



Európska únia
Európsky sociálny fond

Moderné vzdelávanie pre vedomostnú spoločnosť / Projekt je spolufinancovaný zo zdrojov EÚ

Miroslava Jakubeková
Mária Havrlentová
Katarína Lučeničová

Rozvoj matematickej a štatistickej gramotnosti na základných a stredných školách

Publikácia bola vydaná a financovaná z prostriedkov ESF
v rámci národného projektu Profesijný a kariérový rast
pedagogických zamestnancov.
ITMS kód projektu 26120130002
ITMS kód projektu 26140230002

2015

**Rozvoj matematickej a štatistickej gramotnosti
na základných a stredných školách**

Miroslava JAKUBEKOVÁ

Mária HAVRELETOVÁ

Katarína LUČENIČOVÁ

Bratislava 2015

Autori: Ing. Miroslava Jakubeková
Mgr. Mária Havrlentová, PhD.
Ing. Katarína Lučeničová

Názov: Rozvoj matematickej a štatistickej gramotnosti na základných a stredných školách

Recenzenti: Ing. Eva Žernovičová
PaedDr. Marcela Pjatková

Vydalo: Metodicko-pedagogické centrum v Bratislave

Vydanie: 1.

Rok vydania: 2015

ISBN: 978-80-565-1407-8

Obsah

Obsah	3
Úvod	4
1 Matematická a štatistická gramotnosť	6
1.1 Úrovne štatistickej gramotnosti	11
1.2 Heuristiky	13
2 Teoretické východiská	17
2.1 Základy pravdepodobnosti	17
2.2 Základy štatistiky	20
2.3 Grafy a ich použitie	23
3 Náhodné hry	27
3.1 Ukážky hier zameraných na rozvoj štatistickej gramotnosti	27
4 Tvorba úloh	31
4.1 Tvorba testových úloh	31
4.1.1 Úlohy so zameraním na náhodný výber	35
4.1.2 Úlohy so zameraním na grafy a tabuľky	38
4.1.3 Úlohy so zameraním na priemer (charakteristiky polohy)	41
4.1.4 Úlohy so zameraním na šancu a pravdepodobnosť	43
4.1.5 Úlohy so zameraním na úsudky a argumentácie	45
4.1.6 Úlohy so zameraním na variabilitu dát (charakteristiky variability)	47
5 Tvorba didaktických testov	50
5.1 Vymedzenie pojmu „školské hodnotenie“	50
5.2 Didaktický test	51
5.2.1 Druhy didaktických testov	51
5.2.2 Vlastnosti didaktického testu	52
5.2.3 Tvorba didaktického testu	54
Záver	58
Zoznam bibliografických odkazov	59

Úvod

Pojem gramotnosť, používaný v inovovanom zmysle, je chápaný ako schopnosť žiakov aplikovať poznatky a zručnosti v kľúčových oblastiach, analyzovať, zdôvodňovať a efektívne komunikovať, ako aj predkladať, riešiť a interpretovať problémy v rozličných situáciách. Gramotnosť je vnímaná ako schopnosť žiakov používať v praktickom živote vedomosti a zručnosti získané v priebehu školskej dochádzky. Jednotlivé oblasti gramotností spolu úzko súvisia a majú vplyv na schopnosť získavania, spracovania a interpretácie informácií a následne na proces vzdelávania a na celý rad životných situácií, s ktorými sa človek bežne stretáva vrátane profesionálneho uplatnenia. Napriek tomu, že mnohé informačné zdroje často prinášajú informácie formou rôznorodých nesúvislých textov, nie každý je schopný čítať ich s porozumením a tiež oddeliť podstatné informácie od nepodstatných a interpretovať ich. Tieto informácie môžu byť interpretované formou tabuliek, grafov, schém, obrázkov, ktoré súvisia napríklad so štatistikou, pravdepodobnosťou alebo analýzou z rôznych oblastí ekonomického a spoločenského života. Podľa výsledkov medzinárodných meraní PISA sa slovenskí žiaci radia vo viacerých oblastiach meraní pod priemer krajín OECD. Navyše sa pri opakovanom meraní niektoré výsledky dokonca zhoršili. Preto je vzdelávanie zamerané na rozvoj jednotlivých gramotností stále aktuálne.

Matematické a štatistické informácie sa často vyskytujú vo forme textov, čísel, percent, grafov či tabuliek, a to v rôznych kontextoch a vzájomných kombináciách. Súvisia s bežnými aj náhodnými udalosťami a môžeme sa s nimi stretnúť nielen vo vede, ale aj v každodennom živote. To je dôvod, prečo sa náhodnosť vyskytuje v jadre matematickej analýzy mnohých problémových situácií. Matematika ako veda sa s náhodnosťou vyrovnáva prostredníctvom teórie pravdepodobnosti a štatistiky. Schopnosť aplikovať pravdepodobnosť a štatistiku v bežnom živote pri riešení reálnych situácií možno zjednodušene nazvať štatistická gramotnosť. Význam štatistickej gramotnosti v dnešnej informačnej, dynamicky sa rozvíjajúcej a meniacej sa spoločnosti narastá. Denne prichádzame do kontaktu s množstvom rôznych informácií a javov, ktoré majú premenlivú povahu. Schopnosť porozumieť štatistickým informáciám pomáha pri riešení každodenných problémov, chápaní trendov a javov spoločenskej a individuálnej dôležitosti, akými sú napríklad trendy v ekonomike, predpovedanie počasia, nehodovosti, rast alebo pokles populácie, šírenie chorôb, trendy v nezamestnanosti a pod. V neposlednom rade prispieva k ľudskej schopnosti robiť rozhodnutia v situáciách, ktoré fungujú na princípe náhody (napr. poistné udalosti, vývoj v oblasti zdravia či financií, hry alebo lotérie, pracovné príležitosti a pod.). Štatistická gramotnosť a vyučovanie štatistiky patrí vo svete k relatívne novým vzdelávacím oblastiam a neustále sa utvára a vymedzuje a hoci má miesto v štátnom vzdelávacom programe, je vnímaná skôr ako náročná, príliš abstraktná oblasť. Štatistickú gramotnosť nie je možné zredukovať len na ovládanie štatistickej terminológie, faktov, zložitých vzorcov a procedúr, zručností vo vykonávaní istých operácií a realizácii určitých postupov. Štatistická gramotnosť obsahuje tvorivú kombináciu týchto prvkov ako odpoveď na požiadavky tvorené vonkajšou situáciou. V prvom rade spočíva v schopnosti narábať so štatistickými informáciami, ktoré predstavujú čísla v určitom kontexte. Na ceste od producentov štatistických údajov smerom k príjemcom vstupujú do procesu prenosu štatistickej informácie rôzne subjekty, záujmové skupiny a médiá. Preto sa často stáva, že sú informácie prezentované spôsobom, ktorý môže zavádzať či inak meniť ich pôvodný význam. Následne na strane príjemcov štatistických informácií dochádza k vlastným interpretáciám, takže na konci

procesu prenosu informácie sa vyskytujú interpretácie interpretácií, ktoré môžu byť veľmi vzdialené od skutočnosti.

Štatistická gramotnosť v škole rozvíja schopnosť žiakov použiť poznatky zo štatistiky aj vo svojom budúcom živote, pri riešení problémov, pri narábaní s „vedeckými“ informáciami z rôznych zdrojov, ale najmä v procese vlastného rozhodovania na základe dostupných informácií, umožňuje porozumieť dostupným informáciám a celospoločenským trendom, ktoré bežný občan využíva v každodenných životných situáciách, ale aj v rámci dôležitých životných rozhodnutí.

Tento materiál je určený učiteľom základných a stredných škôl, ktorí si chcú prehĺbiť a rozšíriť základné poznatky z oblasti štatistiky, matematickej a štatistickej gramotnosti, tvorenia testových úloh a didaktického testu pre vzdelávacie oblasti rozvíjajúce matematickú a štatistickú gramotnosť. Materiál je základom pre kontinuálne aktualizčné vzdelávanie zamerané na prehĺbenie a rozšírenie profesijných kompetencií v danej oblasti.

1 Matematická a štatistická gramotnosť

Kým v minulosti bol za gramotného človeka považovaný ten, kto vedel čítať a písať, v súčasnej spoločnosti sa od gramotného človeka toho vyžaduje viac. Do pozornosti spoločnosti sa dostávajú aj ďalšie aspekty gramotnosti a síce schopnosť správne zaobchádzať s číslami, dátami, grafmi, tvarmi a pod. Od človeka sa očakáva, že sa v nich bude sám orientovať a dokáže správne hodnotiť tvrdenia z nich vychádzajúce.

Uvedené sa samozrejme odzrkadľuje aj vo vzdelávaní a vzniká tak potreba rozvíjať u žiakov schopnosť využiť poznatky z matematiky, zvlášť z oblasti štatistiky vo svojom živote, vo svoj prospech a pre aktívne začlenenie sa do spoločnosti. Možno povedať, že vzniká potreba vzdelávať gramotných žiakov v tejto oblasti.

Na vnímanie pojmu matematická gramotnosť má azda najväčší vplyv medzinárodná štúdia PISA. Matematickú gramotnosť definuje ako schopnosť jedinca rozpoznať a pochopiť úlohu matematiky vo svete, robiť zdôvodnené hodnotenia, používať matematiku v bežnom živote a zaoberať sa ňou spôsobmi, ktoré zodpovedajú potrebám života konštruktívneho, zaujatého a rozmyšľajúceho občana. V najväčšom a najkomplexnejšom medzinárodnom výskume zameranom na kompetencie dospelých PIAAC (The Program for the International Assessment of Adult Competencies) je tento pojem definovaný podobne. Popisuje matematickú gramotnosť ako schopnosť získavať, používať, interpretovať a komunikovať matematické informácie a pojmy pri riešení matematických otázok v rôznych situáciách každodenného života. Za matematicky gramotného je považovaný ten, kto správne reaguje na matematický obsah, informácie a pojmy, s ktorými sa stretáva v rôznych kontextoch každodenného života.

Môžeme teda povedať, že matematicky gramotný jedinec by mal byť schopný použiť matematiku vo svojom živote, čo si vyžaduje schopnosť modelovať reálnu situáciu. Modelovanie reálnej situácie je proces, v ktorom človek transformuje reálnu situáciu do jazyka matematiky, vyrieši ju a riešenie interpretuje v pôvodnom kontexte problému. Pri rozvíjaní tejto schopnosti je preto dôležité, aby nastolené problémy skutočne vychádzali zo situácií bežného života a aby položená otázka reprezentovala problém, ktorý by mohol niekto vo svojom živote reálne riešiť.

Snáď najväčšou zmenou vo vnímaní potreby matematiky je zmena vo vnímaní potreby rozumieť štatistickým vyjadreniam a v rámci nich aj vyjadreniam v súvislosti s pôsobením náhody. Tieto schopnosti boli v minulosti často odsúvané do úzadia a neboli považované za schopnosti, ktoré sú potrebné pre život bežného človeka. Štatistika ako taká sa v súčasnej dynamicky sa rozvíjajúcej informačnej spoločnosti stáva čoraz významnejšou. Každý deň sa stretávame s rôznymi štatistickými informáciami, v reklame („9 z 10 lekárov odporúča...“), spravodajstve („prieskum verejnej mienky ukazuje, že...“), v politike vo forme rôznych tabuliek a grafov ukazujúcich pokles cien, inflácie... a v rôznych iných javoch v spoločnosti, ako sú kriminalita, zamestnanosť, zdravotníctvo a pod. Mnohokrát sú tieto informácie použité na prekrúcanie alebo zahmlievanie skutočných údajov. Prirodzene tak vzniká potreba budovania akejsi schopnosti obyvateľov orientovať sa v týchto tvrdeniach a v rôznych štatistických informáciách a kriticky nad nimi uvažovať. Práve v spojení s týmto sa čoraz viac dostáva do popredia pojem „štatistická gramotnosť“. Pretože len štatisticky gramotný človek sa v týchto tvrdeniach a v rôznych štatistických informáciách dokáže orientovať a kriticky nad nimi uvažovať.

Pojem štatistická gramotnosť môžeme vymedziť ako schopnosť čítať a interpretovať štatistické údaje, používať základné štatistické pojmy a rozumieť ich významu, ale aj kriticky

uvažovať pri narábaní s rôznymi zobrazeniami štatistických informácií umiestnených v rozličných kontextoch. Štatistickú gramotnosť môžeme chápať aj ako spôsobilosť jedinca rozpoznať a pochopiť úlohu štatistiky vo svete, používať štatistiku a zaoberať sa ňou spôsobmi, ktoré zodpovedajú potrebám života konštruktívneho a rozmyšľajúceho občana v informačnej spoločnosti.

Milo Schield (2001) rozoznáva tri oblasti štatistickej gramotnosti:

- založenú na náhode,
- založenú na korelácii,
- založenú na klame.

Štatistická gramotnosť založená na náhode

Náš život je v značnej miere ovplyvňovaný náhodou. Stretávame sa s ňou v každodennom živote, v obchode (kupujeme výrobky, hoci nevieme, či spĺňajú naše požiadavky na kvalitu), v cestovaní (používame lietadlo ako cestovný prostriedok, hoci vieme, že môže havarovať), v zdravotníctve (užívame liek, i keď nie je zaručené, že bude účinný), v manželstve (nie je isté, či sa naše manželstvo nerozpadne), v médiách (poskytujú nám akoby presné informácie, ale v skutočnosti nám môžu vnucovať skreslený pohľad). Náhoda je to, čo náš život spája s neistotou, preto ju potrebujeme skúmať a snažiť sa porozumieť, ako pôsobí v množstve rôznych situácií.

Problémom pri chápaní náhody a náhodnosti v živote je fakt, že aj keď sa základné princípy náhodnosti odvodzujú z logiky každodenného života, mnohé z dôsledkov týchto princípov našej intuície odporujú. Naše myslenie, intuícia a logika sú nastavené akoby úplne opačne. A práve intuíciu často pri rozhodovaní používame. Vezmime si taký základný náhodný pokus, akým je hod mincou. Na prvý pohľad sa môže zdať, že okolo hodu mincou je všetko známe. Hodíme mincou, môže padnúť líce alebo rub. Ak je minca spravodlivá, každý z týchto výsledkov nastane s 50 % pravdepodobnosťou. Ak vyhodíme mincu 100-krát, približne 50-krát padne líce a približne 50-krát padne rub. Ale zamyslime sa, ak vyhodíme mincu 5-krát a 5-krát padne rub, čo padne v šiestom hode? V odpovediach na túto otázku by ste určite našli aj tieto: „*Už musí padnúť líce, veď predsa padajú rovnako často.*“ Alebo: „*Určite padne rub, na tejto minci asi stále padá rub a líce nikdy nepadne.*“ Častým zdrojom mylných záverov podľa našej intuície sú vyjadrenia súvisiace s podmienenou pravdepodobnosťou. Predstavte si situáciu, že ste museli kvôli nejakým povinnostiam na poslednú chvíľu odmietnuť vopred dohodnuté stretnutie s vaším známym či známou. Ale potom zrazu táto známa príliš často nedvíha telefón, a ak zodvihne, tvrdí, že má veľa práce alebo že sa jednoducho nemôže stretnúť. Napriek tomu ju potom vidíte prechádzať sa v nákupnom centre. Takmer všetci by sme hneď usúdili, že je určite urazená kvôli nášmu odmietnutiu a odpoveď „veľa práce“ je len výhovorka. Ale vy neviete, že v práci majú naozaj teraz veľa úloh a aj spomínaná návšteva nákupného centra bola len kvôli nákupu vhodných šiat na firemnú oslavu. Mysleli by sme si, že je oveľa väčšia pravdepodobnosť, že sa takto správa, ak je urazená, ako keď nie je. Ktorú pravdepodobnosť vyjadruje tento príbeh? Pravdepodobnosť, že je známa urazená, ak sa takto správa, alebo pravdepodobnosť, že sa takto správa, ak je urazená? Sú tieto dve pravdepodobnosti rovnaké a možno ich zameniť? Ktorá z nich je väčšia?

Takmer každý z nás použije pri uvažovaní druhú zo spomínaných pravdepodobností a pri uvažovaní zistí, že naozaj je oveľa väčšia pravdepodobnosť, že sa takto správa, ak je urazená. Čo je aj pravda, ale nie v tejto situácii. Použitie takto formulovanej pravdepodobnosti vychádza z toho, že kamarátka je istotne urazená a zisťujeme pravdepodobnosť jej správania. Naša opisovaná situácia je situácia, keď máme dané nejaké správanie a zisťujeme pravdepodobnosť urazenia. Uvedené dve pravdepodobnosti vychádzajú každá z iných predpokladov, to znamená, že ich ani nemožno

zamieňať. Práve z tohto omylu, mylnej predstavy o možnosti zamenenia daných pravdepodobností pramení podstata chybného uvažovania v súvislosti s podmienenou pravdepodobnosťou. Uvedený nedostatok v používaní podmienenej pravdepodobnosti môže mať oveľa závažnejší rozmer, ak sa ho dopustíme my alebo nejaký lekár pri interpretovaní prognóz závažného ochorenia na základe výsledkov testu. Takéto zámeny mali v minulosti negatívny dopad v americkom súdnictve. Vzhľadom na to, že v súdnych sporoch je porota zložená z bežných občanov, nachádzajú tu veľké uplatnenie zavádzajúce, na prvý pohľad pravdivé a logické argumenty a tvrdenia (označované aj ako žalobcov klam). Niekoľko najznámejších súdnych prípadov, pri ktorých zapracoval „ľudský faktor“ a vnímanie náhody uvádza L. Mlodinow v publikácii *Život je jen náhoda* (2009).

Omyly v ľudskom uvažovaní sa stali základom práce psychológa Daniela Kahnemana, ktorý neskôr spolupracoval s Amosom Tverským. Kahneman vedel, že ľudia používajú pri svojich rozhodnutiach isté postupy, ako si zjednodušiť rozhodovanie a práve intuitívna predstava o pravdepodobnosti zohráva v týchto rozhodnutiach veľkú rolu. Na uvedené sa bližšie pozrieme v časti venovanej tzv. heuristikám (mentálne skratky, ktoré uľahčujú kognitívne procesy pri rozhodovaní).

So štatistickou gramotnosťou založenou na náhode súvisí aj pochopenie javu, keď sa štatisticky významné vzťahy môžu stať štatisticky nevýznamnými, ak vezmeme do úvahy vplyv ďalšieho súvisiaceho faktora (napr. so stúpaním predaja zmrzlín v meste stúpa aj počet nehôd – na obe vplýva počet obyvateľov). Tohto sa týka aj tzv. Simpsonov paradox, v ktorom ide o porovnanie úspešnosti nejakých dvoch skupín vo viacerých obdobiach, pričom v každom období je úspešnejšia prvá skupina, hoci celkovo je úspešnejšia druhá skupina. Napr. úspešnosť liečby nejakej choroby klasickou a alternatívnou liečbou (tabuľka 1).

Tab. 1 Simpsonov paradox

	<i>Začiatkové štádium</i>		<i>Pokročilé štádium</i>		<i>Celkovo</i>	
<i>Klasická</i>	78/85	91,8 %	114/268	42,6 %	192/353	54,4 %
<i>Alternatívna</i>	234/270	86,7 %	24/83	28,9 %	258/353	73,1 %

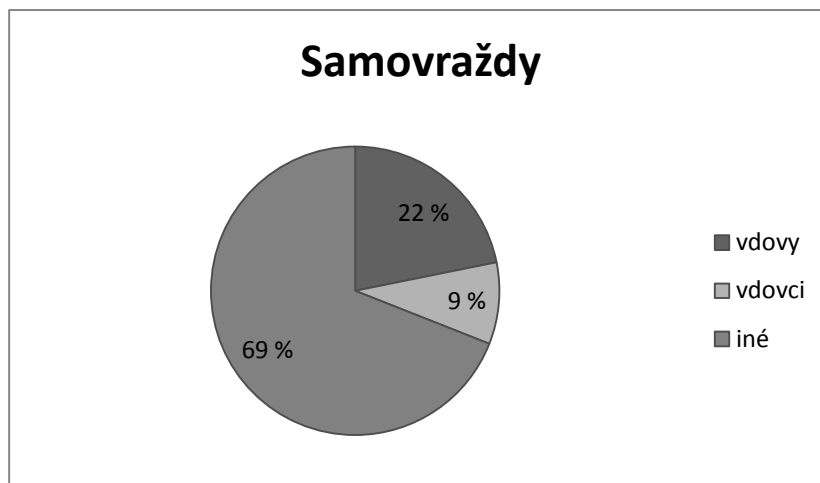
Nesprávnou interpretáciou výsledkov uvedených v tabuľke 1 je interpretácia, že alternatívny spôsob liečby je úspešnejší pri liečení choroby. Pri porovnaní úspešnosti liečby, zvlášť pre začiatkové štádium a zvlášť pre pokročené štádium, je úspešnejší klasický spôsob liečby. Paradox je spôsobený tým, že alternatívna liečba sa viac používala pri liečbe choroby v začiatkovom štádiu a pravdepodobnosť vyliečenia choroby je viac ovplyvnená jej štádiom ako použitou metódou.

V súvislosti so štatistickou gramotnosťou založenou na náhode možno tiež hovoriť o vyjadreniach týkajúcich sa pravdepodobnosti zriedkavých udalostí (100-ročná voda, najmenšie zrážky...).

Štatistická gramotnosť založená na korelácii

Do tejto oblasti štatistickej gramotnosti možno zahrnúť schopnosť práce s percentami, ale nielen ich výpočet, ale hlavne rozoznávanie, čo je celok a čo je časť.

V súvislosti s tým zaradujeme sem aj čítanie a interpretovanie rôznych tabuliek a grafov (nielen s percentami). Napr. graf 1.



Obr. 1 Graf – samovraždy

Všetky samovraždy tvoria 100 %. Z nich je percento vdov, ktoré spáchali samovraždy väčšie ako percento vďovcov, ktorí spáchali samovraždy. Pretože dan  percentá nezohľadňujú celkový počet vdov a vďovcov, t to rozdielnosť v počte percent nemusí znamenať, že ženy (vdovy) nesú stratu manžela ťažšie, a teda sú náchylnejšie spáchať samovraždy ako muži (vďovci).

