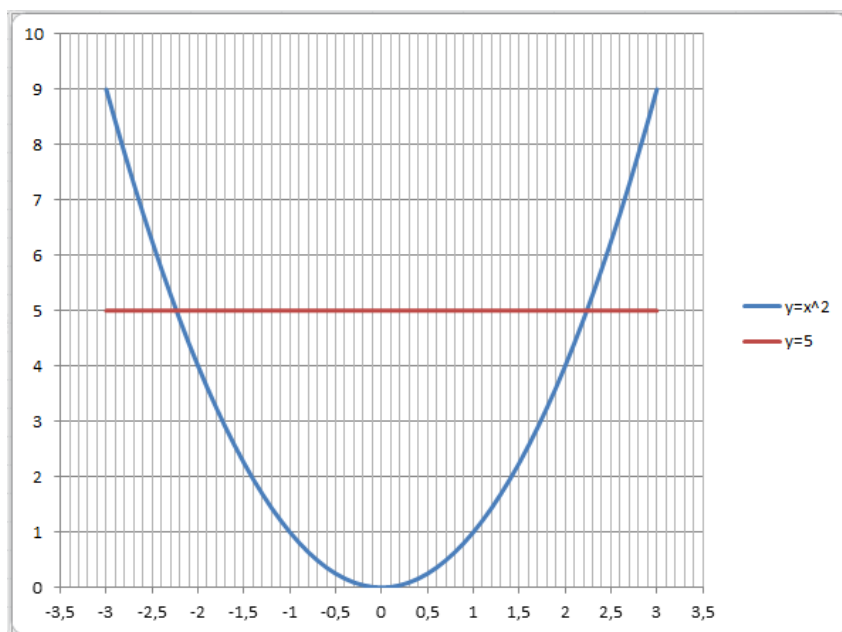
V prienikoch oboch funkcií je riešenie sústavy. Vidíme, že z takéhoto grafu sa nedá presne určiť. Môžeme preto pridať pomocnú mriežku.



Takisto môžeme zmeniť číslovanie osi x na menší krok. *Major unit* mení číslovanie osi a *minor unit* mení krok mriežky. Čím menšie čísla, tým bude odčítanie z grafu presnejšie, avšak graf bude treba zväčšiť, aby bol prehľadný.



Z takto upraveného grafu sa už dá ľahšie vyčítať výsledok. Výsledok sústavy rovníc je $x_{1,2} = \pm\sqrt{5}$, čo sa dá ľahko dokázať aj *dosadzovacou* metódou.



9.3 Riešenie aritmetickej a geometrickej postupnosti

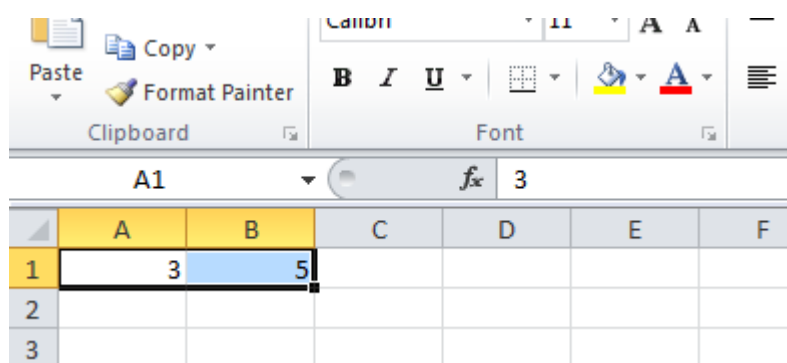
EXCEL sa dá využiť ako nástroj na výpočet ***n*** členov postupnosti (ak poznáme *d* a ľubovoľný člen postupnosti), na výpočet súčtu aritmetickej postupnosti a iné.