Na spr vn  interpretáciu grafu nemáme dostatok potrebných údajov. Tak to neúplnosť informácií môžeme sledovať pomerne často, a to či uŹ preto, že nie sú uvedené zámerne, alebo práve z dôvodu nedostatočnej štatistickej gramotnosti.

V kontexte so správnym  itan m grafov je d leŹit  aj pochopenie rozdielu medzi vzťahom a pr  innosťou.

- A: Mladistv , ktorí viac pozerajú TV násilie, častejšie vykazujú asoci ln  správanie.
- B: TV násilie je pozitívne asociovan  s asoci lnym správaním.
- C: Ak by mladistv  pozerali menej násilia, vykazovali by menej asoci lnego správania.

(A – vzťah, B – vzťah, C – príčinnosť; neplatí B je pravda aj C musí byť)

Štatistick  gramotnosť založen  na klame

T to oblasť v sebe zahŕňa štatistick  gramotnosť v zmysle kritického uvaŹovania o štatistických vyjadreniach (K šov  2011). Teda rozoznávanie pravdivých tvrdení, poloprávd a zavádzajúcich tvrdení, nepravdivých tvrdení, ktoré sú predkladan  a v rámci uvaŹovania nad týmito závermi, kladenie spr vn ch otázok nab daj cich k zisteniu podmienok pravdivosti vyjadrenia. Pre lepšiu predstavu zmyslu pomenovania „polopravda“ uvedieme nasledovn  príbeh zo Źivota:

V škole udrie Janko spoluŹiaka, ktor  mu  der vráti. Pani u  itelka to videla a Jankovi napísala poznámku: „Váš syn sa bil so spoluŹiakom“. Otec sa ho doma op ta, čo sa stalo, a Janko mu odpovie: „SpoluŹiak ma udrel.“ Klamal Janko svojmu otcovi? Neklamal, povedal len polopravdu. Janko totiž zaml al, že bitku začal on.

Ako vidno z príbehu alebo ako intuitívne cítime, kľu kovanie pomocou štatistiky (polopravdy v štatistike) je rozdielne od klamania pomocou štatistiky. Inou kategóriou sú  itateľsk  chyby.  itateľsk mi chybami rozumieme vlastn  chyby čitateľa sp soben  nedostatočnými matematickými vedomosťami alebo nepozorn m  itan m úplnej, presnej a jednoznačnej štatistickej informácie. Polopravdy vznikajú úmyselným alebo neúmyselným zaml an m niektorého d leŹit ho údaja alebo prekr ten m skutočných výsledkov. T m pri interpretácii konečným prijímateľom vzniká veľk 

priestor na nejednotný výklad. Vďaka tomu často aj my samotní označujeme mnohé štatistické vyjadrenia a výsledky prieskumov za klamstvá alebo ich naopak nekriticky prijímame, ale veľakrát ide „len“ o polopravdy. Tento unáhlený názor môže byť spôsobený tým, že si pri spracovávaní významu vyjadrenia mnohé veci či už svojvoľne domyslíme, alebo sa jednoducho nad niektorými skutočnosťami nezamýšľame.

Jedným z mnohých zdrojov nekorektných vyjadrení sú rôzne prieskumy a ankety. Dôvodom môže byť spôsob kladenia otázok. Nedávno sa stal takýto prípad v Bratislave, kde boli aj kvôli tendenčne kladeným otázkam (tzn. navádzajúcim na želanú odpoveď) spochybnené výsledky prieskumu spoločnosti Metro Bratislava, týkajúce sa záujmu obyvateľov o električku v mestskej časti Petržalka. Uvedieme jednu z otázok prieskumu:

„Cesta električkou je približne o tretinu rýchlejšia ako autobusom. Keď budete mať možnosť cestovať z Petržalky električkou, využili by ste túto možnosť MHD?“

☐ Áno ☐ Nie

Je jasne vidieť, že otázka je formulovaná tak, aby navádzala na kladnú odpoveď. Iným spôsobom kladenia tendenčných otázok môže byť škála ponúkaných odpovedí. Napr.:

Pracovník mi bol vždy ochotný poradiť.

☐ Silno súhlasím ☐ Úplne súhlasím ☐ Súhlasím ☐ Neviem ☐ Nesúhlasím

Vzhľadom na to, že škála ponúka tri kladné odpovede a len jednu zápornú, je vidieť, že nabáda odpovedať kladne. Samozrejme, výsledky takéhoto prieskumu alebo ankety nie sú relevantné. S prieskumom alebo anketou súvisí aj mäťúca interpretácia ich výsledkov. Nasledovný príklad ilustruje jednu z možností takejto interpretácie:

V Nitrianskom kraji bol uskutočnený prieskum, ktorého cieľom bolo zistiť, či sú vodiči spokojní s prácou cestárov v zimnom období. Výsledky hovoria, že až 65 % percent opýtaných si myslí, že cestári túto zimu zvládli na 8 bodov z celkovej 10-bodovej škály, pričom 10 bodov predstavovalo najväčšiu spokojnosť. V celoslovensky distribuovaných novinách sa objaví titulok: „Podľa prieskumu zvládli cestári minulú zimu na 8 bodov z 10“. Je táto informácia klamstvo? Je to pravda? Odpoveďou je, že je to polopravda. Titulok totiž neprávom zovšeobecňuje výsledky Nitrianskeho kraja pre celé Slovensko. Mnohí čitatelia nekriticky prijmú túto informáciu bez akýchkoľvek pochybností a mnohí ju zavrhnú ako klamstvo. Len štatisticky gramotný čitateľ najskôr hľadá odpovede na otázky: „Kde bol uskutočnený tento prieskum, aký bol výber respondentov a koľko percent respondentov si to myslí?“ a až na základe odpovedí na ne si interpretuje daný titulok. Výsledky a závery niektorých prieskumov sú často buď zámerne, alebo nechtiac zle prezentované, prípadne nami pochopené ako výsledky platné pre celú populáciu. Podobne je to aj s rôznymi politickými reláciami, ktoré umožňujú zavolať alebo poslať SMS ako vyjadrenie sympatie, resp. nesympatie voči prítomnému politikovi. Konečný výsledok hlasovania vytvára u mnohých divákov mylnú predstavu o obľúbenosti, resp. neobľúbenosti politika v rámci celého obyvateľstva. Táto chyba v prezentácii alebo interpretácii výsledkov prieskumu či ankety spočíva v nereprezentatívnosti výberu.

Ďalším a určite nie zanedbateľným zdrojom polopráv, resp. nepresných a zavádzajúcich vyjadrení sú reklamy, ktoré využívajú štatistické vyjadrenia ako podporu predajnosti svojho výrobku, napr. presnosť tehotenského testu. Väčšina výrobcov sa snaží predajnosť podporovať vyjadreniami o čo najvyššej presnosti testu. Niektorí uvádzajú presnosť až 99,9 %, ale väčšinou sa v rôznych reklamách hovorí o presnosti 97 % – 99 %. Vezmime si napr. presnosť 99 %. Čo táto informácia vlastne vyjadruje? 99 % žien s pozitívnym výsledkom sú skutočne tehotné alebo u 99 %

tehotných žien ukáže test pozitívny výsledok? Niektorí by si mohli myslieť, že presnosť 99 % znamená, že 99 % žien, ktorým ukáže test pozitívny výsledok, sú skutočne tehotné a 1 % žien, ktorým ukáže test pozitívny výsledok, nie sú tehotné (falošná pozitívnosť). Ak sa nad touto interpretáciou zamyslíme, zistíme, že to by ale znamenalo, že ak otestujeme skupinku žien, z ktorých je veľmi nízky počet tehotných (napr. 1 zo 100), potom 50 % žien s pozitívnym výsledkom testu by bolo falošne pozitívnych. Ako je to možné pri tak veľkej presnosti? Pretože presnosť 99 % znamená presnosť v potvrdení nejakej skutočnosti, tzn. že 99 % tých žien, ktoré sú skutočne tehotné, ukáže test aj pozitívny výsledok. Prvé vysvetlenie presnosti je presnosť v predpovedaní a tá, ako sme ukázali, určite nie je 99 %. Preto samotné vyjadrenie „presnosť X %“ je zavádzajúce a môžeme ho teda označiť ako polopravdu (Košová 2014).

Z uvedeného jasne vidieť, že schopnosť kriticky uvažovať nad štatistickými vyjadreniami, schopnosť im rozumieť a interpretovať ich a na základe toho sa správne rozhodovať v situáciách bežného života (voľby, dôveryhodnosť reklamy, lekárske odporúčania a iné) možno považovať za nevyhnutnosť. Preto je potrebné tieto schopnosti rozvíjať neustále, kontinuálne, už od základnej školy (dôraz na aktívne získavanie empirických údajov a na úlohy s kontextom z reálneho života). Už na konci 90. rokov aj H. G. Wells vyhlásil, že štatistické myslenie bude jedného dňa rovnako potrebné pre aktívne občianstvo ako schopnosť čítať alebo písať (In: Watson 2008).

1.1 Úrovne štatistickej gramotnosti

Aj v prípade štatistickej gramotnosti môžeme uvažovať o miere alebo úrovniach schopností jedincov vo vzťahu k štatistickej gramotnosti. Popisom týchto úrovní sa už v roku 2003 zaoberala Jane Watson.

Úroveň 1. *Osobité pochopenie*

Táto najnižšia úroveň je charakteristická nízkym prepojením uvažovania žiaka s kontextom úlohy. Svoje odpovede na otázky tvorí na základe svojich skúseností, z osobného a neštatistického pohľadu. V oblasti grafov a tabuliek sú žiaci na tejto úrovni úspešní v čítaní bežných grafov a tabuliek. V úlohách týkajúcich sa náhodného výberu inklinujú k odpovediam prezentujúcim ich vlastný postoj. V oblasti pravdepodobnosti sú pre žiakov na tejto úrovni typické odpovede založené na nevhodných predpokladoch. Napríklad odpoveď *bude to dievča, pretože aj pani učiteľka je dievča* na otázku *koho pani učiteľka náhodne vyberie s najväčšou pravdepodobnosťou, chlapca alebo dievča?* (žiak vie počet dievčat a chlapcov). V úlohách, ktoré si vyžadujú tvorbu úsudkov, resp. argumentáciu si žiaci vytvárajú vlastné príbehy, ktoré používajú ako argument svojej odpovede založenej na osobnom názore.

Úroveň 2. *Neformálne pochopenie*

Hoci žiaci na tejto úrovni už spájajú svoju odpoveď s kontextom úlohy, stále sú ich odpovede založené viac na intuitívnych, neštatistických presvedčeniach alebo sa zakladajú na irelevantných aspektoch. V úlohách, v ktorých ide o výber najvhodnejšej vzorky pre daný prieskum, majú tendenciu odpovedať „ľudia, ktorých stretnem“ alebo „hocikto“ bez zváženia potreby výberu reprezentatívnej vzorky. Žiaci na tejto úrovni sú úspešní v úlohách z oblasti grafov a tabuliek, kde sa od nich vyžadujú jednoduché výpočty či porovnanie údajov. V úlohách zameraných na priemer majú tendenciu priemer vnímať ako najvhodnejšiu hodnotu, teda v niektorých prípadoch skôr ako medián. V oblasti pravdepodobnosti vnímajú v porovnaní s predchádzajúcou úrovňou viac náhodu,

ich odpovede sú založené hlavne na myšlienke „všetko sa môže stať“. Úsudky a argumenty predstavujú aj na tejto úrovni skôr vlastné vymyslené príbehy, napr. Tomáš príde pešo, lebo rád chodí pešo.

Úroveň 3. *Nekonzistentné pochopenie*

Na tretej úrovni sa u žiakov prejavuje väčšie vnímanie spojitosti s kontextom úlohy. Štatistické myšlienky reprezentujú skôr kvalitatívne ako kvantitatívne. V oblasti grafov a tabuliek dokážu vnímať informácie viac kompaktne, nie sú schopní úplne vnímať závislosti. Priemer vnímajú žiaci podobne ako v predchádzajúcej úrovni, pri výbere odpovede sú schopní často vybrať správnu. V oblasti pravdepodobnosti zväčša pokračujú odpovede založené na myšlienke „všetko sa môže stať“. Žiaci na tejto úrovni dokážu správne vytvoriť určitý úsudok, nevedia ho správne argumentovať, ďalej používajú vlastné príbehy. Začínajú vnímať pojem variabilita, ale skôr kvalitatívne ako rôznorodosť napríklad farieb, zmrzlín a pod.

Úroveň 4. *Konzistentné nekritické pochopenie*

Žiaci vnímajú kontext úlohy, no v mnohých kontextoch je ich vnímanie stále nekritické. Pri výbere vhodnej vzorky majú tendenciu prikláňať sa k reprezentatívnej vzorke skôr ako k náhodnej. Úspešnosť odpovede žiakov v úlohách zameraných na grafy a tabuľky je veľmi závislá od kontextu úlohy. Žiaci na tejto úrovni štatistickej gramotnosti vnímajú priemer algoritmicke, sú schopní vypočítať priemernú hodnotu, ale bez vnímania vplyvu odľahlých hodnôt. Pri vytváraní úsudkov a argumentácií odpovedajú žiaci úspešne, nevedia stále nájsť podstatný argument pre svoju odpoveď, i keď tento sa v ich argumentoch objavuje. Variabilitu v dátach začínajú vnímať ako zmenu, napr. počasie môže byť variabilné.

Úroveň 5. *Kritické pochopenie*

V prvej z dvoch najvyšších úrovní štatistickej gramotnosti sú žiaci schopní kritického pohľadu na tvrdenie a informácie. V pravdepodobnosti sa pri výbere vhodnej vzorky vyskytuje už spojenie reprezentatívnosti výberu s náhodným výberom. Pri práci s grafmi a tabuľkami sú schopní načrtnúť vhodný graf podľa požiadaviek a vidia závislosti a súvislosti v údajoch. Žiaci už rozlišujú medzi mediánom a priemerom a sú schopní ich nájsť pre daný súbor dát. V oblasti pravdepodobnosti dokážu robiť správne odhady pravdepodobnosti nastania daných udalostí a rozoznávajú rozdiel medzi pravdepodobnosťou, že žena je učiteľka, a pravdepodobnosťou, že učiteľka je žena. V úlohách, v ktorých ide o variabilitu dát a posúdenie možnosti ďalšieho výsledku náhodného procesu, používajú samostatne slová ako „skôr to bude...“, „pravdepodobne sa stane...“.

Úroveň 6. *Kritické matematické pochopenie*

Žiaci sú schopní naplno vnímať aspekt neurčitosti pri vytváraní určitých predpovedí, veľmi jemné odchýlky vo vyjadrovaní v rôznych kontextoch a iné. Pri rozhodovaní o vhodnosti výberu používajú spojenie náhodného a reprezentatívneho výberu. V grafoch dokážu identifikovať chyby a vzájomne pracovať s viacerými zobrazeniami dát. V oblasti priemeru vnímajú vplyv odľahlých hodnôt. Svoje vyjadrenia v oblasti pravdepodobnosti dokážu zdôvodniť použitím argumentov založených na kvantite. Ich odhady nasledujúcich udalostí preukazujú jemné odchýlky v uvažovaní

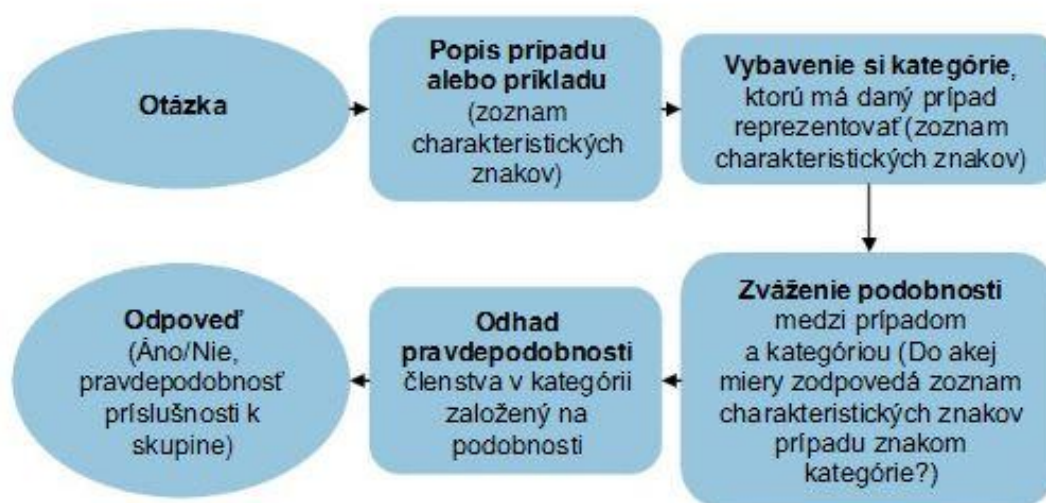
v rôznych situáciách. Žiaci kladú vhodné otázky pri zaujatí kritického postoja k predkladaným dátam a informáciám.

1.2 Heuristiky

Rozhodovanie človeka v situáciách, v ktorých pôsobí náhoda, teda rozhodovanie za neurčitosti, je v značnej miere ovplyvnené našim myslením, našou intuíciou a našou predstavou o fungovaní sveta. Mentálne skratky, ktoré „uľahčujú“ kognitívne procesy pri rozhodovaní, sa nazývajú heuristiky. Tieto mentálne skratky nemusia vždy nutne viesť k nesprávnym záverom, práve naopak, pri správnych intuitívnych predstavách sú užitočné a často vedú k správnym záverom. Subjektívne posúdenie pravdepodobnosti nastania určitej udalosti sa podobá subjektívnemu odhadu fyzikálnych veličín ako vzdialenosť alebo veľkosť. A rovnako ako pri odhadovaní vzdialenosti môže byť tento odhad ovplyvnený tým, ako jasne je objekt znázornený (čím jasnejšie, tým sa javí bližšie), tak aj pri odhade istého počtu, respektíve odhade pravdepodobnosti či šance nastania určitej udalosti je možné určiť postupy, ktoré človek podvedome používa, tzv. heuristiky. Možno hovoriť o troch heuristikách:

➤ Heuristika reprezentatívnosti

Reprezentatívnosť – stupeň súladu medzi vzorkou a populáciou. Odhadujeme pravdepodobnosť príslušnosti javu či predmetu k určitej skupine či kategórii na základe toho, do akej miery sa približuje našej predstave reprezentatívneho člena skupiny.



Obr. 2 Znáznornenie heuristiky reprezentatívnosti

Experiment

„Lenka (32) je veľmi inteligentná, ale aj pomerne sebavedomá – nikdy jej preto nerobilo problémy viesť ľudí. Keďže vyniká v plánovaní a organizovaní, dúfala, že nájde zamestnanie v jednej z veľkých medzinárodných firiem.“

Zoradte udalosti podľa pravdepodobnosti ich nastania.

- A. Lenka je sekretárka.
- B. Lenkiným koníčkom je šach.

- C. Lenka má rada horolezectvo.
- D. Lenka je manažérka, ktorej koníčkom je golf.
- E. Lenka je manažérka, ktorej koníčkom je šach.
- F. Lenka je manažérka.

Príbeh, ktorý predchádza týmto tvrdeniam, je natoľko silný, že ovplyvní uvažovanie každého z nás a zrazu akoby neexistovali zákonitosti pravdepodobnosti (*pravdepodobnosť, že nastanú dve udalosti, nemôže byť nikdy väčšia ako pravdepodobnosť, že každá z nich nastane samostatne*).

Okrem vplyvu silného príbehu, ktorý v nás môže vyvolať opísané predstavy, ovplyvňuje človeka pri rozhodovaní aj sila typického scenára. Isté zoskupenie či následnosť udalostí je totiž ľudskej intuícii bližšia ako iná, čo vedie k nadhodnoteniu pravdepodobnosti ich nastania.

Heuristiky reprezentatívnosti sa týkajú aj ďalšie postupy, intuitívne predstavy, ktoré pri rozhodovaní používame. Napríklad používanie tzv. zákona malých čísel. Tento si človek podvedome odvodí zo zákona veľkých čísel, ktorý v teórii pravdepodobnosti skutočne platí. Zákon veľkých čísel približne hovorí, že pri mnohonásobnom opakovaní určitého experimentu sa bude priemer výsledkov získaných z veľkého množstva pokusov s rastúcim počtom pokusov približovať k očakávanej hodnote, tak, ako ju môžeme matematicky vyjadriť. Ľudská intuícia nám pri rozhodovaní často vraví, že zákon veľkých čísel sa vzťahuje aj na malé vzorky. Heuristika reprezentatívnosti slúži aj ako základ pre tzv. metódu podmieneného ohodnocovania, keď zanedbávame množstvo a naše rozhodnutie podmieňujeme predstave jedného konkrétného zástupcu.

Experiment

Dvomi skupinám osôb (A a B) boli prezentované nasledovné hypotetické situácie (skupine osôb A len situácia A, skupine osôb B len situácia B) a položená rovnaká otázka.

A: „Predstavte si, že istá skupina vytvorila iniciatívu, ktorej uskutočnením by bolo **2 000** túlajúcich sa zvierat po slovenských mestách ušetrených od utratenia a bola by im dopriata starostlivosť v útulkoch.“

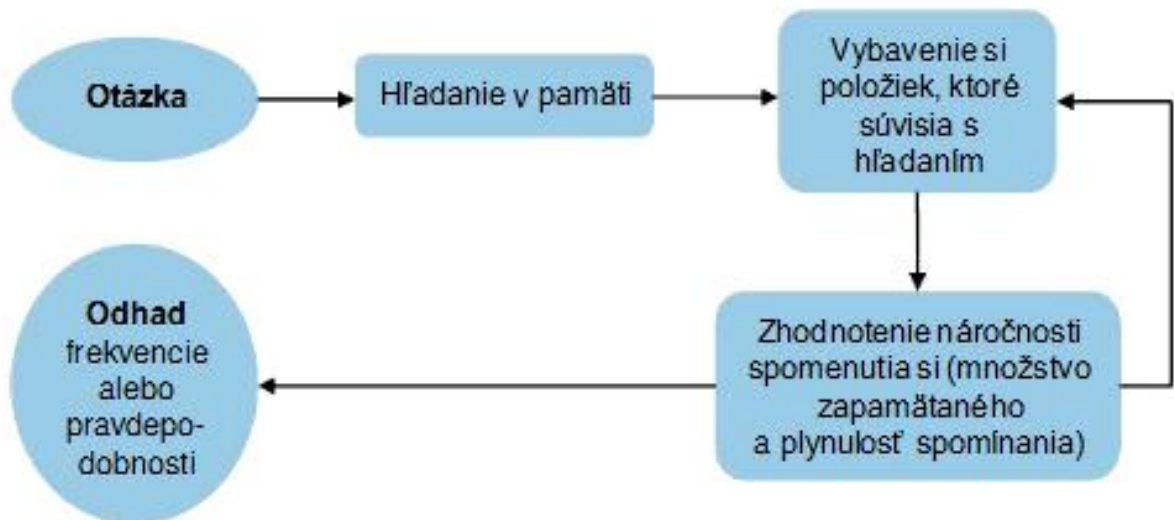
B: „Predstavte si, že istá skupina vytvorila iniciatívu, ktorej uskutočnením by bolo **200** túlajúcich sa zvierat po slovenských mestách ušetrených od utratenia a bola by im dopriata starostlivosť v útulkoch.“

Otázka: „Aké percento z vašich daní by ste tejto iniciatíve venovali, ak by ste o tom mohli rozhodnúť vy?“

Výsledkom experimentu bolo, že respondenti v skupine A by v priemere venovali 10,43 % daní a respondenti v skupine B 9,42 % daní. Uvedené tak vôbec nekorešponduje s pomerom zachránených zvierat v iniciatíve A a v iniciatíve B. Rozhodnutie respondentov bolo založené na konkrétnej predstave jedného trpiaceho zvierťa a tým, koľko sú ochotní venovať na jeho záchranu.

➤ Heuristika dostupnosti

Pri využívaní heuristiky dostupnosti dochádza k odhadovaniu pravdepodobnosti výskytu udalosti na základe ľahkosti, s akou si dokáže človek v mysli vybaviť príklady nastania tejto udalosti.



Obr. 3 Znáznornenie heuristiky dostupnosti

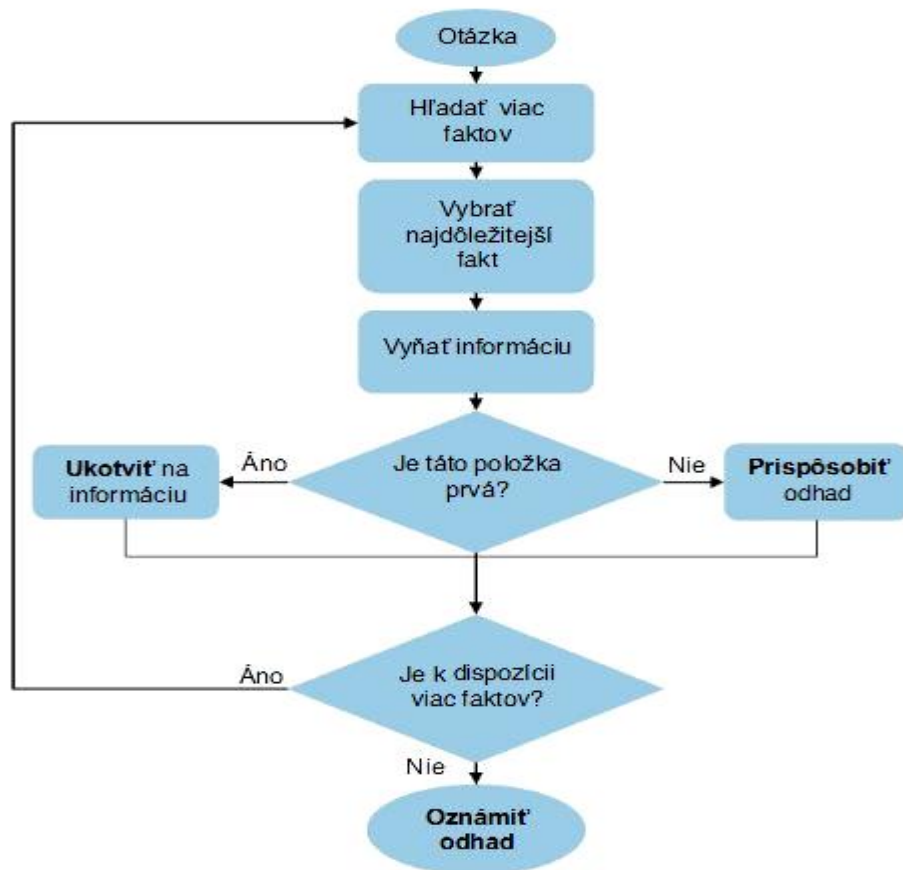
Experiment 1

Predstavte si, že náhodne vyberieme slovo z anglického textu. Je pravdepodobnejšie, že toto slovo sa začína písmenom K, alebo že písmeno K je tretie písmeno v tomto slove?

V experimente uviedlo odpoveď „pravdepodobnejšie je, že K je na prvej pozícii“ až 105 zo 152 opýtaných. Ľahšie si totiž vybavíme v pamäti slovo začínajúce na písmeno K ako slovo, ktoré má písmeno K na treťom mieste. I keď v skutočnosti je viac anglických slov, ktoré majú písmeno K na treťom mieste.

➤ Ukotvovanie a prispôsobovanie

V situáciách, keď odhadujeme určité množstvá či počty bez toho, aby sme mali relevantné informácie či vedomosti potrebné na správny odhad, využívame asociácie, ktoré často s nastaním udalosti nesúvisia, ale v našej mysli sú s ňou asociované. Možno povedať, že svoj odhad ukotvíme o „prvú“ informáciu v našej mysli.



Obr. 4 Znáročenie heuristiky ukotčovania a prispôsobovania

Experiment 2

V experimente z roku 1974 mali respondenti odpovedať na otázku, aké je percentuálne zastúpenie afrických krajín v OSN. Predtým bolo roztočené „koleso šťastia“, ktorého obvod lemovalo pole čísel. Pokus bol zmanipulovaný tak, aby pri polovici zúčastnených ukázala ihla na hodnotu 65 a pri druhej polovici na číslo 10. Účastníkom bola následne položená otázka, či je toto percento väčšie alebo menšie ako 65 %, respektíve 10 %.

Z vyhodnotenia odpovedí respondentov bolo zistené, že v skupine „65“ bol medián odhadov 45 % a v skupine „10“ bol medián odhadov 25 %. Odhad respondentov v skupinách tak bol zjavne ovplyvnený hodnotou, ktorú im ukázalo koleso šťastia.

Uvedené heuristiky používa pri rozhodovaní azda každý z nás. Vďaka akceptovaniu ich existencie a ich poznaniu je možné zabrániť ich negatívnemu vplyvu pri rozhodovaní.

2 Teoretické východiská

Ako sme už načrtli, aj keď je možné vnímať štatistickú gramotnosť ako oblasť založenú na intuíciiach, tieto je nutné opierať o teoretické základy z teórie pravdepodobnosti a štatistiky, ktorou sa zaoberá mnoho autorov (napr. J. Chajdiak, E. Rublíková, M. Gudába – Štatistické metódy v praxi, P. Oršanský – Základy matematickej štatistiky alebo L. Cyhelský – Úvod do teórie štatistiky). V oblasti štatistickej gramotnosti je totiž možno viac ako v iných oblastiach nutné používať úplne presné formulácie. Množstvo dezinformácií, chybných, nepresných či neúplných interpretácií štatistických vyjadrení či iných udalostí súvisiacich s náhodou vychádza z nepresných formulácií. Teória je spracovaná podľa Watsona (1997).

2.1 Základy pravdepodobnosti

Základné pojmy

Medzi základné pojmy pravdepodobnosti patria:

- **Náhoda:** pod náhodou možno rozumieť množstvo drobných faktorov, ktoré sa nedajú identifikovať. Keď tieto faktory pôsobia na priebeh reálneho procesu, jeho výsledok je neistý a hovoríme, že výsledok závisí od náhody.
Keď chceme hovoriť o pravdepodobnosti udalosti, **musí jej nastanie závisieť od náhody**.
- **Náhodný pokus:** reálny proces, ktorého výsledok nie je jednoznačne určený podmienkami, za ktorých sa uskutočňuje.
- **Náhodný jav (náhodná udalosť):** overiteľné tvrdenie o výsledku náhodného pokusu.
- **Elementárne javy** alebo elementárne udalosti: najjemnejšie výsledky náhodného pokusu, o ktorých ešte potrebujeme v danej situácii uvažovať.
- **Priestor elementárnych javov:** množina výsledkov náhodného pokusu, označuje sa Ω .
- **Istý jav (istá udalosť):** jav, ktorý nastáva pri každej realizácii náhodného pokusu.
- **Nemožný jav (nemožná udalosť):** jav, ktorý pri realizácii daného náhodného pokusu nemôže nikdy nastať.

Ak náhodný jav A nastáva pri danom výsledku náhodného pokusu, hovoríme, že tento **výsledok je priaznivý** náhodnému javu A. Teória pravdepodobnosti skúma **hromadné náhodné pokusy (procesy)**, to znamená, že daný pokus je možné za rovnakých podmienok neobmedzene opakovať.

Príklad:

Náhodný pokus: Hod hracou kockou

Náhodná udalosť A: padne párne číslo

Priestor elementárnych javov: padne číslo jeden, padne číslo dva, padne číslo tri, padne číslo štyri, padne číslo päť

Istý jav (udalosť): padne číslo menšie ako osem

Nemožný jav (udalosť): padne číslo nula

Nech udalosť A je jednou z možností, ktorá môže nastať pri uvažovanom náhodnom pokuse. Ak tento pokus vykonáme viackrát, udalosť A v niektorých prípadoch nastane a v niektorých

nenastane. Ak pokus vykonáme n -krát a udalosť A nastane k -krát, podiel $\frac{k}{n}$ nazývame **relatívna početnosť udalosti A** .

Pravdepodobnosť (štatistický prístup)

Pravdepodobnosť náhodného javu A je číslo, okolo ktorého kolíšu relatívne početnosti tohto javu počítané pri veľkom počte nezávislých opakovaní daného náhodného pokusu.

Výrok „pravdepodobnosť, že pri hode mincou padne znak, je $\frac{1}{2}$ “ tak vyjadruje naše očakávanie, že pri realizácii veľkého počtu hodov približne v polovici z nich padne znak. Neočakávame, že to bude presne polovica pokusov, očakávame, že relatívna početnosť (počet padnutí znaku/počet pokusov) sa od hodnoty $\frac{1}{2}$ nebude veľmi líšiť.

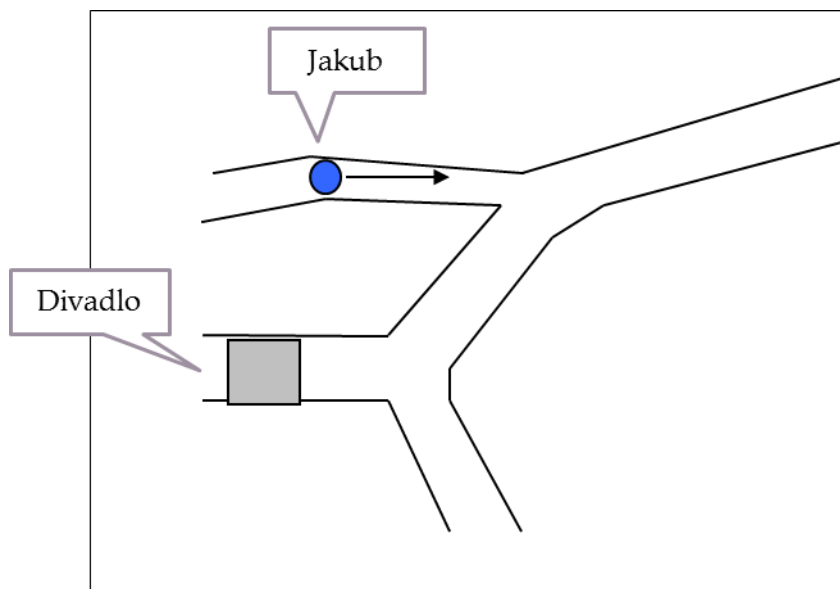
Klasická pravdepodobnosť (Laplaceova schéma)

Ak možno každej z elementárnych udalostí $\omega_1, \dots, \omega_n$ priradiť rovnakú pravdepodobnosť $\frac{1}{n}$, potom pravdepodobnosť udalosti A , ktorej sú priaznivé elementárne udalosti $\omega_1, \omega_2, \omega_3$, dostaneme ako

$$P(A) = \sum_{i=1}^3 p(\omega_i) = \frac{1}{n} + \frac{1}{n} + \frac{1}{n} = \frac{3}{n}$$

Zovšeobecnenie: Pravdepodobnosť náhodného javu A možno vypočítať ako podiel počtu výsledkov priaznivých javu A a počtu všetkých možných výsledkov za predpokladu, že množina všetkých možných výsledkov je konečná a každý z výsledkov má rovnakú možnosť nastania.

Príklad:



Obr. 5 Cesta Jakuba do divadla

Určte pravdepodobnosť, s akou sa Jakub dostane k divadlu. (Predpokladáme, že sa na každej križovatke náhodne rozhodne odbočiť vľavo alebo vpravo.)

Správna odpoveď: 1/4

Vlastnosti pravdepodobnosti

- $0 \leq P(A) \leq 1$
 $P(A) = 0$ – nemožný jav
 $P(A) = 1$ – istý jav
- Ak $A \in \Omega$, potom $P(A') = 1 - P(A)$, kde A' je opačná udalosť k udalosti A
- Ak $A \cap B = \emptyset$, potom $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$
- Ak $A \cap B \neq \emptyset$, potom $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

Poznámka: Pod pojmom **šanca** sa rozumie pomer počtu priaznivých možností k počtu nepriaznivých možností. Ak je šanca nastania určitej udalosti 1 : 2, potom pravdepodobnosť nastania tejto udalosti nie je 1/2, ale 1/3.

Nezávislosť náhodných javov

Hovoríme, že náhodné javy A a B sú nezávislé práve vtedy, keď sa pravdepodobnosť ich súčasného nastania rovná súčinu ich pravdepodobností, teda keď $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$.

Podmienená pravdepodobnosť

Nech A a B sú náhodné javy, pričom $P(B) > 0$. Podmienenou pravdepodobnosťou javu A za podmienky, že nastal jav B , nazývame číslo $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$.

Geometrická pravdepodobnosť

Geometrická pravdepodobnosť sa používa vtedy, keď množinou elementárnych javov Ω je nejaký geometrický útvar (úsečka, oblúk, štvorec, kruh, kocka...), pre ktorý vieme vypočítať jeho mieru (dĺžku, obsah, objem). Keď $A \subset \Omega$ je merateľná, t. j. má mieru $m(A)$ a pravdepodobnosť padnutia bodu do A je úmerná miere množiny A a nezávisí od polohy A v Ω , potom definujeme $P(A) = \frac{m(A)}{m(\Omega)}$.

Bernoulliho schéma

V prípade, že priestor elementárnych javov (udalostí) **je konečný a** tvoria **ho** len dve udalosti:

- úspech (1) nastávajúci s pravdepodobnosťou p ,
- neúspech (0) nastávajúci s pravdepodobnosťou $1 - p$,

potom pravdepodobnosť, že pri n -násobnom opakovaní pokusu (nezávislé pokusy), v ktorom pravdepodobnosť úspechu je p (pokusom môže byť napr. hod mincou, pričom úspech je padnutie znaku, vtedy $p = 0,5$), dosiahne presne k úspechov (teda znak padne k -krát), je

$$P_{k,n} = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}.$$

Príklad 1: Aká je pravdepodobnosť, že medzi 4 narodenými deťmi budú najviac dvaja chlapci, ak pravdepodobnosť narodenia chlapca je 51 %?

$$\begin{aligned} P(A) &= P_{1,4} + P_{2,4} = \binom{4}{1} 0,51^1 \cdot 0,49^3 + \binom{4}{2} 0,51^2 \cdot 0,49^2 = 0,24000396 + 0,37470006 \\ &= 0,6147 \end{aligned}$$

Viacnásobné opakovanie jednoduchého náhodného pokusu, pri ktorom nás zaujíma iba jeden z jeho možných výsledkov (označ. ako úspech) je tzv. bernoulliiovský pokus.

2.2 Základy štatistiky

Základné pojmy

- **Štatistický súbor** – konečná neprázdna množina prvkov, ktoré sú nositeľmi hromadného javu.
- **Štatistická jednotka** – prvky štatistického súboru.
- **Rozsah štatistického súboru** – počet prvkov súboru.
- **Štatistický znak, resp. premenná** – vlastnosť štatistických jednotiek (napr. hmotnosť detí, farba očí, výška rastliny, počet maturantov) – označujeme $X, Y, \dots$, hodnoty, ktoré nadobúdajú, označujeme $x_1, x_2, \dots$, resp. y_1, y_2 .

Delenie štatistických znakov

- **kvantitatívny** (číselné hodnoty), **kvalitatívny** (úrovne)
- **nominálny, ordinálny, metrický znak**
 - *nominálny znak*, resp. kategorická (kategoriálna) premenná – kvalitatívny znak, ktorého úrovne sú neusporiadané, nedajú sa porovnávať ich hodnoty (národnosť, farba očí, krvná skupina), dá sa určiť kategória, typ, stav a pod.,
 - *ordinálny znak*, resp. ordinálna premenná nadobúda úrovne (niekedy ich aj číslujeme), ktoré usporadúvame (z dvoch hodnôt sa dá určiť väčšia), ale nemerame ich vzdialenosť (vzdelanie),
 - *metrický znak* – intervalová premenná, kvantitatívny znak, pri ktorom má zmysel merať vzdialenosť (počet nezaopatrených detí, zvýšenie teploty o 5 stupňov), pozor, 0 môže, ale nemusí znamenať neexistenciu znaku.

Popisná štatistika

Triedenie síce poskytuje celkový prehľad o základnej štruktúre skúmaného štatistického súboru, ale hlavne pri porovnávaní viacerých súborov len pomocou radov rozdelenia početností by bolo veľmi nepružné a nepresné. Preto sa snažíme skonzentrovať informácie obsiahnuté v získaných údajoch o štatistickom znaku formou zodpovedajúcich charakteristík, ktoré by dostatočne spoľahlivo popisovali rozhodujúce vlastnosti skúmaného súboru. Medzi rozhodujúce vlastnosti štatistických znakov zaraďujeme **polohu (úroveň)**, **kolísanie (variabilitu)**, **šikmosť (asymetriu)** a **špicatosť (exces)**.

Číselné charakteristiky koncentrovanou formou – jedným číslom – vyjadrujú určitú vlastnosť skúmaného štatistického znaku (väčšinou sú použiteľné pre kvantitatívne štatistické znaky, len niektoré pre kvalitatívne štatistické znaky).

Popisné charakteristiky delíme na:

1. **charakteristiky polohy** (úrovne),

2. **charakteristiky variability** (premenlivosti),
3. **charakteristiky šikmosti** (asymetrie),
4. **charakteristiky špicatosti** (excesu).

Na n štatistických jednotkách zisťujeme hodnotu (úroveň) štatistického znaku (premennej).

Číselné charakteristiky polohy

Mierami (charakteristikami) polohy dát sa snažíme charakterizovať typickú polohu dát.

Za rozhodujúcu vlastnosť štatistického znaku považujeme jeho polohu (úroveň alebo koncentráciu). Meria sa pomocou stredných hodnôt, ktoré charakterizujú polohu znaku jedným číslom nachádzajúcim sa medzi minimálnou a maximálnou hodnotou znaku v súbore. Charakteristiku polohy vyjadrujú čísla spĺňajúce tieto požiadavky:

- musia byť jednoznačne, presne definované,
- pri ich výpočte sa berú do úvahy všetky jednotky štatistického súboru,
- v štatistickom súbore musia byť ľahko zistiteľné,
- ich vlastnosti umožňujú porovnanie stredných hodnôt za niekoľko súborov.

Stredné hodnoty sa najčastejšie delia na dve skupiny:

- priemery,
- ostatné stredné hodnoty.

Priemery sú stredné hodnoty počítané zo všetkých údajov štatistického súboru, pričom poskytujú v koncentrovanej forme informácie o polohe hodnôt štatistického znaku. Najdôležitejšie sú priemer **aritmetický**, **harmonický**, **geometrický** a **kvadratický**. Najrozšírenejším z priemerov je **aritmetický priemer**.

☐ Priemer

stredná hodnota súboru dát (nemusí byť v strede usporiadaného súboru dát), použitie: ak sú dáta v minimálnom intervale (priemer nepoužívame pre kategoriálne – kvalitatívne – dáta), ak je rozdelenie symetrické, je citlivý na extrémne hodnoty znaku, čím môže podstatne skresliť jeho samotnú interpretáciu.

Ostatné stredné hodnoty sú také stredné hodnoty, ktoré v skúmaných štatistických súboroch zaujímajú charakteristickú polohu a ich veľkosť nezáleží od veľkosti všetkých hodnôt štatistického súboru, ale len od ich rozloženia v tomto súbore. Preto ich používame hlavne pri výskyte extrémnych hodnôt v skúmanom súbore. Medzi ostatné stredné hodnoty zaraďujeme **modus**, **medián** a **kvantily**.

☐ Medián

- definujeme ako prostrednú hodnotu usporiadaného štatistického súboru, ktorá ho rozdeľuje na dva početne rovnako veľké čiastkové súbory, pričom rovnaký počet

štatistických jednotiek je menší ako medián a rovnaký počet štatistických jednotiek je väčší ako medián. Pri výpočte mediánu je potrebné rozlišovať, či má súbor párnny alebo nepárny počet štatistických jednotiek.