Príklad 5:

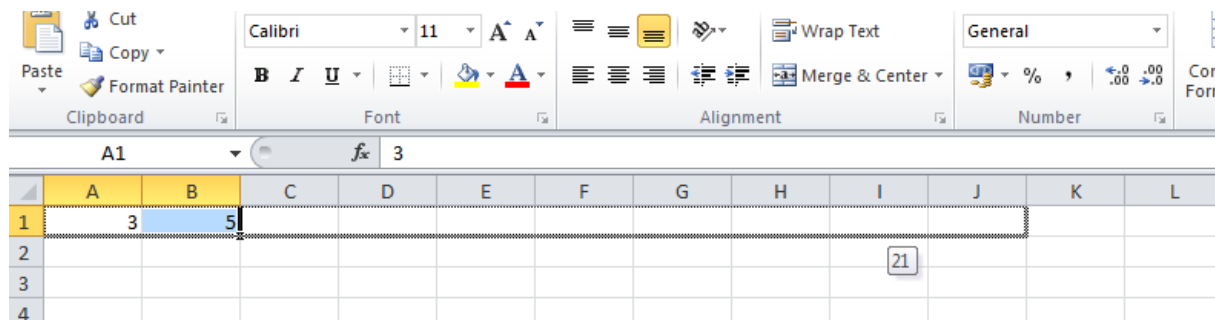
Vypíšte prvých 10 členov aritmetickej postupnosti, kde: $d = 2$; a $a_1 = 3$. Vypočítajte súčet týchto členov.

Riešenie:

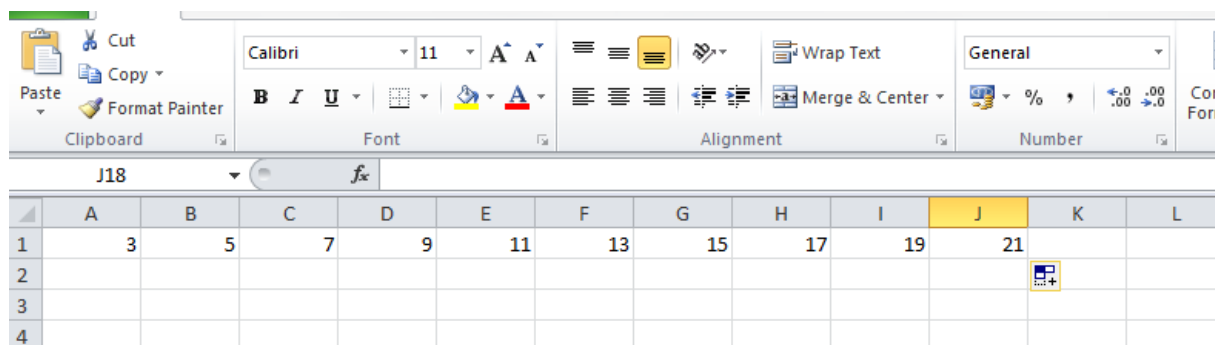
Riešenie takejto úlohy je v EXCELI veľmi jednoduché, stačí zadať prvé dva členy postupnosti (3 a 5), označiť a potiahnuť ich až po žiadaný počet buniek.



	A	B	C	D	E	F
1	3	5				
2						
3						



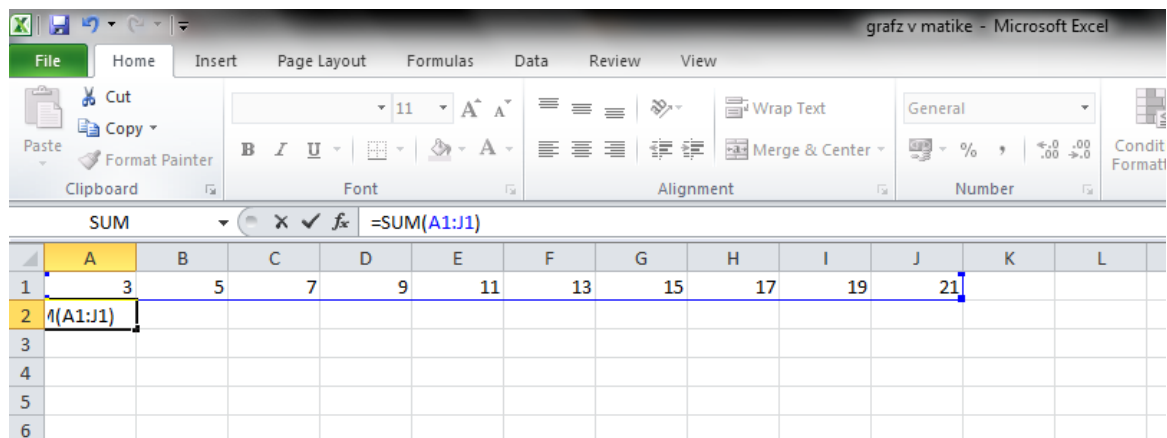
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	3	5										
2										21		
3												
4												