- použitie: ak sú dáta minimálne ordinálne (merateľné na poradovej škále), ak chceme poznať stred rozdelenia dát, ak môžu dáta obsahovať odľahlé hodnoty.

❑ Modus

- najčastejšie sa vyskytujúca hodnota v štatistickom súbore dát (interpretácia: pri náhodnom výbere jedného z údajov vyberieme s najväčšou pravdepodobnosťou práve modus),
- použitie: ak má rozdelenie viacero vrcholov, ak sa slovom „priemer“ myslí najčastejšie sa vyskytujúca hodnota.

Priemer verzus medián

Príklad 1: Keď sa v novinách uvádzajú ceny domov, vo všeobecnosti sa odvolávajú na medián týchto cien. Prečo sa používa táto miera polohy a nie priemer?

Pretože je mnoho primerane drahých domov, ale je niekoľko veľmi drahých a niekoľko lacných. Priemerná cena domu by bola vyššia, ak by bolo viac drahších domov. Medián poskytuje oveľa vhodnejšiu a realistickejšiu hodnotu ceny bytu pre väčšinu ľudí.

Príklad 2: Predpokladajme, že chceme zistiť, koľko peňazí je rodina ochotná investovať do kúpy domu. Táto suma bude závisieť od príjmu celej rodiny.

Pre päťčlennú rodinu (dva pracujúci rodičia a tri deti bez príjmu) je priemerný príjem podielom celkového príjmu a počtu členov rodiny (napríklad $60\,000 \div 5 = 12\,000$). Medián príjmu je nula, pretože viac ako polovica členov rodiny príjem nemá. V niektorých prípadoch je priemer informatívnejší než medián.

Priemer verzus modus verzus medián

Príklad: Nasledujúce štatistické údaje predstavujú počet touchdownov dosiahnutých Jeromom počas jeho stredoškolskej sezóny amerického futbalu: 0, 0, 1, 0, 0, 2, 3, 1, 0, 1, 2, 3, 1, 0.

Najskôr zoradíme dáta od najmenšieho po najväčšie: 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 3, 3.

modus = 0, medián = 1, priemer = 1

Modus naznačuje, že hráč s najväčšou pravdepodobnosťou nebude skórovať, je ale nevhodný na odhad hráčovej výkonnosti.

Charakteristiky variability

Mierami (charakteristikami) variability dát sa snažíme zachytiť rozptýlenosť dát.

❑ Variačné rozpätie

- rozdiel medzi najväčšou a najmenšou pozorovanou hodnotou (môže byť vyjadrený aj ako interval, napr. 4 – 10),
- necharakterizuje variabilitu väčšiny hodnôt v dátach, veľká časť dát je ignorovaná, charakterizuje variabilitu len medzi najväčšou a najnižšou hodnotou.

❑ Kvartily

- delia usporiadaný súbor štatistických údajov na 4 časti (tri hodnoty znaku delia množinu prvkov na štyri časti s rovnakým počtom prvkov),

- dolný kvartil – označený Q_1 , je to hodnota v strede prvej polovice dát, 25 % hodnôt je menších alebo rovných ako Q_1 ,
- medián – označuje sa aj ako Q_2 (druhý kvartil),
- horný kvartil – označený Q_3 , je to hodnota v strede druhej polovice dát, 75 % hodnôt je menších alebo rovných ako Q_3 ,
- medzikvartilové rozpätie – rozdiel medzi horným kvartilom (Q_3) a dolným kvartilom (Q_1).

□ Rozptyl

- priemerná štvorcová odchýlka hodnôt od priemeru,
- kombinuje všetky hodnoty v súbore dát,
- nemá rovnaké jednotky ako pôvodné údaje, dĺžka meraná v metroch má rozptyl vyjadrený v metroch štvorcových,
- pôvodné jednotky získame odmocnením rozptylu (smerodajná odchýlka).

□ Smerodajná odchýlka

- odmocnina z rozptylu,
- vyjadruje variabilitu okolo priemeru,
- úzko spojená s priemerom – môže byť silne ovplyvnená,
- ovplyvnená aj odľahlými hodnotami,
- vhodné vyjadrenie variability pre symetrické rozdelenia so žiadnymi odľahlými hodnotami,
- porovnávanie dvoch rozličných súborov dát, s tým istým priemerom,
- menšia smerodajná odchýlka = menšia variabilita dát okolo priemeru = pomerne menej vyšších a menších hodnôt,
- hodnota vybraná náhonne zo súboru dát s menšou smerodajnou odchýlkou má väčšiu šancu byť bližšie k priemeru ako hodnota zo súboru s väčšou smerodajnou odchýlkou,
- čím širšia variabilita dát, tým je väčšia smerodajná odchýlka,
- Pre dáta z normálneho rozdelenia platí:
 - približne 68 % dát leží v intervale $\bar{x} - s < x < \bar{x} + s$,
 - približne 95 % dát leží v intervale $\bar{x} - 2s < x < \bar{x} + 2s$,
 - približne 99 % dát leží v intervale $\bar{x} - 3s < x < \bar{x} + 3s$.

2.3 Grafy a ich použitie

O grafoch možno hovoriť ako o efektívnych vizuálnych nástrojoch, vďaka ktorým by malo dôjsť k lepšiemu pochopeniu významu údajov. Toto je možné len za predpokladu, že daný graf je prehľadný, s čím súvisí aj pomenovanie samotného grafu a presné pomenovanie súčastí grafu (napríklad jeho osí). Graf by mal byť vizuálne presný, to znamená, že ak je jedna hodnota 15 a ďalšia 30, hodnota 30 by mala byť v dvojnásobnej vzdialenosti ako hodnota 15. Dobrý graf musí tiež ukazovať fakty presne, teda zobrazovať dáta bez toho, aby menil ich význam a interpretáciu. V neposlednom rade je veľmi dôležitá vhodnosť zvoleného typu grafu, napríklad pre znázornenie údajov zachytávajúcich hodnoty spojitej premennej nie je vhodné použiť stĺpcový graf a pod.

Typy grafov

- **stĺpcový graf**

Stĺpcové grafy sú jednou z mnohých techník používaných na prezentovanie dát vo vizuálnej podobe tak, že čitateľ môže hneď rozpoznať trendy v údajoch. Vizuálne znázorňujú hodnoty kategorických premenných a numerických premenných zoskupených do intervalov. Všeobecne sú najlepšimi dátami pre stĺpcové grafy časové údaje a rozdelenie početnosti. Stĺpcový graf sa neodporúča zvoliť ako grafické znázornenie v prípade, že by v grafe vystupovalo viac ako 10 stĺpcov.

Stĺpcový graf môže byť buď horizontálny alebo vertikálny. Najpoužívanejší je vertikálny stĺpcový graf. Horizontálny stĺpcový graf je vhodné použiť v prípade dlhších menoviek kategórií, ktoré by sa v prípade použitia vertikálneho stĺpcového grafu nezmestili na os x. Podstatnou vecou pri vertikálnych alebo horizontálnych stĺpcových grafoch je dĺžka alebo výška stĺpca – čím väčšia je ich výška/dĺžka, tým väčšiu hodnotu prezentujú.

Ďalším typom stĺpcového grafu je tzv. skladaný (vrstvený) stĺpcový graf, v ktorom je v rámci jedného stĺpca zobrazených viacero hodnôt. Týmto hodnotami môžu byť absolútne hodnoty alebo podiel hodnoty k celkovej hodnote prislúchajúcej danej kategórii.

Pri tvorbe stĺpcového grafu sa odporúča urobiť stĺpce širšie ako medzeru medzi nimi, používať jeden typ písma v grafe, nastaviť farbu jednotlivých častí vrstveného stĺpcového grafu od najtmavšej po najsvetlejšiu, pričom sa treba vyhýbať krikľavým farbám alebo vzorom. V stĺpcových grafoch hrá dôležitú úlohu zvolená škála na osi y. Zmena tejto škály môže spôsobiť veľkú vizuálnu zmenu a aj často inú interpretáciu údajov.

- **spojnicový graf**

Znázorňuje ako 2 premenné, znázornené na osi x a osi y, spolu súvisia alebo sa navzájom líšia. Os y obyčajne označuje množstvo (napríklad eurá, litre), os x obyčajne znázorňuje čas. Spojnicový graf odhaľuje trendy a vzťahy medzi údajmi. Vhodnými údajmi sú hodnoty spojených premenných, preto je pri voľbe spojnicového grafu nutné zvážiť, či sú znázorňované údaje pre tento typ grafu vhodné (extrémnym príkladom nevhodných dát sú napríklad početnosti jednotlivých známok žiaka).

- **kruhový/koláčový graf**

Grafom je kruh rozdelený na niekoľko častí, pričom každá časť reprezentuje príslušnú kategóriu. Veľkosť každej časti je v rovnakom pomere k celkovej veľkosti kruhu, ako je hodnota príslušnej kategórie dát v pomere k hodnote prislúchajúcej celku.

Kruhový (koláčový graf) sa neodporúča tvoriť v prípade, že by mal viac ako 6 častí (príliš veľa kategórií dát) respektíve ak sú hodnoty prislúchajúce jednotlivým kategóriám veľmi podobné (v grafe nerozlíšiteľné). Vizuálne sa odporúča zvoliť poradie zobrazených častí od najväčšej po najmenšiu v smere hodinových ručičiek.

- **ďalšie netradičné grafy**

- **obrázkový graf** – ide o graf, v ktorom sú hodnoty určitej premennej znázornené prostredníctvom zmeny obrázka. Pri jeho použití treba dbať na presnosť, čo sa týka zmeny obrázka vo vzťahu k zmene hodnoty premennej. Napríklad v nasledujúcom

obrázkovom grafe je porovnávaná kúpna sila kanadského dolára v rokoch 1980, 1985, 1990, 1995 a 2000.



Obr. 6 Ukážka obrázkového grafu

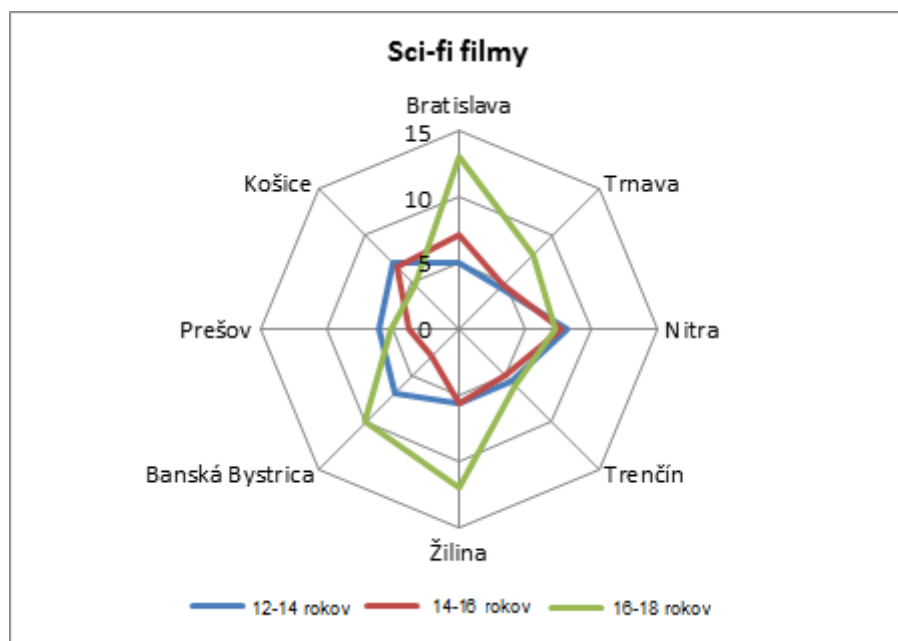
- o **textový graf** – ide o graf, v ktorom sú hodnoty určitej premennej znázornené prostredníctvom veľkosti textu. Napríklad nasledujúci textový graf znázorňuje počty počítačov pripadajúce na sto obyvateľov v jednotlivých krajinách (čím väčším písmom je napísaný názov krajiny, tým viac počítačov v nej pripadá na sto obyvateľov).



Obr. 7 Ukážka textového grafu

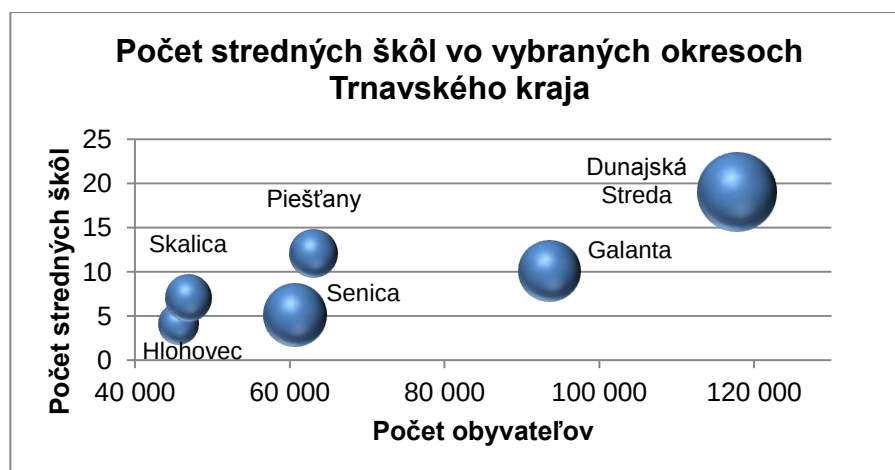
- o **radarový graf** – ide o graf, v ktorom sú hodnoty premennej zobrazené vzhľadom na stred akejkoľvek „pavučiny“. Napríklad v nasledujúcom grafe je znázornené, koľko percent

mladých ľudí v jednotlivých krajoch Slovenska podľa veku uprednostňuje sci-fi filmy pri návšteve kina.



Obr. 8 Ukážka radarového grafu

- o **bublinový graf** – ide o graf, v ktorom sú porovnávané množiny troch hodnôt, tretia hodnota je reprezentovaná veľkosťou bubliny. Napríklad nasledujúci graf porovnáva počet obyvateľov, rozlohu mesta s počtom stredných škôl v okrese.



Obr. 9 Ukážka bublinového grafu

Kedy nie je vhodné použiť graf:

- dáta sú veľmi rozptýlené,
- málo dát, ich znázornenie nie je potrebné,
- dáta sú veľmi početné a ich znázornenie by bolo neprehľadné,
- dáta vykazujú len malú alebo žiadnu zmenu.

3 Náhodné hry

Môžeme povedať, že hra je stará ako ľudstvo samo a o využití hry vo výchove mládeže hovoria vo svojich dielach už starovekí myslitelia ako Platón, Aristoteles, Cicero, Quintilianus. Azda najznámejšou je myšlienka vyučovania hrou, ktorú prezentoval J. A. Komenský.

Didaktická hra je podľa Pedagogického slovníka (2008) istým špeciálnym druhom hry, ktorá sa zameriava na dosiahnutie určitých didaktických cieľov. O didaktickej hre môžeme hovoriť ako o analógii spontánnej činnosti detí, ktorá sleduje (pre žiakov nie vždy zjavným spôsobom) didaktické ciele. Môže sa odohrávať v učebni, v telocvični, na ihrisku, v prírode. Má svoje pravidlá, vyžaduje si priebežné riadenie a záverečné vyhodnotenie. Je určená jednotlivcom aj skupinám žiakov, pričom rola pedagogického vedúceho má široké rozpätie od hlavného organizátora až po pozorovateľa. Jej prednosťou je stimulačný náboj, lebo prebúdza záujem, zvyšuje angažovanosť žiakov na vykonávaných činnostiach, podnecuje ich tvorivosť, spontánnosť, spoluprácu aj súťaživosť, núti ich využívať rôzne poznatky a schopnosti, zapájať životné skúsenosti. Niektoré didaktické hry sa približujú modelovým situáciám z reálneho života. Didaktické hry možno charakterizovať ako hry, v ktorých je účasť žiakov povinná, ktoré musia mať veľmi jasne a stručne formulované pravidlá, určitý didaktický cieľ, sú priebežne riadené, na záver hry sú nejakým spôsobom vyhodnocované. Rozdiel medzi hrou a didaktickou hrou je najmä v povinnej účasti žiakov, vo využití hry na dosiahnutie vzdelávacích cieľov a v riadení hry (zväčša učiteľom) podľa pravidiel, ako uvádza Uhrinová (2014).

Náhodné hry predstavujú určitý druh didaktických hier. Možno povedať, že sú to také didaktické hry, v ktorých nie je víťaz daný postupnosťou ťahov jednotlivých hráčov, práve naopak, v hre a na určenie víťaza vplýva náhoda. Nasledujúce hry sú výberom z hier podľa Uhrinovej (2014).

3.1 Ukážky hier zameraných na rozvoj štatistickej gramotnosti

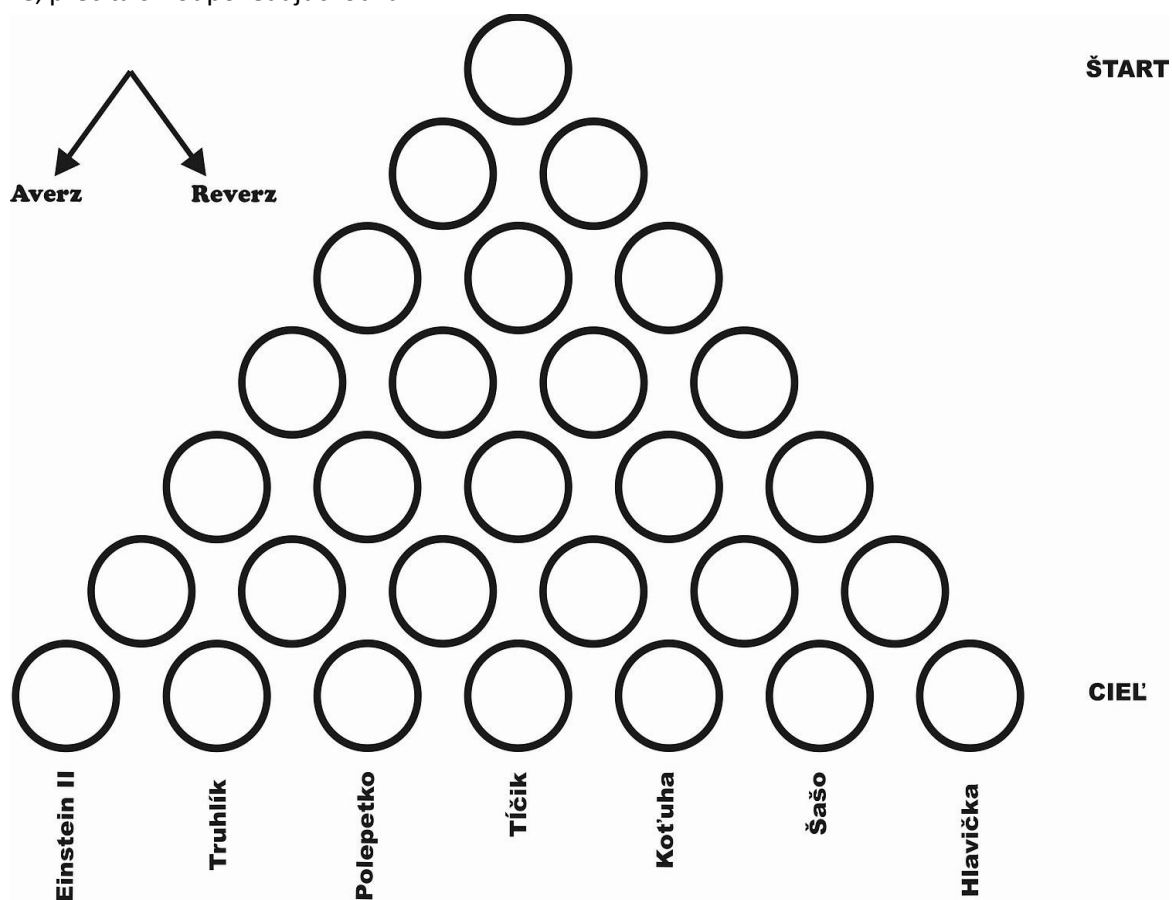
Ťahanie guľôčok

- **Cieľ:** Pomocou pomeru vytiahnutých guľôčok odhadnúť počet guľôčok jednotlivých farieb, ak poznáme celkový počet guľôčok. Precvičenie pojmu šanca.
- **Ročník:** 5. – 9.
- **Pomôcky:** farebné guľôčky (5 červených a 5 bielych), nepriehľadné vrecúško, papier, pero.
- **Pravidlá hry:** Do nepriehľadného vrecúška dá vedúci hry (učiteľ) 10 guľôčok (napríklad 5 bielych a 5 červených). Hráči vedia, že vo vrecúšku je 10 guľôčok, ale nepoznajú ich farby. Z tohto vrecúška každý hráč desaťkrát náhodne vytiahne jednu guľôčku, zapíše si jej farbu a vráti ju do vrečka. Na základe počtu zapísaných desiatich farieb urobí každý hráč **prvý tip** – tipuje skladbu guľôčok vo vrecúšku (farbu a počet guľôčok tejto farby). Svoj tip si zapíše. Následne sa zosumarizujú získané výsledky od každého hráča. Každý hráč nahlási počty zapísaných farieb a tieto počty sa sčítajú. Na základe sumarizácie hráči urobia **druhý tip** – opäť tipujú skladbu guľôčok a zapíšu si svoj druhý tip. Na záver sa hráči pozrú do vrecúška a skontrolujú svoje tipy. Udelia sa dva typy cien. Cenu prvého typu vyhrávajú hráči, ktorí majú správny prvý tip, a cenu druhého typu vyhrávajú hráči, ktorí majú správny druhý tip.
- **Metodické pokyny:** Prostredníctvom uskutočnenia dostatočného množstva náhodného ťahania guľôčok z vrecúška s vrátením a zapísania týchto výsledkov môžeme odhadnúť, aké guľôčky sa

nachádzajú vo vrecúšku. Na základe **pomeru počtu farebne odlíšených vytiahnutých** guľôčok odhadneme šancu vytiahnutia daných farebných guľôčok a na jej základe sa pokúsime určiť skutočné počty farebných guľôčok vo vrecúšku. Napríklad, ak sme vytiahnutím získali 47 červených a 53 bielych guľôčok, určíme pomer počtu červených a bielych guľôčok, teda $47 : 53$. Po delení desiatimi dostaneme pomer $4,7 : 5,3$ a po zaokrúhlení dostaneme pomer $5 : 5$. Teda šanca, že vytiahneme červenú guľôčku, je $5 : 5$. Žiak by mal tipovať výsledok 5 červených a 5 bielych guľôčok. Následne môžeme meniť počty farebných guľôčok vo vrecúškach. Musíme zrealizovať dostatočné množstvo vytiahnutí tak, aby bol odhad dobrý. Treba si dať pozor na zloženie guliek vo vrecúšku. Dať do vrecúška 1 bielu a 9 červených guliek nie je správne. Šanca, že vytiahneme túto jednu bielu guľku je dosť malá. Na urýchlenie priebehu hry je vhodné vyrobiť viac vreciek s rovnakým obsahom guliek.

Veštiaca Galtonova doska

- **Cieľ:** Pochopiť pojem náhodný jav.
- **Ročník:** 7. – 9.
- **Pomôcky:** minca, hrací plán, figúrka.
- **Pravidlá hry:** Každý hráč dostane hrací plán, mincu a figúrku. Na začiatku hry položíme figúrku na východiskovú polohu, ktorou je hlavný vrchol (temeno) trojuholníka, cieľovou polohou je ľubovoľný krúžok ležiaci na základni tohto trojuholníka. Hráč hádže mincou a podľa toho, či padne líce (averz – tá strana mince, na ktorej je vyznačený vydavateľ mince), alebo rub, zaujme ďalšiu polohu v hracom pláne v zmysle priloženej legendy (averz – doľava, reverz – doprava). Aby sa hráč dostal na základňu, je potrebných 6 hodov mincou. Ak sa hráč ocitol v cieľovej polohe, prečíta si zodpovedajúci odkaz.



Obr. 10 Hracie pole pre hru Veštiaca Galtonova doska

- **Metodické pokyny:** Po skončení hry vyzveme žiakov, aby zdvihli ruku Einsteinovia, Truhlíci a pod. a výsledky zapíšeme na tabuľu. Všímame si počty žiakov v jednotlivých cieľových skupinách. Žiaci určite odhalia, že tu platí istá zákonitosť správania sa tohto náhodného javu. Následne môžeme so žiakmi hľadať **počty ciest**, ktoré vedú k jednotlivým cieľovým polohám. Posun figúrky doprava si môžeme označiť 1 a doľava 0. Takto môžeme zakódovať všetky cesty pomocou postupnosti núl a jednotiek. Dostaneme tak šesťčlenné variácie núl a jednotiek (variácie s opakovaním, ich počet je 64). Pád veľkého počtu guľôčok po Galtonovej doske nám umožňuje simulovať program **Plinko probability** (http://phet.colorado.edu/sims/plinko-probability/plinko-probability_en.html), alebo aj program **Quincunx** (<http://www.mathsisfun.com/data/quincunx.html>), ktoré sú voľne dostupné na internete. Ďalej môžeme položiť otázku, čím môžeme nahradiť mincu pri hre (2 farebné guľôčky vo vrecúšku, kocka – párne čísla a nepárne čísla, ruleta – čierne a červené políčka, hracie karty – buď vyberieme len 2 karty, alebo 2 farby (rovnaký počet z každej farby)).

Nemusiš odpovedať

- **Cieľ:** Odhad pravdepodobnosti relatívnu početnosťou.
- **Ročník:** 7. – 9.
- **Pomôcky:** tri obálky so smejkami pre dvojicu hráčov, tabuľka na zaznamenávanie výsledkov.



Výsledky bez výmeny obálky		Výsledky pri výmene obálky	
			

Obr. 11 Záznamový lístok pre hru Nemusiš odpovedať

- **Pravidlá hry:** Na začiatku hry vyvolá učiteľ jedného žiaka, ktorý má ísť odpovedať. Navrhne mu, že v prípade, ak mu bude šťastie naklonené a otvorí z troch obálok, v ktorých sú ukrytí smejkovia (dva smutní a jeden veselý), obálku s veselým smejkom, nemusí ísť odpovedať. Učiteľ uloží na stôl tri obálky, v ktorých sú ukrytí smejkovia (dva smutní a jeden veselý), tak, aby iba on vedel, kde sú smutní smejkovia. Žiak si vyberie jednu z obálok, ale neotvorí ju. Potom učiteľ zo zvyšných dvoch obálok otvorí obálku so smutným smejkom. Následne si žiak môže buď ponechať obálku, ktorú si vybral na začiatku, alebo ju môže vymeniť za zvyšnú obálku a otvorí ju. Po skončení úvodnej hry učiteľa so žiakom rozdelíme žiakov v triede do dvojíc, v ktorých jeden bude

predstavovať učiteľa a druhý žiaka. Každá dvojica si zahrá 10 hier (každý bude päťkrát učiteľom). Výsledky si budú zaznamenávať do tabuľky čiarkovou metódou.

- **Metodické pokyny:** V tejto hre ide o modifikáciu známeho Monty Hall paradoxu, v ktorom úlohu obálok zohráva troje zatvorených dverí, za dvomi z nich je koza a za jedným automobil. Ak si žiak **ponechá obálku**, má šancu na výhru 1 : 2, teda pravdepodobnosť 1/3. Ak si obálku **vymení**, má šancu 2 : 1, teda pravdepodobnosť 2/3. Pretože veselý smejkó je v obálkach, ktoré si nevybral s pravdepodobnosťou 2/3, a pani učiteľka otvorila obálku, o ktorej vedela, že v nej nie je veselý smejkó, teda veselý smejkó je vo zvyšnej obálke s pravdepodobnosťou 2/3. Žiak by si mal obálku vymeniť. Či si má alebo nemá žiak vymeniť obálku, možno overiť prakticky, teda vyskúšať dostatočne veľa výberov bez výmeny a s výmenou obálky. Potom odhadnúť pravdepodobnosť podielom počtu priaznivých výsledkov a všetkých výsledkov bez výmeny obálky a odhadnúť pravdepodobnosť podielom počtu priaznivých výsledkov a všetkých výsledkov pri výmene obálky. Počet hier by mal byť dosť veľký.

4 Tvorba úloh

Pri tvorbe úlohy je nutné rozlišovať, či ide o úlohu na vyučovanie alebo úlohu určenú na testovanie. Kým úlohu určenú na testovanie možno použiť aj na vyučovanie, úlohu určenú na vyučovanie nemožno použiť v testovaní.

Na vyučovaní je totiž možné prípadné nejasnosti v zadaní vysvetliť, vyjasniť žiakom, čo sa od nich pri riešení úloh očakáva, a v neposlednom rade je možné, a v oblasti rozvoja štatistickej gramotnosti obzvlášť žiaduce, so žiakmi viesť pri riešení úloh dialóg, diskutovať. V poslednom období je u nás aj v zahraničí venovaná čoraz väčšia pozornosť vyučovaniu pravdepodobnosti a štatistiky. Zdôrazňuje sa upustenie od „vzorcového prístupu“, ktorý žiakom neumožňuje nadobúdať ďalšie poznatky a nerozvíja ich schopnosť aplikovať formálne vedomosti z tejto oblasti v situáciách reálneho života, ktoré nie sú formulované ako typicky školské úlohy. Navyše „vzorcový prístup“ vyvoláva dojem, že ide o náročnú problematiku, ktorej je ťažké porozumieť. Preto by sa úlohy na vyučovanie mali vyznačovať znením a otázkou (inštrukciou), ktorej zodpovedanie si vyžaduje zdôvodňovanie, argumentáciu, porovnávanie, zber údajov, experimentovanie, hodnotenie, prácu s dátami a pod.

Naopak, pri tvorbe testových úloh je nutné dbať na splnenie viacerých požiadaviek, ktorým sa bližšie venujeme v nasledujúcej kapitole. Možno povedať, že všetky požiadavky kladené na testové úlohy vychádzajú z cieľa ich použitia, teda použitia ako úloh v teste. Je nutné, aby žiak vedel samostatne odpovedať na položenú otázku bez akýchkoľvek ďalších vysvetlení zadania, spôsobu odpovede a iných náležitostí. A keďže v štatistickej gramotnosti nejde len o výpočty, respektíve presné číselné riešenia, v ktorých je jednoznačnosť odpovede pomerne ľahko zaručená, ale o porozumenie, argumentovanie, kritické zhodnotenie a odhad, pri tvorbe úloh obzvlášť treba zvážiť formuláciu viet a vhodnosť každého slova.

4.1 Tvorba testových úloh

Ako sme už uviedli, testová úloha musí byť formulovaná úplne jednoznačne a veľmi zrozumiteľne, testová úloha sa nedá dodatočne vysvetliť, spresniť, doplniť príkladom. Na to by mal myslieť každý autor pri tvorbe úlohy a mal by okrem presného logického myslenia, tvorivosti, fantázie, citlivosti, intuície disponovať aj vynikajúcimi formulačnými schopnosťami a mal by dokázať prijať prípadnú kritiku svojej práce.

Testová úloha zo štatistickej gramotnosti sa väčšinou skladá z týchto zložiek:

- ❑ **znenie úlohy** – môže mať formu súvislého, nesúvislého, resp. kombinovaného textu, pričom najčastejšie využívaným je práve kombinovaný text (súvislý text doplnený tabuľkou, grafom, obrázkom...),
- ❑ **inštrukcia** – inštrukciou sa myslí pokyn pre žiaka, ktorý vyjadruje, čo sa od neho v úlohe očakáva. V inštrukcii je vhodné použiť niektoré zo slovies: určte, zistite, nájdite a pod.,
- ❑ **určitá forma odpovede** v závislosti od typu úlohy – v prípade uzavretej úlohy s výberom odpovede ide o vymenovanie alternatív (distraktory + správna odpoveď), v prípade otvorenej otázky s tvorbou odpovede ide o vytvorenie miesta na tvorbu odpovede a pod.

Každá z testových úloh by mala mať určitý cieľ, zameranie. V rámci štatistickej gramotnosti možno tvoriť úlohy so zameraním na:

- **náhodný výber** – úlohy môžu byť zamerané konkrétne na posúdenie vhodnosti vybranej vzorky, realizáciu výberu vzorky, posúdenie výsledkov prieskumu vzhľadom na vzorku respondentov, odhad počtu na základe výberu a pod.,
- **priemer (charakteristiky polohy)** – v úlohách nejde o výpočet priemernej hodnoty, zameriavajú sa viac na aplikáciu vlastností priemeru, priemer ako odhad strednej hodnoty, odhad priemeru na základe grafického znázornenia údajov, potrebu využitia váženého priemeru a pod.,
- **grafy a tabuľky** – úlohy sú zamerané na čítanie z rôznych grafov (aj netradičných) a tabuliek, interpretáciu informácií uvedených vo forme grafu alebo tabuľky, tvorbu grafov a tabuliek, posúdenie vhodnosti použitia určitého grafického znázornenia a pod.,
- **šancu a pravdepodobnosť** – v úlohách nejde o tradičný výpočet klasickej pravdepodobnosti v situáciách, v ktorých je pomerne jasne daný počet priaznivých výsledkov a počet všetkých výsledkov náhodného procesu, úlohy sú zamerané skôr na odhad šance, resp. pravdepodobnosti, rozlišovanie medzi istým, možným a nemožným javom, porovnanie šancí či pravdepodobností a pod.,
- **úsudky a argumentácie** – v úlohách nejde len o čítanie údajov, ale o vytváranie úsudkov na základe daných údajov, interpretovanie rôznych tvrdení, rozlišovanie medzi absolútnym a relatívnym počtom a pod.,
- **variabilitu dát (charakteristiky variability)** – úlohy sú zamerané na kolísanie dát okolo priemeru, na posúdenie možnej variability v rôznych súboroch a pod.

Kontext úlohy, ako aj položená otázka musia vychádzať z reálnej situácie. To znamená, že položená otázka by mala nadväzovať na kontext úlohy a byť prirodzenou otázkou vzhľadom na opísanú situáciu. Reálnosť úlohy nie je nutné dosahovať vetami typu: „*Janko videl v novinách nasledujúci graf...*“, „*Katka sa zamýšľala, či je pravdepodobnejšie, že...*“. Je samozrejmé, že ak sa úloha týka čítania či interpretácie grafu, ide o úlohu s reálnym kontextom (za predpokladu vhodnosti a správnosti daného grafu). Rovnako v úlohách, v ktorých ide o odhad pravdepodobnosti či porovnanie pravdepodobností, by mali zaručovať ich reálnosť samotné udalosti, o ktorých pravdepodobnosti sa uvažuje. Vzhľadom na to, že v úlohách zo štatistickej gramotnosti sa často vyskytuje graf či tabuľka, prípadne ide o posúdenie pravdivosti tvrdení, argumentáciu a pod., čo si môže vyžadovať dlhší čas potrebný na riešenie, nie je totiž vhodné, aby malo znenie samotnej úlohy príliš veľký rozsah. Niekedy môže byť výstižná a postačujúca len jedna, príp. dve vety. Sú situácie, keď je vzhľadom na zámer úlohy nevyhnutný väčší rozsah jej znenia. Samotný kontext úloh by sa mal dotýkať jednej z nasledujúcich 4 oblastí:

- **osobný život,**
- **škola/zamestnanie,**
- **spoločnosť,**
- **veda.**

Z hľadiska typov úloh je vhodné v rámci štatistickej gramotnosti tvoriť 5 typov úloh:

- **Otvorená úloha s krátkou odpoveďou**

Od žiaka sa vyžaduje uviesť číslo, jednoduché slovo či pomenovanie. Úlohy tohto typu môžeme ďalej rozdeliť na produkčné a doplňovacie, v produkčných žiak vytvára odpoveď samostatne, v doplňovacích má naformulovanú odpoveď, do ktorej len dopĺňa vynechaný údaj. Doplňovacie úlohy majú výhodu v tom, že zabránia žiakovi tvoriť odpoveď celou vetou v prípade, že v úlohe stačí

uviesť konkrétny údaj, a tiež v prípade nutnosti určenia formy odpovede. Napríklad v úlohách, kde má žiak uviesť pravdepodobnosť nastania určitej udalosti v percentách, uvedieme „pravdepodobnosť je ... %“. V úlohách tohto typu je zväčša vhodné hodnotenie, v ktorom sa rozlišuje len správna a nesprávna odpoveď.

- **Otvorená úloha s dlhou odpoveďou**

Od žiaka sa vyžaduje tvorba odpovede vlastnými slovami. Väčšinou ide o uvedenie zdôvodnenia. V úlohe tohto typu je nutné stanoviť presné kritériá správnosti odpovede, pričom je vhodné v rámci hodnotenia žiackej odpovede rozlišovať aj čiastočne správnu odpoveď.

- **Uzavretá úloha s výberom odpovede**

Od žiaka sa vyžaduje výber jednej alebo viacerých odpovedí z ponúkaných možností. V prípade použitia oboch úloh, s výberom jednej odpovede aj s výberom viacerých odpovedí, je nutné dbať na uvedenie jasnej inštrukcie (vyberte všetky...), ktorá žiakovi povie, či má vybrať jednu alebo viac odpovedí. Zostavovanie úloh s výberom odpovedí je podstatne ťažšie ako príprava otvorených úloh. Produkčné úlohy vyžadujú iba správnu formuláciu problému alebo otázky, úlohy s výberom odpovedí vyžadujú navyše vytvorenie vhodných ponúk odpovedí, ktoré by boli pre žiakov rovnako prijateľné. Nesprávne odpovede, ktoré sa žiakom predkladajú na výber, označujeme ako distraktory. Návrh vhodných distraktorov je najväčším problémom pri navrhovaní úloh s výberom odpovedí. Pri navrhovaní distraktorov väčšinou vychádzame z logickej úvahy alebo zo skúseností s najčastejšími sa vyskytujúcimi chybami. V starostlivo pripravovaných testoch sa niekedy postupuje tak, že sa úloha najskôr zadá žiakom ako otvorená a potom sa chyby, ktoré sa vyskytujú najčastejšie, použijú ako distraktory. Pri testovej úlohe, v ktorej distraktory plnia svoju funkciu, by malo platiť, že žiak (ktorý správnu odpoveď nepozná) vyberá náhodne zo všetkých predložených ponúk. Pritom je potrebné si uvedomiť, že prijateľnosť (atraktivita) distraktorov je vlastnosť značne relatívna. Rovnaký distraktor sa môže javiť žiakovi s nižšou úrovňou vedomostí dostatočne atraktívny, zatiaľ čo žiakovi s vyššou úrovňou vedomostí ako neprijateľný. Dôležitou zásadou pri navrhovaní úloh s výberom odpovedí je, že informácie, otázky aj navrhované odpovede musia byť čo najstručnejšie. V rámci hodnotenia úloh tohto typu je väčšinou vhodné rozlišovať len medzi správnu a nesprávnou odpoveďou.

V uzavretých úlohách s výberom odpovede možno rozlišovať okrem úloh s výberom jednej správnej odpovede a úloh s výberom viacerých správnych odpovedí aj:

- **Úlohy typu „jedna najpresnejšia odpoveď“**

Forma úloh s výberom odpovede, v ktorej sa od žiaka požaduje vybrať najlepšiu alebo najsprávnejšiu odpoveď.

- **Úlohy typu „jedna nesprávna odpoveď“**

Úlohy, v ktorých sa požaduje vybrať možnosť, ktorá nespĺňa danú požiadavku. V tomto prípade je nutné zápor v úlohe patrične zdôrazniť, pretože inak môže ľahko dôjsť k prehliadnutiu a nesprávnej odpovedi napriek tomu, že žiak má príslušné vedomosti.

- **Situačné úlohy**

Úlohy, v ktorých žiak vyberá z podstatne väčšieho počtu možností, ako je obvyklé, pričom možnosti nie sú predkladané vo forme zoznamu možností, ale vyplývajú priamo z danej situácie.

- **Úlohy s neurčitou odpoveďou**

Úlohy, v ktorých jedna z možností predstavuje tzv. neurčitú odpoveď, napríklad „ani jedna z možností nie je správna“ a pod.

Problém „hádanie správnych odpovedí pri úlohách s výberom odpovedí“

Častou námietkou proti užívaniu testových úloh s výberom odpovedí býva, že žiak môže mnohokrát uhádnuť správnu odpoveď bez toho, aby učivo náležite zvládol. Nie je to až taká pravda. Okrem toho je možné vhodne volenými opatreniami vplyv „hádanie“ obmedziť na minimálnu mieru.

Je pravda, že v uzavretých úlohách existuje vždy určitá pravdepodobnosť, že žiak zvolí správnu odpoveď úplne náhodne. Toto nebezpečenstvo sa znižuje s rastúcim počtom ponúkaných odpovedí. Ako optimálny počet predkladaných odpovedí sa uvádza číslo štyri. Menší počet odpovedí ako štyri sa pre veľkú pravdepodobnosť uhádnutia správnej odpovede neodporúča, viac ako päť odpovedí robí zase úlohu neprehľadnou a tiež zostavovanie väčšieho počtu prijateľných odpovedí je značne obťažné. Pre dve a tri ponúkané odpovede sa niekedy odporúča tzv. korekcia na hádanie. Pri používaní korekcie na hádanie sa prisúdi žiakovi počet bodov podľa toho, koľkých chýb sa v teste dopustil. Vychádza sa z toho, že žiak, ktorý odpoveď háda, sa dopúšťa chýb častejšie ako ten, ktorý úlohy skutočne rieši a odpovedá jedine vtedy, keď odpoveď pozná. Korekciu dosiahnutých bodových výsledkov možno vykonať podľa vzorca

$$s_0 = s_n - \frac{n}{y-1}$$

s_0 je tzv. opravené skóre (opravený počet bodov), s_n je neopravené skóre, n počet nesprávnych odpovedí daného žiaka v teste a y je počet ponúkaných odpovedí v jednej úlohe.

Korekcia „na hádanie“

V didaktickom teste, ktorý bol zostavený z 30 úloh, žiak K uviedol 18 správnych odpovedí a 10 nesprávnych odpovedí (v 2 úlohách neodpovedal). V teste boli tri alternatívy ponúkaných odpovedí. Ak tieto hodnoty dosadíme do vzťahu (1), dostávame:

$$s_0 = s_n - \frac{n}{y-1} = 18 - \frac{10}{3-1} = 13 \quad (1)$$

Žiakovi K teda prisúdime, hoci odpovedal v 18 úlohách správne, iba 13 bodov. Ak sa vykonáva korekcia na hádanie, je nutné žiakov na túto skutočnosť v úvodnej informácii upozorniť. Treba im vysvetliť, že v sporných prípadoch je pre nich výhodnejšie neodpovedať vôbec. Naopak, v testoch, kde sa korekcia na hádanie nevykonáva, je pre skúšaného výhodnejšie zodpovedať všetky úlohy. Skúsenosti ukazujú, že použitie korekcie na hádanie je síce „štatisticky spravodlivé“, ale nemusí byť spravodlivé vzhľadom na jednotlivých žiakov. Pri tomto postupe dochádza napr. k poškodzovaniu žiakov, ktorí sú veľmi kritickí k svojej práci. Použitie korekcie na hádanie má svoje opodstatnenie najmä vtedy, ak chceme objektívne posúdiť úroveň vedomostí celej skupiny žiakov (trieda, ročník).

• Zväzok úloh s výberom odpovede

Od žiaka sa vyžaduje výber jednej alebo viacerých odpovedí z ponúkaných možností v rámci viacerých otázok. V podstate ide o typ úlohy predstavujúci zväzok viacerých uzavretých úloh s výberom odpovede. Ide hlavne o úlohy, v ktorých je úlohou žiaka posúdiť pravdivosť niekoľkých tvrdení. Pri hodnotení úlohy je často vhodné rozlišovať aj čiastočne správnu odpoveď.