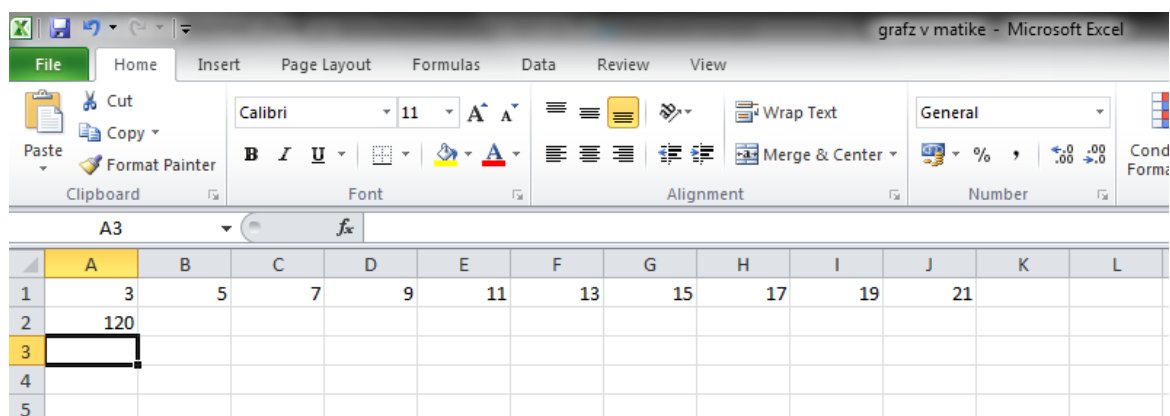
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21		
2												
3												
4												

Takýmto spôsobom vieme vypočítať ľubovoľný počet členov ľubovoľnej aritmetickej postupnosti. Diferencial *d* vieme vypočítať zo zápisu postupnosti matematickými postupmi.

Na súčet n členov použijeme funkciu =SUM(), kde do zátvorky zadáme bunky s členmi postupnosti, pre ktoré ideme súčet počítat' (v tomto prípade A1-J1).



Výsledok po stlačení Enter:

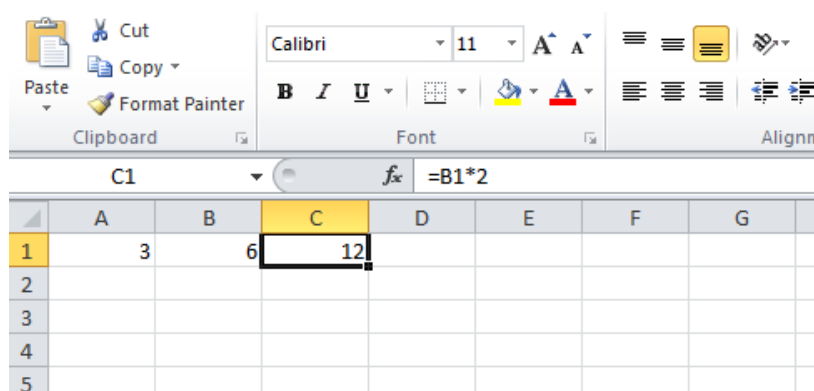


Príklad 6:

Vypíšte prvých 100 členov geometrickej postupnosti kde: $d = 2$; a $a_1 = 3$. Vypočítajte súčet týchto členov.