- **Zorad'ovacia úloha**

Od žiaka sa vyžaduje zoradenie daných objektov (zväčša tvrdení, udalostí) podľa daného kritéria (napríklad podľa pravdepodobnosti). V úlohe tohto typu je nevyhnutné uviesť presnú inštrukciu týkajúcu sa spôsobu zoradenia (odporúčame nepoužívať slová vzostupne a zostupne). Pri hodnotení úloh tohto typu je vhodné rozlišovať len medzi správnym a nesprávnym riešením (zoradením).

V nasledujúcom texte uvádzame niekoľko ukážok testových úloh so štatistickej gramotnosti, ktoré sú zoskupené podľa ich zamerania. Ku každej úlohe uvádzame vzdelávací stupeň, pre ktorý je úloha vhodná, typ úlohy, kľúč riešenia spolu s návrhom hodnotenia úlohy a autora úlohy.

4.1.1 Úlohy so zameraním na náhodný výber

Úloha 1.

Výskumníci (Watson 2003) Výskumníci vyberali vzorku respondentov na ich výskum v dvoch školách, v škole v centre mesta a v škole na vidieku. Približne polovica žiakov v každej z týchto škôl sú chlapci a polovica dievčatá. Zo školy v meste výskumníci náhodne vybrali 50 žiakov a zo školy na vidieku 20 žiakov. Jeden z týchto výberov bol zvláštny, mal viac ako 80 % chlapcov. Vyberte pravdivé tvrdenie. A. Zvláštny výber pochádza pravdepodobnejšie zo školy v meste. B. Zvláštny výber pochádza pravdepodobnejšie zo školy na vidieku. C. Zvláštny výber môže byť s rovnakou pravdepodobnosťou z oboch škôl.	
<i>Stupeň vzdelávania:</i> ISCED 3	
<i>Typ úlohy:</i> Uzavretá úloha s výberom odpovede	
<i>Kontext:</i> Veda	
<i>Zaradenie podľa revidovanej Bloomovej taxonómie:</i> K4	
<i>Hodnotenie:</i> Správna odpoveď - Nesprávna odpoveď – iná odpoveď, neuvedená odpoveď	

Úloha 2.

Kúpa notebooku (Kóšová 2014)	
	
	Janko si chce kúpiť notebook. Nevie sa ale rozhodnúť, akej značky. V časopise o počítačoch našiel výsledky testovania 300 notebookov každej značky, z ktorého vyplynulo, že najkvalitnejšie a najmenej kaziace sa notebooky sú značky ASUS. Jeho sestra má však už 4 roky notebook značky Toshiba a doteraz sa jej nikdy nepokazil. Jeho sused, ktorý pracuje ako správca počítačov vo veľkej firme, mu povedal, že aj oni majú vo firme notebooky značky ASUS a kazia sa

neustále, podľa neho sa najmenej kazia a sú najlepšie notebooky značky Acer. Jankovi poradili aj jeho traja kamaráti, ktorí majú notebooky značky Lenovo, a podľa nich sú najlepšie práve notebooky tejto značky.

Notebook ktorej značky by si mal Janko kúpiť?

- A. Toshiba
- B. Acer
- C. ASUS
- D. Lenovo
- E. Je úplne jedno, ktorú značku notebooku si kúpi.

Prečo?

Stupeň vzdelávania: ISCED 2

Typ úlohy: Otvorená úloha s dlhou odpoveďou

Kontext: Osobný život

Zaradenie podľa revidovanej Bloomovej taxonómie: P2

Hodnotenie:

Správna odpoveď – C + zdôvodnenie založené na počte testovaných notebookov (alebo neoznačil C, ale z dôvodov jasne vyplýva, že myslel C)

Čiastočne správna odpoveď – C + zdôvodnenie založené na dôveryhodnosti časopisu

Nesprávna odpoveď – iná odpoveď, neuvedená odpoveď

Úloha 3.

Priemerná výška

(Rybanský 2014)



V rámci výskumu na Slovensku výskumníci odmerali rôzne náhodne vybrané osoby, ktoré zaradili do štyroch skupín. V každej skupine opýtaných osôb vypočítali priemernú výšku a výsledky zapísali do tabuľky.

Počet opýtaných	Skupina opýtaných osôb	Priemerná výška
50	náhodne vybraní muži v Nitre	175 cm
100	náhodne vybraní basketbalisti a hokejisti	190 cm
500	náhodne vybraní muži	180 cm

1 000	náhodne vybrané osoby	170 cm
-------	-----------------------	--------

Priemerná výška ktorej skupiny osôb podľa vás poskytuje najlepší odhad priemernej výšky mužov na Slovensku? Prečo? Uvedte dva vysvetľujúce dôvody.

A. 50 náhodne vybraných mužov v Nitre
 B. 100 náhodne vybraných basketbalistov a hokejistov
 C. 500 náhodne vybraných mužov
 D. 1 000 náhodne vybraných osôb

Zdôvodnenie:

.....

.....

.....

Stupeň vzdelávania: ISCED 2

Typ úlohy: Otvorená úloha s dlhou odpoveďou

Kontext: Spoločnosť

Zaradenie podľa revidovanej Bloomovej taxonómie: K3

Hodnotenie:

Správna odpoveď – C + žiak uviedol dva správne dôvody z nasledujúcich možností: (alebo neoznačil C, ale z dôvodov jasne vyplýva, že myslel C)

- skupinu náhodne vybraných mužov neskresľujú: športovci
- skupinu náhodne vybraných mužov neskresľujú: Nitrania
- skupinu náhodne vybraných mužov neskresľujú ženy
- odvoláva sa na počet opýtaných mužov (500)

Nesprávna odpoveď – iná odpoveď, neuvedená odpoveď

Úloha 4.

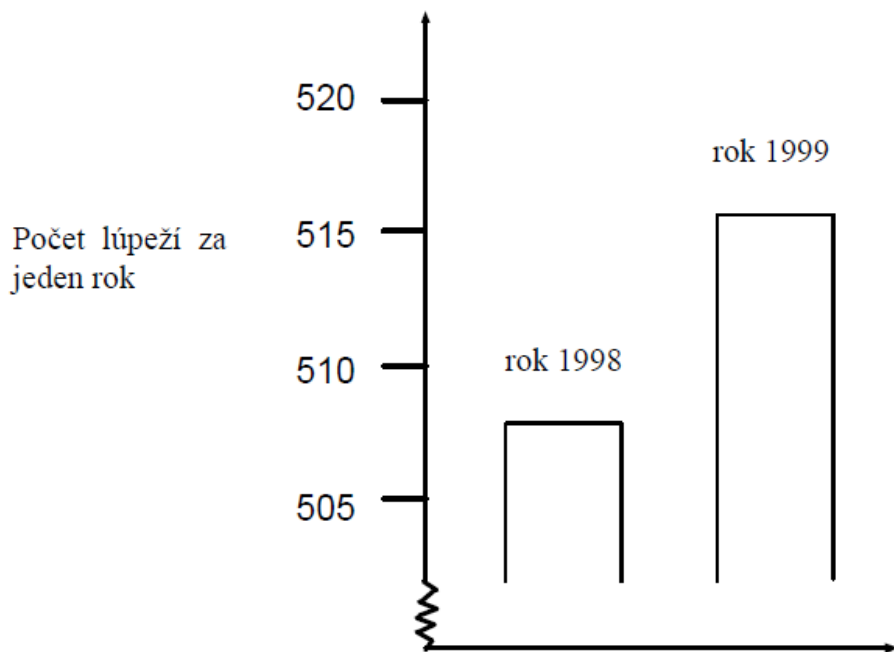
Podpora prezidentovi (NÚCEM, 2004. PISA – matematika, úlohy 2003) V krajine Zedland sa uskutočnili prieskumy verejnej mienky zisťujúce šance kandidáta na prezidenta pre nadchádzajúce voľby. Štyria vydavatelia novín uskutočnili nezávisle celonárodné prieskumy. Výsledky prieskumov štyroch novín boli nasledujúce: • Noviny 1: 36,5 % (prieskum uskutočnený 6. januára na vzorke 500 náhodne vybraných občanov s hlasovacím právom) • Noviny 2: 41,0 % (prieskum uskutočnený 20. januára na vzorke 500 náhodne vybraných občanov s hlasovacím právom) • Noviny 3: 39,0 % (prieskum uskutočnený 20. januára na vzorke 1 000 náhodne vybraných občanov s hlasovacím právom) • Noviny 4: 44,5 % (prieskum uskutočnený 20. januára na vzorke 1 000 čitateľov, ktorí zatelefonovali do redakcie) Ktorý z uvedených prieskumov podľa vás najlepšie predpovedá šance kandidáta na prezidenta, ak
--

sa voľby uskutočnia 25. januára? Uvedte dva vysvetľujúce dôvody. A. Noviny 1 B. Noviny 2 C. Noviny 3 D. Noviny 4 Zdôvodnenie:
<i>Stupeň vzdelávania: ISCED 2</i>
<i>Typ úlohy: Otvorená úloha s dlhou odpoveďou</i>
<i>Kontext: Spoločnosť</i>
<i>Zaradenie podľa revidovanej Bloomovej taxonómie: K3</i>
<i>Hodnotenie:</i> Správna odpoveď – C + žiak uviedol dva dôvody vychádzajúce z toho, že prieskum je čerstvejší, s väčšou vzorkou, náhodným výberom vzorky a iba voliči boli oslovení. Informácie navyše (zahŕňajúce irelevantnú alebo nesprávnu informáciu) by mali byť ignorované. Nesprávna odpoveď – iná odpoveď, neuvedená odpoveď

4.1.2 Úlohy so zameraním na grafy a tabuľky

Úloha 1.

Lúpeže (NÚCEM, 2004. PISA – matematika, úlohy 2003) Televízny reportér ukázal tento graf a povedal: „Graf ukazuje, že je veľký nárast počtu lúpeží od roku 1998 do roku 1999.“



Považujete tvrdenie reportéra za vyhovujúce vysvetlenie grafu? Uved'te zdôvodnenie svojej odpovede.

Odpoveď:

.....

.....

Stupeň vzdelávania: ISCED 2

Typ úlohy: Otvorená úloha s dlhou odpoveďou

Kontext: Spoločnosť

Zaradenie podľa revidovanej Bloomovej taxonómie: P4

Hodnotenie:

Správna odpoveď – Nie, nie je vyhovujúce. Žiak sa pri zdôvodnení zameriava na fakt, že je ukázaná iba malá časť grafu alebo jeho zdôvodnenie obsahuje správne argumenty, ktoré vyjadrujú podielové alebo percentuálne zvýšenie, prípadne sa v zdôvodnení vyjadruje, že potrebuje poznať trend vývoja počtu lúpeží.

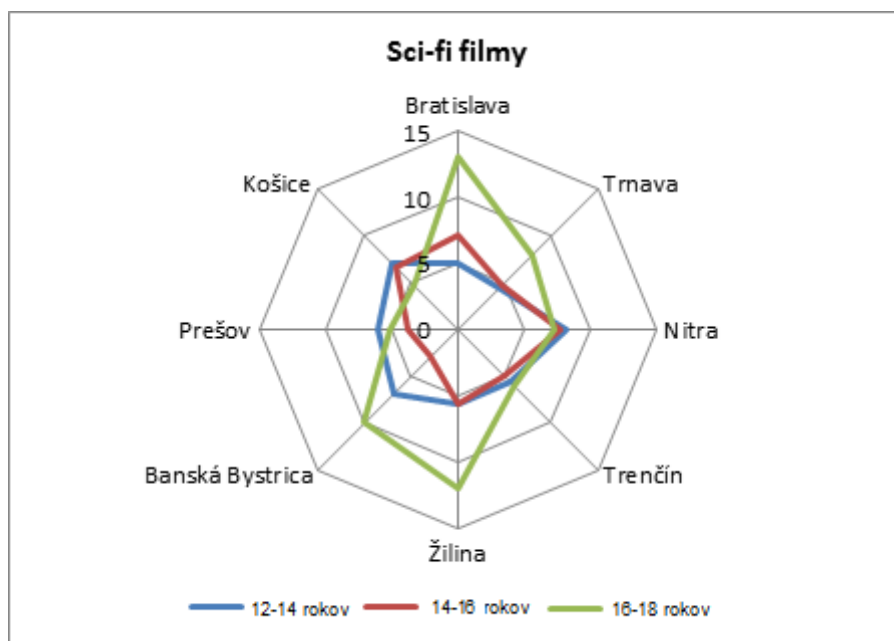
Čiastočne správna odpoveď – Nie, nie je vyhovujúce, ale vysvetlenie neobsahuje podrobnosti. Je zamerané IBA na nárast daný absolútnym počtom lúpeží, ale neporovnáva to s celkovým počtom lúpeží alebo zdôvodnenie je správne, ale vo výpočtoch (napr. počtu percent) nastala chyba a žiak uviedol nesprávne čísla.

Nesprávna odpoveď – iná odpoveď, neuvedená odpoveď

Úloha 2.

Sci-fi filmy

V kinách je dnes možné nájsť viacero filmov žánru sci-fi. Istá spoločnosť v rámci výskumu záujmu o rôzne žánre filmov u mládeže zisťovala, ktorý zo žánrov pri návšteve kina uprednostnia mladí v troch rôznych vekových kategóriách. V radarovom grafe je uvedené, koľko percent mladých ľudí v jednotlivých krajoch Slovenska podľa veku uprednostňuje sci-fi filmy.



Rozhodnite o pravdivosti tvrdení. Doplňte do tabuľky A (áno) alebo N (nie).

- Sci-fi filmy sú najobľúbenejšie u mladých vo vekovej kategórii 16 – 18 rokov.
- V Prešovskom kraji sú najmenej obľúbené sci-fi filmy u mladých ľudí vo veku 12 – 14 rokov.
- Spomedzi mladých vo veku 14 – 16 rokov sú sci-fi filmy najobľúbenejšie u mladých v Nitrianskom kraji.

A	N

Stupeň vzdelávania: ISCED2

Typ úlohy: Zväzok úloh s výberom odpovede

Kontext: Spoločnosť

Zaradenie podľa revidovanej Bloomovej taxonómie: K5

Hodnotenie:

Správna odpoveď – Áno, Nie, Áno

Nesprávna odpoveď – iná odpoveď, neuvedená odpoveď

4.1.3 Úlohy so zameraním na priemer (charakteristiky polohy)

Úloha 1.

Priemer (Watson 2003) Zisťoval sa priemerný počet detí pripadajúcich na rodinu v obci, a preto bol spočítaný celkový počet detí v obci. Tento počet bol vydelený číslom 50, celkovým počtom rodín. Priemerný počet detí pripadajúcich na rodinu bol 2,2. Ktorá z možností je určite pravdivá? A. Polovica rodín v obci má viac ako dve deti. B. V obci je viac takých rodín, ktoré majú tri deti, než rodín, ktoré majú dve deti. C. V obci je celkovo 110 detí. D. Na každého dospelého v obci pripadá 2,2 detí. E. Najčastejšie sa vyskytujúci počet detí v rodine je 2. F. Žiadna z vyššie uvedených možností.
<i>Stupeň vzdelávania: ISCED2</i>
<i>Typ úlohy: Uzavretá úloha s výberom odpovede (s neurčitou odpoveďou)</i>
<i>Kontext: Spoločnosť</i>
<i>Zaradenie podľa revidovanej Bloomovej taxonómie: K5</i>
<i>Hodnotenie:</i> Správna odpoveď – C Nesprávna odpoveď – iná odpoveď, neuvedená odpoveď

Úloha 2.

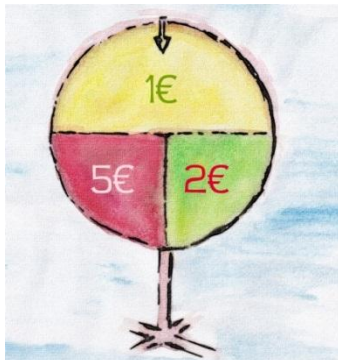
Koleso šťastia

(Rybanský 2014)

Veľmi bohatý a štedrý otec dal jedného dňa svojim štyrom synom takúto ponuku. Každý z nich mal v tajnosti tisíckrát zatočiť kolesom šťastia (pozri obrázok), sčítať dosiahnuté sumy a výsledok na druhý deň otcovi oznámiť. Otec sa potom rozhodne, ktorému synovi vyplatí sumu vo výške výsledku, ktorý získa.

Na druhý deň synovia oznámili otcovi tieto výsledky:

Tomáš:	2 250 €
Peter:	2 667 €
Martin:	2 170 €
Ján:	1 227 €



Ktorému zo synov by mal otec vyplatiť sumu (ktorú mu oznámil), ak chce odmeniť toho, ktorý zrejme skutočne tisíckrát koleso šťastia roztočil?

<i>Stupeň vzdelávania:</i> ISCED 3
<i>Typ úlohy:</i> Otvorená úloha s krátkou odpoveďou (produkčná)
<i>Kontext:</i> Osobný život
<i>Zaradenie podľa revidovanej Bloomovej taxonómie:</i> M6
<i>Hodnotenie:</i> Správna odpoveď – Martin, Martinovi Nesprávna odpoveď – iná odpoveď, neuvedená odpoveď

Úloha 3.

Hodnotenie filmov (Rybanský 2014) CSFD je skratka pre Česko-Slovenskú filmovú databázu informácií o filmoch, seriáloch, hercoch, režiséroch a všeličom, čo sa filmu týka. Sú tu hodnotenia filmov (uvedené v percentách), komentáre k filmom od divákov. V tabuľke sú uvedené hodnotenia a počet hodnotení štyroch filmov.																	
	<table> <tr> <th>Názov filmu</th><th>Hodnotenie</th><th>Počet hodnotení</th></tr> <tr> <td>Sedem (1995)</td><td>92,3 %</td><td>73 834</td></tr> <tr> <td>Byt (1960)</td><td>85,1 %</td><td>4 020</td></tr> <tr> <td>Skvelá parta (2003)</td><td>30,2 %</td><td>203</td></tr> <tr> <td>Veľkofilm (2007)</td><td>25,2 %</td><td>10 767</td></tr> </table>	Názov filmu	Hodnotenie	Počet hodnotení	Sedem (1995)	92,3 %	73 834	Byt (1960)	85,1 %	4 020	Skvelá parta (2003)	30,2 %	203	Veľkofilm (2007)	25,2 %	10 767	
Názov filmu	Hodnotenie	Počet hodnotení															
Sedem (1995)	92,3 %	73 834															
Byt (1960)	85,1 %	4 020															
Skvelá parta (2003)	30,2 %	203															
Veľkofilm (2007)	25,2 %	10 767															
Zdroj: http://www.csfd.cz/zebrický/nejlepsi-filmy/ , http://www.csfd.cz/zebrický/nejhorsí-filmy/																	
Rozhodnite, pri ktorom z filmov je najväčšia šanca, že sa jeho hodnotenie v priebehu mesiaca zmení o viac ako 1 %.																	
<i>Stupeň vzdelávania:</i> ISCED 3																	
<i>Typ úlohy:</i> Uzavretá úloha s výberom odpovede (situačná úloha)																	
<i>Kontext:</i> Spoločnosť																	
<i>Zaradenie podľa revidovanej Bloomovej taxonómie:</i> K6																	
<i>Hodnotenie:</i> Správna odpoveď – Skvelá parta Nesprávna odpoveď – iná odpoveď, neuvedená odpoveď																	

Hodnotenie filmov 2 (Rybanský 2014) CSFD je skratka pre Česko-Slovenskú filmovú databázu, ktorá poskytuje informácie o filmoch, seriáloch, hercoch, režiséroch a všeličom, čo sa filmu týka. Sú tu hodnotenia filmov (uvedené v percentách), komentáre k filmom od divákov. V tabuľke sú uvedené divácke hodnotenia filmov:
--

Poradie	Názov a rok	Hodnotenie	Počet hodnotení
102.	Dvanásť opíc (1995)	87,0 %	46 600
103.	Bol raz jeden kráľ... (1954)	87,0 %	42 122
104.	Terminátor (1984)	87,0 %	55 276
105.	Princezná Mononoke (1997)	87,0 %	21 176
106.	Zjazvená tvár (1983)	87,0 %	22 912
107.	Světáci (1969)	87,0 %	19 924
108.	The Cove (2009)	87,0 %	5 973

Zdroj: <http://www.csfd.cz/zebricky/nejlepsi-filmy/>

Na celkové hodnotenie ktorého z uvedených filmov bude mať ďalších 100 diváckych hodnotení (tohto filmu) zrejme najmenší vplyv?

Stupeň vzdelávania: ISCED 2

Typ úlohy: Uzavretá úloha s výberom odpovede (situačná úloha)

Kontext: Spoločnosť

Zaradenie podľa revidovanej Bloomovej taxonómie: K6

Hodnotenie:
 Správna odpoveď – Terminátor
 Nesprávna odpoveď – iná odpoveď, neuvedená odpoveď

4.1.4 Úlohy so zameraním na šancu a pravdepodobnosť

Úloha 1.

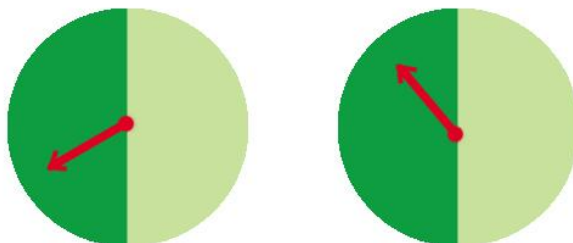
Lieky (Watson 2003) Na fľaške s liekom bolo napísané: VAROVANIE: Pri aplikácii na pokožku je 15 % šanca, že sa vám objaví vyrážka. Ak sa vyrážka objaví, navštívte lekára. Čo to znamená? A. Neaplikujte tento liek na pokožku – je tu veľká šanca, že sa vám objaví vyrážka. B. Pri aplikácii na pokožku použite iba 15 % odporúčanej dávky. C. Ak sa vám objaví vyrážka, tak to bude asi iba na 15 % pokožky. D. Asi u 15 zo 100 ľudí, ktorí použijú tento liek, sa objaví vyrážka. E. Je iba malá šanca, že po aplikácii tohto lieku sa vám objaví vyrážka.
<i>Stupeň vzdelávania:</i> ISCED2
<i>Typ úlohy:</i> Uzavretá úloha s výberom odpovede
<i>Kontext:</i> Veda
<i>Zaradenie podľa revidovanej Bloomovej taxonómie:</i> F3
<i>Hodnotenie:</i> Správna odpoveď – D Nesprávna odpoveď – iná odpoveď, neuvedená odpoveď

Úloha 2.