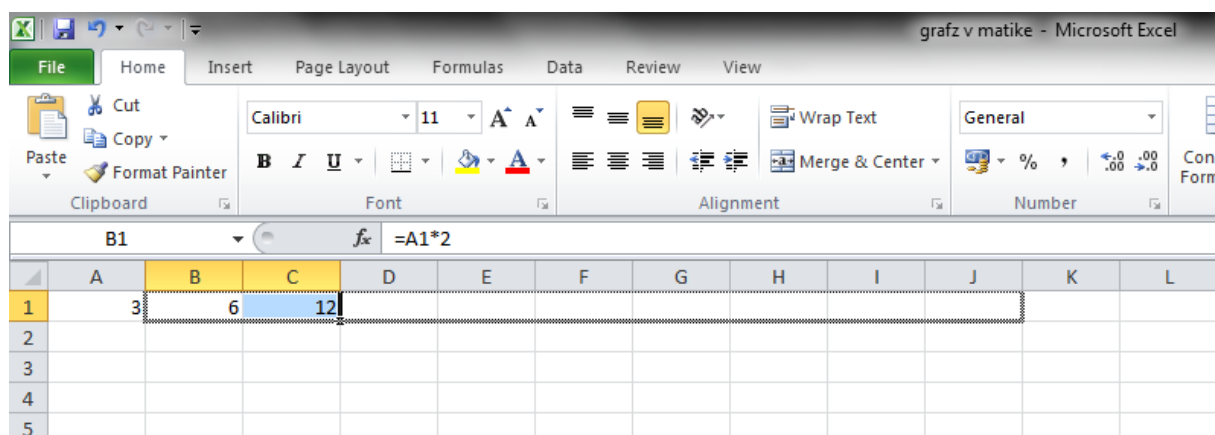
Riešenie:

V EXCELI zadáme do bunky A1 člen a_1 ; do bunky B1 zadáme $=A1*2$; do bunky C1 zadáme $=B1*2$.

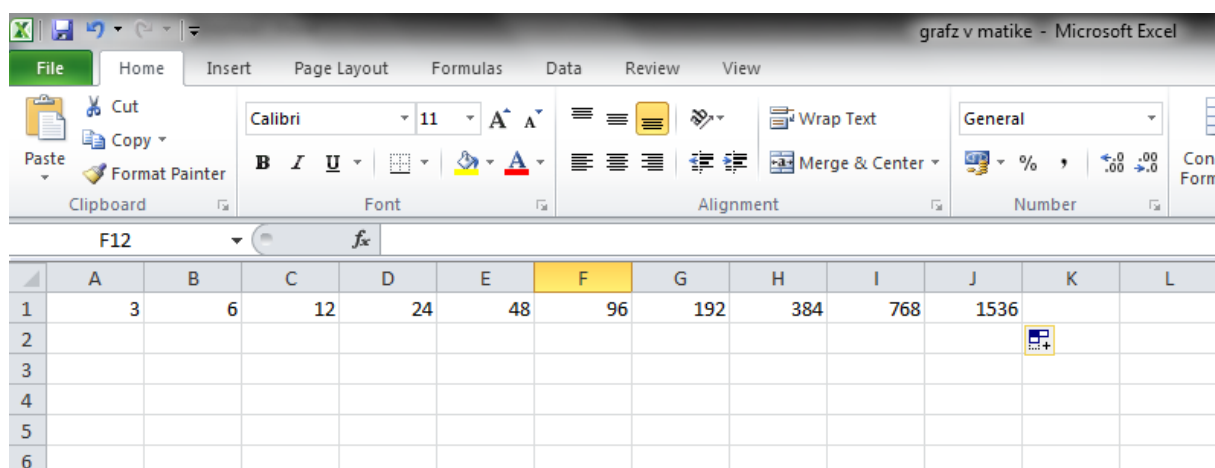


	A	B	C	D	E	F	G
1	3	6	12				
2							
3							
4							
5							

Následne bunky B1 a C1 označíme a *myšou ťaháme* až po bunku J1 (takto získame 10 hodnôt).