Karnevalová hra

(Watson 2003)

Súčasťou karnevalovej hry sú dve kolesá šťastia. Hráč vyhrá, ak šípky na oboch kolesách ukazujú na tmavšie vyznačenú časť.



Jeff si myslí, že jeho šanca vyhrať je 50 : 50. Súhlasíte?

- A. áno
- B. nie, jeho šanca vyhrať je väčšia ako 50 : 50
- C. nie, jeho šanca vyhrať je menšia ako 50 : 50

Stupeň vzdelávania: ISCED 2

Typ úlohy: Uzavretá úloha s výberom odpovede

Kontext: Osobný život

Zaradenie podľa revidovanej Bloomovej taxonómie: P2

Hodnotenie:

Správna odpoveď – C

Nesprávna odpoveď – iná odpoveď, neuvedená odpoveď

Úloha 3.

Lotéria

(Watson 2003)

Klára jedného dňa vyhrala v lotérii s číslami 1, 7, 13, 21, 22, 36. Povedala, že bude už vsádzať iba na tieto čísla, pretože sú šťastné. Má pravdu?

- A. určite áno
- B. skôr áno
- C. skôr nie
- D. určite nie

Stupeň vzdelávania: ISCED 2

Typ úlohy: Uzavretá úloha s výberom odpovede

Kontext: Osobný život

Zaradenie podľa revidovanej Bloomovej taxonómie: M4

Hodnotenie:

Správna odpoveď – D

Nesprávna odpoveď – iná odpoveď, neuvedená odpoveď

Úloha 4.

Ruleta

(Rybanský 2014)

V tabuľke je zapísaných posledných šesť výsledkov na troch rozličných spravodlivých ruletách v takom poradí, v akom boli zaznamenané (P – padlo párne číslo, N – padlo nepárne číslo).

ruleta č. 1	P	N	P	P	P	N
ruleta č. 2	P	N	N	N	N	N
ruleta č. 3	P	N	P	N	N	P

Ktorú ruletu by ste si mali vybrať, ak chcete stavať na párne číslo?

- A. ruletu č. 1
- B. ruletu č. 2
- C. ruletu č. 3
- D. nezáleží na tom, ktorú ruletu si vyberieme

Stupeň vzdelávania: ISCED 2

Typ úlohy: Uzavretá úloha s výberom odpovede (s neurčitou odpoveďou)

Kontext: Spoločnosť

Zaradenie podľa revidovanej Bloomovej taxonómie: K2

Hodnotenie:

Správna odpoveď – D

Nesprávna odpoveď – iná odpoveď, neuvedená odpoveď

4.1.5 Úlohy so zameraním na úsudky a argumentácie

Úloha 1.

Cesta do školy

(Watson 2003)

Na obrázku je graf, ktorý znázorňuje, ako dnes prišli deti do školy.



Nový žiak prišiel do školy autom. Určte, či je tento žiak chlapec alebo dievča.

- A. určite chlapec

B. skôr dievča C. skôr chlapec D. určite dievča
<i>Stupeň vzdelávania:</i> ISCED 2
<i>Typ úlohy:</i> Uzavretá úloha s výberom odpovede
<i>Kontext:</i> Škola/zamestnanie
<i>Zaradenie podľa revidovanej Bloomovej taxonómie:</i> K6
<i>Hodnotenie:</i> Správna odpoveď – B Nesprávna odpoveď – iná odpoveď, neuvedená odpoveď

Úloha 2.

Snooker (Rybanský 2014) Snooker je druh biliardovej hry, veľkej popularite sa teší najmä vo Veľkej Británii a v ázijských krajinách. Profesionálni hráči pravidelne hrávajú turnaje a majú aj svoj rebríček, ako je to aj v iných športoch. Počas jedného snookerového turnaja zviazol žreb v prvom kole proti sebe týchto hráčov (číslo v zátvorke predstavuje poradie hráča vo svetovom rebríčku pred stretnutím): Selby (2.) – Maguire (5.) Hawkins (6.) – Higgins (12.) Bingham (7.) – Dott (16.) V tabuľke je poradie prvých 20 hráčov sveta. <table border="1"> <thead> <tr> <th>Poradie</th><th>Meno</th><th>Krajina</th><th>Body</th><th>Poradie</th><th>Meno</th><th>Krajina</th><th>Body</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>1.</td><td>Neil Robertson</td><td>Australia</td><td>89800</td><td>11.</td><td>Ricky Walden</td><td>Anglicko</td><td>62485</td></tr> <tr><td>2.</td><td>Mark Selby</td><td>Anglicko</td><td>87020</td><td>12.</td><td>John Higgins</td><td>Škótsko</td><td>62235</td></tr> <tr><td>3.</td><td>Ding Junhui</td><td>Čína</td><td>79540</td><td>13.</td><td>Robert Milkins</td><td>Anglicko</td><td>59925</td></tr> <tr><td>4.</td><td>Judd Trump</td><td>Anglicko</td><td>69960</td><td>14.</td><td>Mark Davis</td><td>Anglicko</td><td>59440</td></tr> <tr><td>5.</td><td>Stephen Maguire</td><td>Škótsko</td><td>69840</td><td>15.</td><td>Joe Perry</td><td>Anglicko</td><td>57995</td></tr> <tr><td>6.</td><td>Barry Hawkins</td><td>Anglicko</td><td>69700</td><td>16.</td><td>Graeme Dott</td><td>Škótsko</td><td>57140</td></tr> <tr><td>7.</td><td>Stuart Bingham</td><td>Anglicko</td><td>69500</td><td>17.</td><td>Allister Carter</td><td>Anglicko</td><td>56815</td></tr> <tr><td>8.</td><td>Shaun Murphy</td><td>Anglicko</td><td>66440</td><td>18.</td><td>Mark J. Williams</td><td>Wales</td><td>55065</td></tr> <tr><td>9.</td><td>Marco Fu</td><td>Hong Kong</td><td>64645</td><td>19.</td><td>Matthew Stevens</td><td>Wales</td><td>55040</td></tr> <tr><td>10.</td><td>Mark Allen</td><td>S.Írsko</td><td>63700</td><td>20.</td><td>Michael Holt</td><td>Anglicko</td><td>47565</td></tr> </tbody> </table> Zdroj: http://snooker.org/res/index.asp?template=11 Na základe uvedených informácií rozhodnite, ktoré zoradenie hráčov najlepšie vystihuje poradie hráčov podľa šance hráča vyhrať svoje stretnutie (v poradí začína hráč s najväčšou šancou). A. Bingham, Hawkins, Selby, Maguire, Higgins, Dott B. Selby, Bingham, Hawkins, Higgins, Dott, Maguire C. Selby, Hawkins, Bingham, Dott, Higgins, Maguire D. Selby, Maguire, Hawkins, Bingham, Higgins, Dott								Poradie	Meno	Krajina	Body	Poradie	Meno	Krajina	Body	1.	Neil Robertson	Australia	89800	11.	Ricky Walden	Anglicko	62485	2.	Mark Selby	Anglicko	87020	12.	John Higgins	Škótsko	62235	3.	Ding Junhui	Čína	79540	13.	Robert Milkins	Anglicko	59925	4.	Judd Trump	Anglicko	69960	14.	Mark Davis	Anglicko	59440	5.	Stephen Maguire	Škótsko	69840	15.	Joe Perry	Anglicko	57995	6.	Barry Hawkins	Anglicko	69700	16.	Graeme Dott	Škótsko	57140	7.	Stuart Bingham	Anglicko	69500	17.	Allister Carter	Anglicko	56815	8.	Shaun Murphy	Anglicko	66440	18.	Mark J. Williams	Wales	55065	9.	Marco Fu	Hong Kong	64645	19.	Matthew Stevens	Wales	55040	10.	Mark Allen	S.Írsko	63700	20.	Michael Holt	Anglicko	47565
Poradie	Meno	Krajina	Body	Poradie	Meno	Krajina	Body																																																																																								
1.	Neil Robertson	Australia	89800	11.	Ricky Walden	Anglicko	62485																																																																																								
2.	Mark Selby	Anglicko	87020	12.	John Higgins	Škótsko	62235																																																																																								
3.	Ding Junhui	Čína	79540	13.	Robert Milkins	Anglicko	59925																																																																																								
4.	Judd Trump	Anglicko	69960	14.	Mark Davis	Anglicko	59440																																																																																								
5.	Stephen Maguire	Škótsko	69840	15.	Joe Perry	Anglicko	57995																																																																																								
6.	Barry Hawkins	Anglicko	69700	16.	Graeme Dott	Škótsko	57140																																																																																								
7.	Stuart Bingham	Anglicko	69500	17.	Allister Carter	Anglicko	56815																																																																																								
8.	Shaun Murphy	Anglicko	66440	18.	Mark J. Williams	Wales	55065																																																																																								
9.	Marco Fu	Hong Kong	64645	19.	Matthew Stevens	Wales	55040																																																																																								
10.	Mark Allen	S.Írsko	63700	20.	Michael Holt	Anglicko	47565																																																																																								
<i>Stupeň vzdelávania:</i> ISCED 2																																																																																															
<i>Typ úlohy:</i> Uzavretá úloha s výberom odpovede (jedna najpresnejšia odpoveď)																																																																																															
<i>Kontext:</i> Spoločnosť																																																																																															
<i>Zaradenie podľa revidovanej Bloomovej taxonómie:</i> K4																																																																																															
<i>Hodnotenie:</i> Správna odpoveď – B																																																																																															

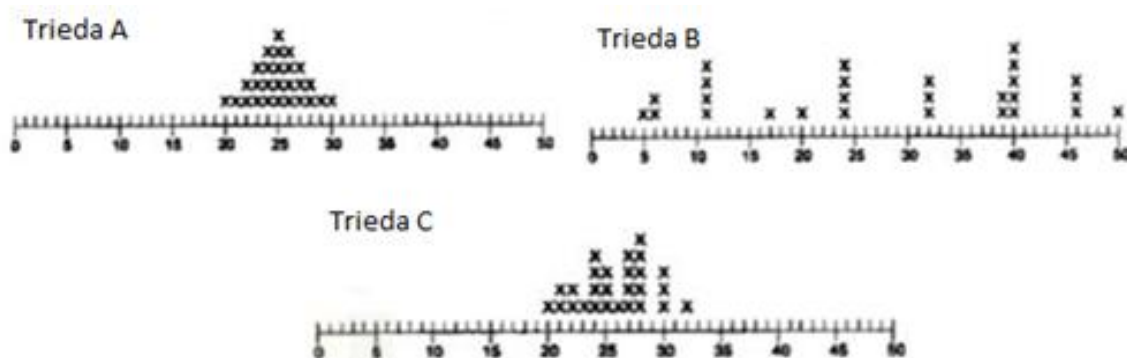
4.1.6 Úlohy so zameraním na variabilitu dát (charakteristiky variability)

Úloha 1.

Hádzanie mincou

(Watson 2003)

Žiaci troch tried (trieda A, trieda B, trieda C) mali niekoľkokrát zopakovať pokus, v rámci ktorého 50-krát hodili mincou. Na obrázkoch sú grafy počtu padnutých líc, ako ich uviedli žiaci týchto tried. O každej triede rozhodnite, či sú jej výsledky skutočné alebo vymyslené.



skutočné vymyslené

Trieda A		
Trieda B		
Trieda C		

Stupeň vzdelávania: ISCED 2

Typ úlohy: Zväzok úloh s výberom odpovede

Kontext: Škola/zamestnanie

Zaradenie podľa revidovanej Bloomovej taxonómie: K4

Hodnotenie:

Správna odpoveď – vymyslené, vymyslené, skutočné

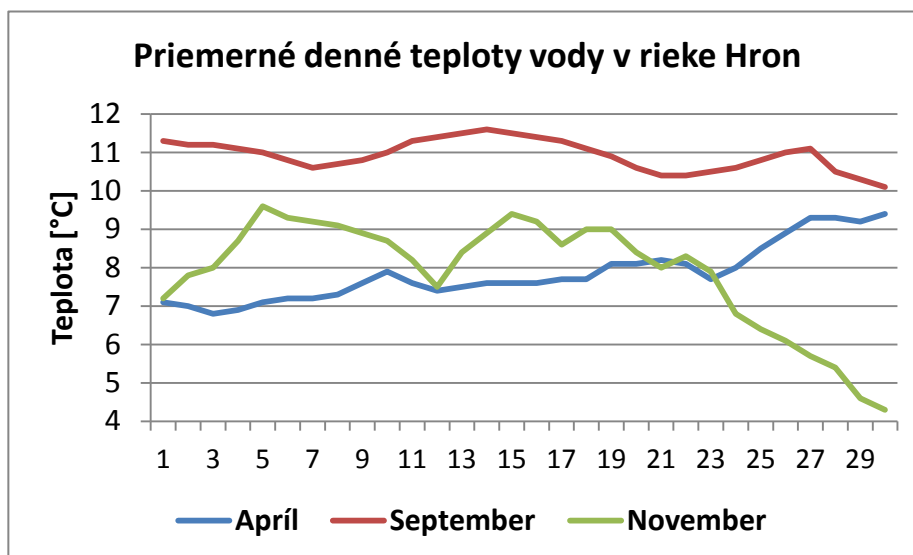
Nesprávna odpoveď – iná odpoveď, neuvedená odpoveď

Úloha 2.

Teplota vody

(Rybanský 2014)

Slovenský hydrometeorologický ústav (SHMÚ) pravidelne zaznamenáva teplotu vody na niektorých slovenských riekach. V grafe na obrázku sú uvedené priemerné denné teploty vody v rieke Hron v troch mesiacoch roku 2010.



(Zdroj: Hydrologická ročenka 2010, SHMÚ)

Rozhodnite, či sú nasledujúce tvrdenia pravdivé:

Pravdivé Nepravdivé

V septembri sa pohybovali priemerné denné teploty vody v rieke Hron vo väčšom rozmedzí ako v apríli.

Priemerná denná teplota vody v rieke Hron sa v uvedených mesiacoch najviac menila v novembri.

Pri porovnaní priemernej dennej teploty zo začiatku a konca mesiaca vyplýva, že k najväčšej zmene v uvedených mesiacoch došlo v apríli.

Stupeň vzdelávania: ISCED 2

Typ úlohy: Zväzok úloh s výberom odpovede

Kontext: Veda

Zaradenie podľa revidovanej Bloomovej taxonómie: K2

Hodnotenie:

Správna odpoveď – nepravdivé, pravdivé, nepravdivé

Nesprávna odpoveď – iná odpoveď, neuvedená odpoveď

Úloha 3.

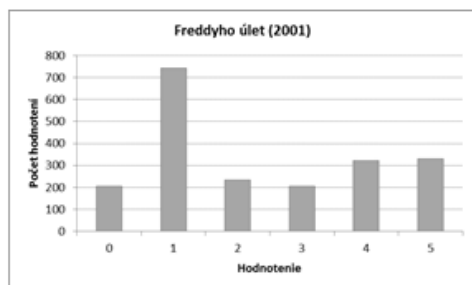
Rozporuplný film

(Rybanský 2014)

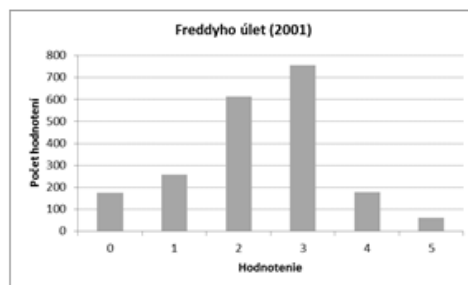
CSFD je skratka pre Česko-Slovenskú filmovú databázu poskytujúcu informácie o filmoch, seriáloch,

hercoch, režiséroch a všeličom, čo sa filmu týka. Sú tu hodnotenia filmov (filmy sa hodnotia na stupnici od nula hviezdíček do päť hviezdíček), komentáre k filmom od divákov. V tejto databáze je v kategórii „najrozporuplnejšie filmy“ zaradená aj snímka *Freddyho úlet* z roku 2001.

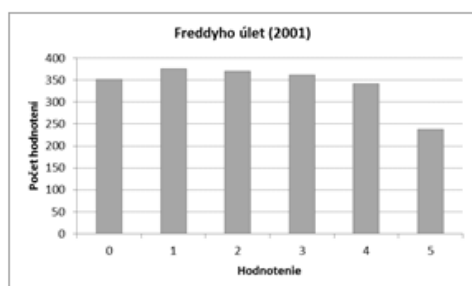
Rozhodnite, ktorý z grafov A – D zrejme najlepšie zodpovedá hodnoteniam divákov.



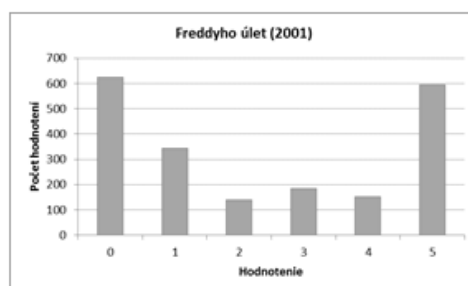
A



B



C



D

Stupeň vzdelávania: ISCED 3

Typ úlohy: Uzavretá úloha s výberom odpovede (jedna najpresnejšia odpoveď)

Kontext: Spoločnosť

Zaradenie podľa revidovanej Bloomovej taxonómie: K5

Hodnotenie:

Správna odpoveď – C

Nesprávna odpoveď – iná odpoveď, neuvedená odpoveď

Všeobecné odporúčania na tvorbu testových úloh

- ☐ Najprv treba čo najpresnejšie vymedziť rozsah vedomostí a zručností, ktoré má úloha testovať.
- ☐ Znenie úlohy musí byť jednoznačné, zrozumiteľné, gramaticky správne a pokiaľ možno stručné.
- ☐ Texty úloh by mali byť pre žiakov zaujímavé, mali by vychádzať zo situácií, ktoré žiaci poznajú.
- ☐ Úlohy v rámci jedného testu musia byť nezávislé.
- ☐ Úloha musí mať jedinou správnu a nespochybniteľnú odpoveď.
- ☐ Vyhýbať sa treba tzv. chytákom.
- ☐ Text by mal byť stručný a všetky otázky by sa mali týkať tohto textu.
- ☐ V úlohách by sa nemal používať dvojité zápor a negatívne tvrdenia by sa mali zvýrazniť.
- ☐ Venujte pozornosť tomu, či je úloha rovnako vhodná pre chlapcov i dievčatá.
- ☐ Skúste jednu úlohu vytvoriť vo viacerých variantoch (otvorenú, uzavretú...) a vybrať tak ten najvhodnejší typ úlohy.

5 Tvorba didaktických testov

Odborne zostavený a správne používaný didaktický test môže byť veľmi užitočným prostriedkom na získavanie objektívnych informácií o znalostiach a schopnostiach žiaka.

Tvorba kvalitného didaktického testu je činnosť veľmi náročná na čas i odbornosť autora. Niektorí učitelia dajú väčšinou prednosť príprave vlastného testu. Každý učiteľ by preto mal byť oboznámený aspoň s hlavnými princípmi používania, hodnotenia a interpretácie výsledkov didaktických testov.

Vyučovací proces je možné pri určitom zjednodušení chápať ako riadený proces, v ktorom je možné rozlíšiť dve základné funkcie:

- odovzdávanie nových poznatkov,
- kontrola množstva a kvality osvojených vedomostí a zručností.

Tieto dve fázy vyučovacieho procesu tvoria jeden celok, ktorého časti nie je možné násilne rozdeľovať. Prvej fáze sa v dnešnej dobe vyčleňuje pomerne veľký priestor, či už pri príprave budúcich učiteľov alebo v literatúre. Nemenej dôležité je hodnotenie žiakov, posúdenie ich výkonov, činností, správania je jeden zo základných, veľmi účinných prostriedkov učiteľa, ako riadiť a usmerňovať zložité a pre žiakov značne náročné učebné činnosti.

5.1 Vymedzenie pojmu „školské hodnotenie“

V odbornej pedagogickej literatúre môžeme nájsť rôzne vysvetlenia pojmu školské hodnotenie. Napr.:

- Slavík (1999) rozumie pod školským hodnotením „všetky hodnotiace procesy a ich prejavy, ktoré bezprostredne ovplyvňujú školskú výučbu alebo o nej vypovedajú“.
- J. Velikanič (1973) chápe hodnotenie ako „proces stáleho poznávania a posudzovania žiaka, jeho vedomostnej úrovne, pracovných a učebných činností, jeho výsledkov“. Hodnotenie má vyjadriť ocenenie žiakovej práce alebo naznačiť cestu, ako nedostatky napraviť.
- J. Skalková (2004) hodnotenie chápe ako „zaujímanie a vyjadrovanie kladného alebo záporného stanoviska k rôznym činnostiam a výkonom žiakov vo vyučovaní, ktoré môže mať v praxi najrôznejšie formy: od súhlasného alebo nesúhlasného pokývnutia hlavou, prísneho pohľadu, tónu hlasu, kladnej alebo negatívnej poznámky, záujmu o osobnosť žiaka, pochvaly či napomenutia, odmeny či trestu až po známku, prípadne podrobnejšiu analýzu výkonu vrátane záverečného hodnotiaceho súdu“.
- M. Pasch a kol. (1998) hovorí o hodnotení ako o „systematickom procese, ktorý vedie k určeniu kvalít a výkonov vykazovaných žiakom alebo skupinou žiakov, je to činnosť systematická, t. j. činnosť pripravená, organizovaná a opakovane vykonávaná, ktorej výsledky sú podrobované opravám“.