	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	3	6	12									
2												
3												
4												
5												



	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	3	6	12	24	48	96	192	384	768	1536		
2												
3												
4												
5												
6												

Súčet členov sa potom počíta ako v predchádzajúcom príklade.

The screenshot shows the Microsoft Excel interface with the 'Home' tab selected. The formula bar displays $=SUM(A1:J1)$. The worksheet grid shows the following data:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	3	6	12	24	48	96	192	384	768	1536		
2	3069											
3												
4												
5												
6												

9.4 Výpočet charakteristík štatistického súboru

EXCEL obsahuje mnohé priamo preddefinované funkcie na riešenie štatistických úloh, (napr. aritmetický priemer, medián, rozptyl a iné).

Príklad 7:

Určte priemernú hodnotu a median štatistického súboru: {1,1; 1,15; 1,2; 1,16; 1,12; 1,21; 1,09; 1,14; 1,17; 1,13; }.

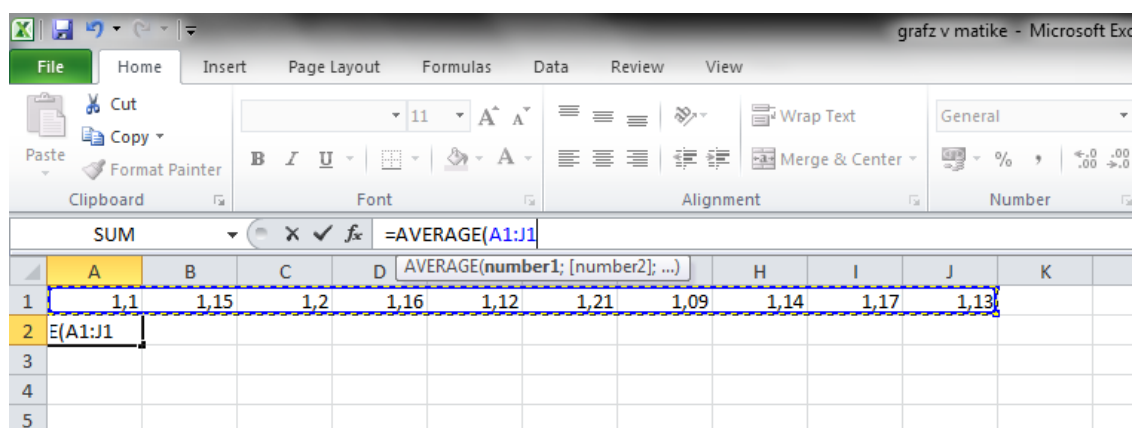
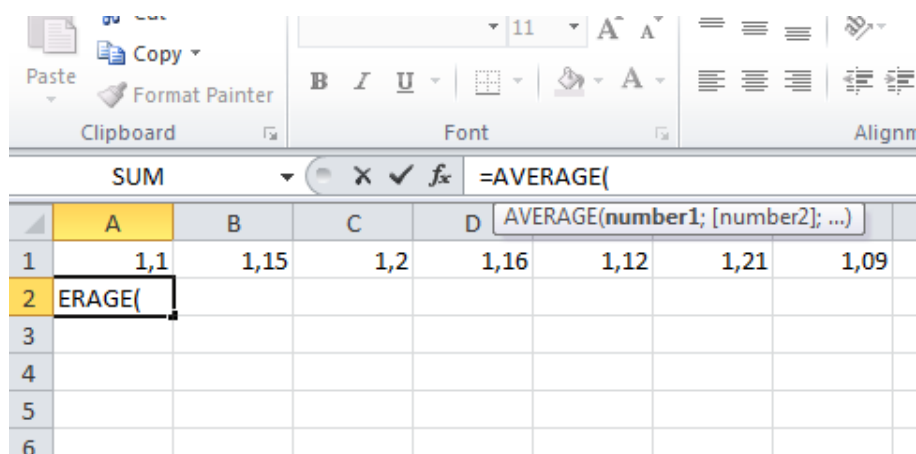
Riešenie:

Objekty štatistického súboru zadáme do EXCELU:

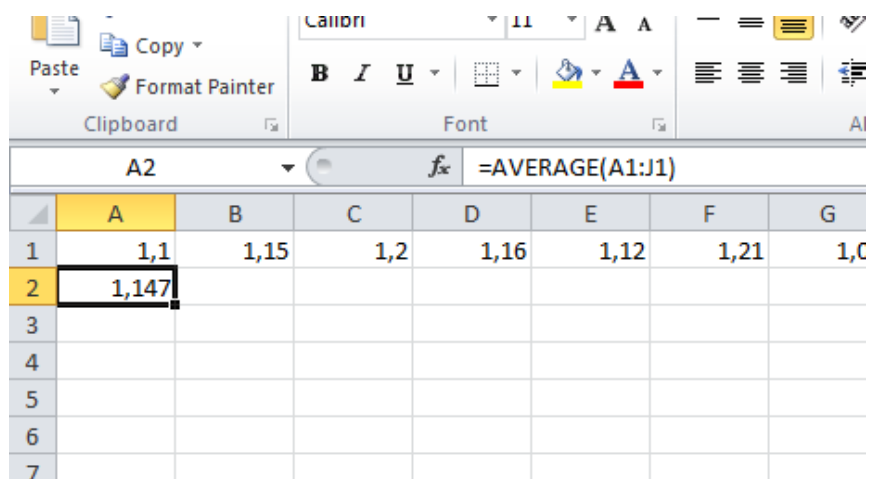
The screenshot shows the Microsoft Excel interface with the 'Home' tab selected. The worksheet grid shows the following data:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	1,1	1,15	1,2	1,16	1,12	1,21	1,09	1,14	1,17	1,13			
2													
3													
4													
5													
6													
7													

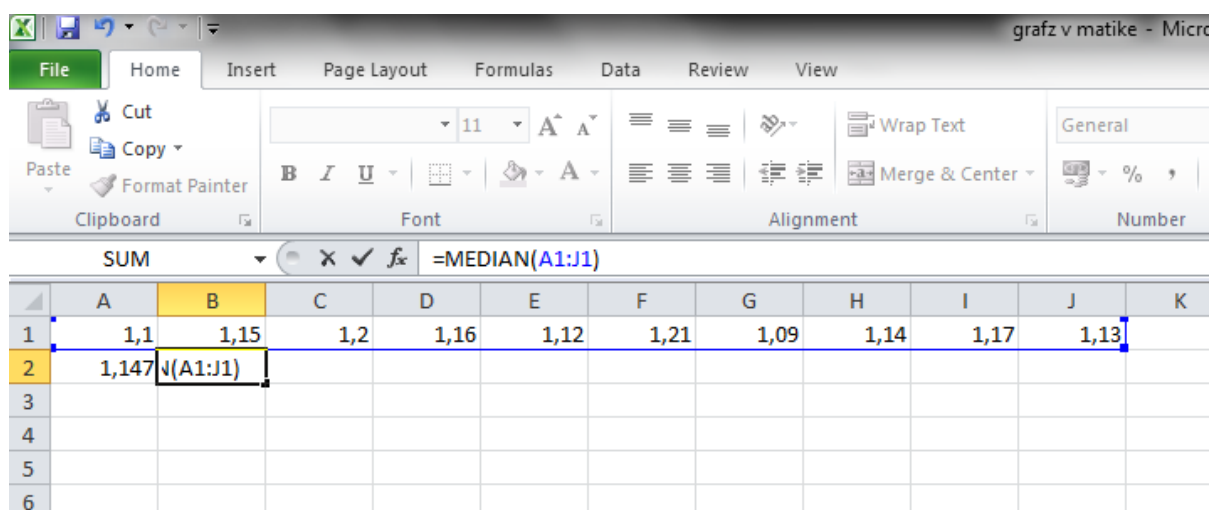
Aritmetický priemer vypočítame tak, že klikneme na ľubovoľnú prázdnu bunku a do vzorcového riadka napíšeme $=AVERAGE()$. Do zátvoriek myšou vyberieme údaje (v tomto prípade bunky A1 až J1).



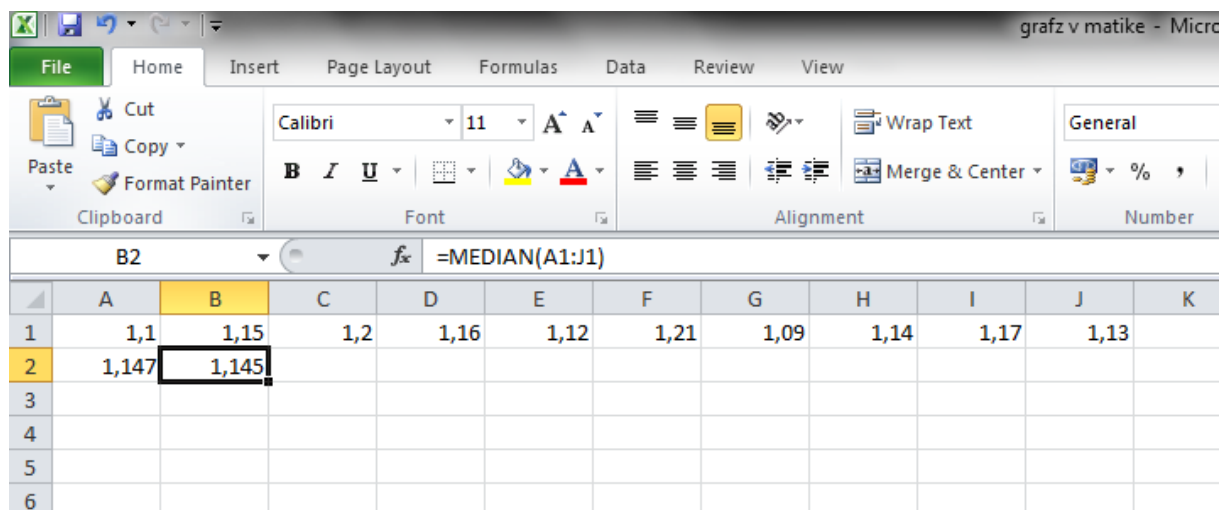
Ukončíme zátvorku a stlačíme Enter. V bunke sa objaví výsledok:



Median znaku sa počíta funkciou `=Median( )`, ktorú zadáme do voľnej bunky, do zátvorky znova vyberieme bunky s objektmi štatistického súboru.



Výsledok bude:



Záver

Pomocou programu EXCEL môžu žiaci na dostupnom softvéri skúmať vplyvy parametrov na tvar grafu funkcie a sami si tak overiť správanie grafov funkcií.

Žiaci majú možnosť vyriešiť rovnice a ich sústavy pomocou počítača. Je to pre nich ľahšie a tiež rýchlejšie ako klasickým spôsobom na papieri.

Pomocou EXCELU môžu žiaci vyriešiť aj algebraické rovnice vyšších rádov a rôzne kombinované rovnice s rôznymi funkciami, ktorých riešenie je nad rámec stredoškolskej matematiky.

To všetko pomáha aj matematicky slabším žiakom, aby mohli byť špičkovými odborníkmi vo svojom odbore .

Zoznam bibliografických odkazov

1. ČERMÁK, P., ČERVINKOVÁ, P. *Zmaturuj z matematiky*. Bratislava : Didaktis, 2009. ISBN 80-891601-8.
2. HOLÉCYOVÁ, S. *Matematika pre stredoškóárov 1*. Bratislava : Aktuell, 2007. ISBN 9788089153312.