Za povšimnutie stojí, že hodnotenie žiakov vo vyučovaní je prakticky tiež jediné hodnotenie v živote človeka, ktoré môže byť systematické. Všetky ostatné hodnotenia, s ktorými sa človek vo svojom živote zákonite stretáva, majú rôzny charakter. Často sú príliš všeobecné alebo náhodné. Nie vždy podliehajú presne zadefinovaným pravidlám a ich vyhodnotenie nemusí byť úplne transparentné. Aj hodnotenia, ktoré vykonáva jedinec sám v každodenných bežných situáciách, nemusia mať systematický charakter.

Systematickosť hodnotenia žiakov vo výučbe možno vidieť v tom, že táto činnosť je pripravovaná, organizovaná, vykonávaná pravidelne, v určitých časových intervaloch a výsledky sú porovnávané so zvolenými normami. A práve touto kvalitou (systematickosť, permanentnosť) má hodnotenie vo vzdelávaní nesmierne silný vplyv na povahu vyučovania vôbec, na intenzitu učebných činností žiakov aj na kvalitu a schopnosť sebahodnotenia žiakov. Za základné pravidlo hodnotenia možno považovať fakt, že žiaci by mali vždy vedieť, čo sa bude hodnotiť. To znamená vedieť, aká cieľová norma je formulovaná k danému konkrétnemu obsahu, teda či si stačí zapamätať poznatky alebo je nutné pochopiť súvislosti či nevyhnutné zvládnuť aplikáciu poznatkov na nové situácie a pod. V skratke žiaci by mali vedieť, čo je štandard, čo je nadštandard a čo je považované vo vzťahu k danej cieľovej norme ako nedostatočný výkon. V našom vzdelávacom systéme odpoveď na tieto otázky dávajú štátne vzdelávacie programy.

Celkovo môžeme povedať, že školské hodnotenie a v širšom chápaní hodnotenia vzdelávania poskytujú informácie o tom, ako úspešne prebieha výučba a aké sú jej výsledky. Je v podstate spätnou väzbou, ktorá vypovedá, či práca v škole dosahuje stanovené ciele. Získavanie spätnej väzby v rámci kvality a kvantity vedomostí žiakov je možné realizovať rôznou formou, napr. prostredníctvom ústneho skúšania a tiež didaktických testov.

Ústne skúšanie

Súčasný systém hodnotenia a klasifikácie žiakov je ešte stále založený prevažne na individuálnom ústnom skúšaní. Dobre pripravená a vykonaná ústna skúška má veľký význam najmä pre rozvoj vyjadrovania sa, prezentačných zručností a schopnosti argumentácie. Ústna skúška má aj niekoľko nedostatkov. Vedie skôr k memorovaniu než k riešeniu problémov a rozvoju myslenia, je časovo náročná a možno ju považovať za značne subjektívny prostriedok hodnotenia. Pri ústnom skúšaní totiž neexistujú pevné normy na hodnotenie (každý učiteľ klasifikuje inak). Ústna skúška preto nestačí na objektívne a spravodlivé hodnotenie žiaka. Ústna skúška by sa preto mala stať iba vhodným doplnkom kvalitného didaktického testu.

5.2 Didaktický test

Didaktický test sa využíva na objektívne zisťovanie úrovne zvládnutia učiva v určitej skupine osôb. Stručná a výstižná je definícia didaktického testu podľa P. Byčkovského: „Didaktický test je nástroj systematického zisťovania (meranie) výsledkov výučby.“ V publikácii od R. Schindlera možno nájsť obsiahnejšiu definíciu didaktického testu: „Ide o nástroj určený na objektívne meranie výsledkov vzdelávania vo vopred vymedzenej konkrétnej oblasti. Tvorený je súborom úloh, ktoré sa vzťahujú k vybraným častiam obsahu a ktoré sú určené na riešenie počas presne vymedzeného časového úseku. Súčasťou didaktického testu je dokumentácia, ktorá definuje, čo test meria, pre akú populáciu žiakov je určený, ako má prebiehať jeho zadávanie, ako majú byť vyhodnotené riešenia žiakov a ako možno interpretovať zistené výsledky.“ Na rozdiel od bežného skúšania sú pre didaktický test vopred stanovené pravidlá, poľa ktorých je test navrhnutý, zadaný aj vyhodnotený.

5.2.1 Druhy didaktických testov

V pedagogickej praxi sa môžeme stretnúť s didaktickými testami rôznej kvality a rôzneho druhu. Jednotlivé druhy didaktických testov majú svoje špecifické vlastnosti a líšia sa tým, aké informácie pomocou nich získavame.

Tab. 2 Triedenie didaktických testov

Klasifikačné hľadisko	Druhy testov		
merateľná charakteristika výkonu	rýchlosť	úroveň	
dokonalosť prípravy testu a jeho príslušenstva	štandardizované	neštandardizované	
povaha činnosti testovaného	kognitívne	psychomotorické	
miera špecifickosti učenia zisťovaného testom	výsledky výučby	študijné predpoklady	
interpretácia výkonu	rozlišovacie (relatívny výkon)	overovacie (absolútny výkon)	
časové zaradenie do výučby	vstupné	priebežné (formatívne)	výstupné
tematický rozsah	monotematické	polytematické (súhrnné)	
miera objektivity skórovania	objektívne skórované	kváziobjektívne skórované	subjektívne skórované
spôsob zadávania testu	papierová forma	elektronická forma	

Didaktické testy sú použiteľné v školskej praxi za podmienky, že sú dobre vytvorené, vhodne použité a ich výsledky budú správne a citlivo interpretované.

5.2.2 Vlastnosti didaktického testu

Kvalitný didaktický test by mal byť:

☐ Objektívny

K objektivite prispieva jednoznačná formulácia úloh testu, rovnaké podmienky pri jeho zadávaní, presné a pre všetkých rovnaké pravidlá hodnotenia odpovedí žiakov.

Objektivita testu môže byť značne znížená nejednoznačne formulovanými úlohami.

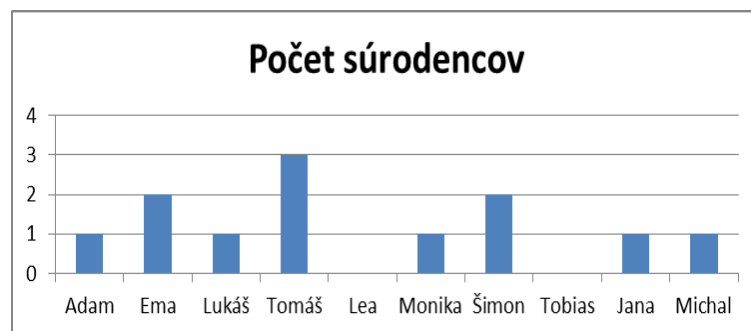
Ukážka úlohy znižujúcej objektivnosť testu:

Tomáš požiadal desať svojich spolužiakov, aby mu povedali, koľko majú súrodencov. Počty súrodencov si zapísal do nasledovnej tabuľky:

Meno	Adam	Ema	Lukáš	Tomáš	Lea	Monika	Šimon	Tobias	Jana	Michal
Počet súrodencov	1	2	1	3	0	1	2	0	1	1

Znázorni počet súrodencov graficky.

Učiteľ očakáva, že žiaci nakreslia stĺpcový graf znázorňujúci početnosti počtu súrodencov. Niektorí žiaci si to domyslia, hlavne, ak také úlohy už riešili, ale niektorí môžu nakresliť aj nasledovný graf na obrázku. Uvedený graf možno vzhľadom na nejednoznačné zadanie úlohy považovať tiež za správny, i keď nie je odpoveďou, ktorú učiteľ očakával.



Obr. 12 Možná odpoveď žiaka

❑ Validný

Obsahová validita je miera, s akou daný test skutočne meria konkrétne vedomosti alebo zručnosti, ktoré chceli autori testu merať, resp. či úlohy zvolené do testu dostatočne obsahovo pokrývajú danú oblasť učiva a požadované úrovne vedomostí a zručností.

Napríklad pri testoch výsledkov výučby sú kritériom validity príslušné kurikulá vyučovacích predmetov.

Konštrukčné chyby vedúce k zníženiu validity spočívajú najčastejšie v tom, že na vyriešenie úlohy je nutné urobiť myšlienkové operácie, ktoré nemusia byť žiakom známe.

Ukážka úlohy s nízkou validitou:

Pán Novák s manželkou už nemusia tak veľmi šetriť, obaja ich synovia doštudovali a sú zamestnaní. Pán Novák si zapísal, koľko eur každý mesiac príde na ich účty: ja dostanem 880 eur, manželka 520 eur, Robo 670 eur a Erik dostane práve aktuálnu čistú priemernú mesačnú mzdu v SR.

Určte priemernú čistú mesačnú mzdu v rodine Novákovcov?

Úspešné vyriešenie uvedenej úlohy závisí od toho, či žiak vie, aká je aktuálna čistá priemerná mesačná mzda. Toto nepatrí do vedomostí, ktoré možno zaradiť do oblasti štatistickej gramotnosti.

❑ Spoľahlivý a presný (reliabilný)

Spoľahlivosť spočíva v tom, že za tých istých podmienok by mal poskytovať rovnaké (veľmi podobné) výsledky. Didaktický test je presný vtedy, ak pri jeho použití nedochádza k veľkým chybám merania. Obe požiadavky, t. j. spoľahlivosť a presnosť, zahrňame pod spoločný pojem reliabilita.

Výsledok didaktického testu u určitého žiaka je tvorený dvoma zložkami: pevnou zložkou (skutočné vedomosti alebo zručnosti) a náhodnou zložkou (okamžitá kondícia, vonkajšie podmienky atď.). Náhodná zložka spôsobuje, že pri zdánlivo rovnakých podmienkach sa výsledky testovania môžu podstatne líšiť. V dobrom didaktickom teste by sa vplyv náhodnej zložky mal uplatňovať čo najmenej. O teste poskytujúcom výsledky, ktoré sú len minimálne dotknuté náhodnými vplyvmi, môžeme povedať, že má vysokú reliabilitu.

K presnému posúdeniu miery reliability didaktického testu slúži koeficient reliability. Tento koeficient v praxi nadobúda hodnoty od 0 (pre prípad úplnej nespoľahlivosti a nepresnosti) až po hodnoty blízke 1 (pre prípad dokonalej spoľahlivosti a presnosti didaktického testu). Pre

individuálnu pedagogickú diagnostiku sa väčšinou požaduje koeficient reliability minimálne 0,80.

Reliabilita testu je závislá od:

- kvality testových úloh, z ktorých je vytvorený,
- počtu úloh.

Všeobecne platí, že čím viac úloh test obsahuje, tým má väčšiu reliabilitu. Počet úloh za určitou hranicou zvyšuje reliabilitu len minimálne, naopak niektoré úlohy môžu reliabilitu testu znižovať a po ich odstránení z testu by bola reliabilita testu vyššia. Pri testoch s počtom úloh 10 alebo menej koeficient reliability spravidla dosahuje maximálne hodnoty okolo 0,60. To znamená, že dobrý didaktický test by mal vždy obsahovať dostatočný (nie priveľký) počet úloh (za spodnú hranicu možno považovať 10 úloh).

❑ Citlivý (diskriminačný)

Citlivosť vypovedá o schopnosti testu rozlišovať medzi žiakmi s rôznou úrovňou skutočných vedomostí a zručností.

Aby bola úloha citlivá, nesmie byť veľmi ľahká (takmer všetci žiaci ju vyriešia správne) a nesmie byť ani veľmi ťažká (takmer všetci žiaci ju vyriešia nesprávne).

Ukážka veľmi ľahkej úlohy:

Matúšova mama je zúfalá, jej syn sa nevie naučiť pravopis slovenského jazyka. Hoci každý deň spolu napíšu jeden diktát, Matúš má z diktátov v tomto školskom roku tieto známky: 4, 5, 5, 3, 5, 5, 4.

Zistite najlepšiu známku, ktorú dostal Matúš z diktátu v tomto školskom roku.

Pri riešení uvedenej úlohy je veľmi pravdepodobné, že takmer všetci žiaci odpovedia správne.

5.2.3 Tvorba didaktického testu

Každý školský test je vlastne meracím nástrojom, ktorého účelom je objektívne merať (kvantifikovať) úroveň vedomostí testovaného žiaka v danej špecifickej oblasti. O tom, či test bude kvalitným meracím nástrojom (validným, reliabilným), významne rozhoduje spôsob jeho tvorby. V tejto súvislosti je dôležité si uvedomiť, že rovnako dôležitá je metodika postupu pri zostavovaní testu (projekt, dizajn) ako typy testových úloh a ich charakteristika.

Následne uvádzané činnosti zodpovedajú svojím obsahom i rozsahom konštrukcii štandardizovaného testu. V neštandardizovaných (učiteľských) testoch je možné niektoré kroky vypustiť a/alebo ich uskutočniť v zjednodušenej podobe.

Tvorbu didaktického testu možno rozdeliť do troch základných etáp:

1. plánovanie testu,
2. konštrukcia testu,
3. overovanie testu.

• Plánovanie didaktického testu

Najskôr je potrebné určiť účel testu (napr. zistenie výsledkov výučby na konci tematického celku alebo na konci polroka alebo roka, zistenie, ako žiaci preberané učivo prijímajú a chápu). Po ujasnení účelu testovania sa rámcovo vymedzujú obsah testu, to znamená očakávané vedomosti a schopnosti žiaka, tematické celky učiva a špecifické ciele. Vznikne tzv. **špecifikačná tabuľka**.

Špecifikačná tabuľka (okrem iného) spresňuje, aká úroveň osvojenie vedomostí má byť jednotlivými úlohami testu overovaná. Dobrý didaktický test by mal overiť nielen pamäťové osvojenie učiva, ale mal by testovať aj vyššie úrovne kognitívnych procesov, ako je porozumenie, aplikácia, analýza, hodnotenie a tvorivosť. Existuje niekoľko taxonómií výučbových cieľov, napr. Tollingerovej taxonómia učebných úloh, Bloomova taxonómia výučbových cieľov, Bloomova revidovaná taxonómia, Niemierkova taxonómia...

Uvádzame stručný opis Bloomovej revidovanej taxonómie. Táto taxonómia pozostáva z dvoch dimenzií, dimenzie poznatkov a dimenzie kognitívnych procesov.

Prvá dimenzia – dimenzia **poznatkov** pozostáva zo štyroch hlavných kategórií:

- **Faktické poznatky** – základné informácie, s ktorými sa žiak musí oboznámiť.
- **Konceptuálne poznatky** – informácie o vzťahoch medzi elementmi v rámci väčších štruktúr.
- **Procedurálne poznatky** – informácie o postupoch, metódach, algoritmoch, použití zručností.
- **Metakognitívne poznatky** – informácie o kogníciách, ale tiež o uvedomení si vlastných kognícií.

Druhá dimenzia – dimenzia **kognitívnych procesov** má šesť hlavných kategórií:

1. **Zapamätať si** (ako schopnosť vybavenia si informácie z dlhodobej pamäti).
2. **Porozumieť** (ako schopnosť určiť význam správy – ústnej, písomnej alebo grafickej).
3. **Aplikovať** (ako schopnosť využiť konkrétny postup v danej situácii).
4. **Analyzovať** (ako schopnosť dekomponovať materiál na konštitučné časti a určiť, aký majú vzťah k ostatným častiam a k celku).
5. **Hodnotiť** (ako schopnosť posudzovať na základe kritérií a štandardov).
6. **Tvoriť** (ako schopnosť spájať časti a vytvárať nový koherentný celok alebo vyrobiť originálny produkt).

Pri zostavovaní špecifikačnej tabuľky ide o **určenie štruktúry učiva, ktoré má byť testované**, to znamená, že sa najskôr určí téma (témy), ktorá má byť testom overovaná. Táto téma sa potom rozdelí na jednotlivé časti (napr. podľa štruktúry výkladu v učebnici, podľa názvov kapitol v programe výučby atď.). Každéj časti učiva sa následne priradí určitá váha, napr. podľa toho, koľko hodín bolo výučbe danej časti učiva venované, alebo podľa toho, aký je rozsah danej časti učiva v učebnici a pod. Ďalším krokom pri zostavovaní špecifikačnej tabuľky je rozhodnutie, **koľko úloh celkom má test obsahovať**. O počte úloh v teste rozhoduje rad okolností. Na prvom mieste je to požiadavka dostatočne vysokej spoľahlivosti a presnosti, t. j. reliability testu (pozri v predchádzajúcom texte). Horná hranica dĺžky testu je daná časovým ohraničením realizácie testu. Všeobecne počet úloh v teste závisí od typu používaných testových úloh a ich zložitosti, čo treba pri tvorbe testu určite brať do úvahy.

Ako vidieť z uvedeného, špecifikačná tabuľka predstavuje pre autora testu akúsi predlohu na výber úloh do testu, čím vytvára predpoklady na vytvorenie vyváženého didaktického testu, ktorý testuje to, čo autor testu skutočne zamýšľal testom overovať.

V nasledujúcej tabuľke uvádzame špecifikačnú tabuľku pre test zo štatistickej gramotnosti pre 1. roč. SŠ, resp. 5. roč. osemročného gymnázia.

Tab. 3 Špecifikačná tabuľka pre test zo štatistickej gramotnosti

Č. ú.	Názov úlohy	Tematický okruh (1. úroveň)	Tematický celok (2. úroveň)	Kognitívna náročnosť – obidve dimenzie (Bloom)	Typ úlohy	Správna odpoveď
1	Hokej	Miera polohy	Priemer	Procedurálne – aplikovať	Uzavretá úloha	b

		dát		P3	s výberom odpovede	
2	MHD	Miery polohy dát	Medián	Konceptuálne – aplikovať K3	Otvorená úloha s krátkou odpoveďou	50
3	Priemerná mzda	Miery polohy dát	Priemer	Konceptuálne – hodnotiť K5	Uzavretá úloha s výberom odpovede	c
4	Teploty	Miery variability dát	Rozptyl	Konceptuálne – analyzovať K4	Uzavretá úloha s výberom odpovede	a
5	Futbalový klub	Miery variability dát	Rozptyl	Procedurálne – hodnotiť P5	Zorad'ovacia úloha	1, 2, 3
6	Pneumatika	Miery variability dát	Smerodajná odchýlka	Metakognitívne – aplikovať M3	Zväzok úloh s výberom odpovede	v, e, v, v
7	Chlieb	Miery variability dát	Rozptyl	Konceptuálne – hodnotiť K5	Uzavretá úloha s výberom odpovede	d
8	Boj	Náhodný výber	Výber z danej populácie	Metakognitívne – aplikovať F3	Otvorená úloha s krátkou odpoveďou	1100
9	Oprávari	Náhodný výber	Odhad počtu na základe výberu	Konceptuálne – hodnotiť K5	Uzavretá úloha s výberom odpovede	c
10	Bowling	Šanca a pravdepodobnosť	Šanca v hre	Konceptuálne – aplikovať K3	Otvorená úloha s krátkou odpoveďou	1/8; 12,5%; 0,125
11	Časopis	Šanca a pravdepodobnosť	Porovnanie šancí a pravdepodobností	Konceptuálne – porozumieť K2	Zväzok úloh s výberom odpovede	m, v, m, m, v, v
12	Výdavky	Grafy alebo tabuľky	Interpretácia grafov alebo tabuliek	Procedurálne – aplikovať P3	Uzavretá úloha s výberom odpovede	e
13	Diár	Grafy alebo tabuľky	Interpretácia grafov alebo tabuliek	Procedurálne – aplikovať P3	Otvorená úloha s dlhou odpoveďou	1140
14	Knihy 1	Grafy alebo tabuľky	Doplnenie – počty	Procedurálne – porozumieť P2	Otvorená úloha s krátkou odpoveďou	0,8
15	Knihy 2	Grafy alebo tabuľky	Interpretácia grafov alebo tabuliek	Procedurálne – hodnotiť P5	Otvorená úloha s krátkou odpoveďou	USA, V. Británia
16	Lod'	Grafy alebo tabuľky	Interpretácia grafov alebo tabuliek	Konceptuálne – porozumieť K2	Uzavretá úloha s výberom odpovede	b
17	Dĺžka života	Grafy alebo tabuľky	Interpretácia grafov alebo tabuliek	Procedurálne – porozumieť P2	Otvorená úloha s dlhou odpoveďou	Afganistan, Afganistan
18	Oscar	Šanca a pravdepodobnosť	Porovnanie šancí a pravdepodobností	Metakognitívne – hodnotiť M5	Zorad'ovacia úloha	b, a, c
19	Michaela	Šanca a pravdepodobnosť	Odhad	Procedurálne – aplikovať P3	Uzavretá úloha s výberom odpovede	a
20	Koleso 1	Šanca a pravdepodobnosť	Geometrická pravdepodobnosť	Konceptuálne – porozumieť K2	Otvorená úloha s dlhou odpoveďou	1/3

21	Koleso 2	Šanca a pravdepodobnosť	Odhad	Konceptuálne – hodnotiť K5	Uzavretá úloha s výberom odpovede	e
22	Búrka 1	Úsudky a argumentácie		Procedurálne – analyzovať P4	Otvorená úloha s krátkou odpoveďou	Zimbabwe, Zimbabwe
23	Búrka 2	Úsudky a argumentácie		Metakognitívne – hodnotiť M5	Uzavretá úloha s výberom odpovede	c
24	Hádzaná	Úsudky a argumentácie		Konceptuálne – analyzovať K4	Uzavretá úloha s výberom odpovede	e
25	Nové auto	Úsudky a argumentácie		Konceptuálne – aplikovať K3	Uzavretá úloha s výberom odpovede	b
26	Biatlon	Úsudky a argumentácie		Procedurálne – analyzovať P4	Otvorená úloha s dlhou odpoveďou	c
27	Noviny	Úsudky a argumentácie		Konceptuálne – porozumieť K2	Zväzok úloh s výberom odpovede	ne, ná, ná, ne
28	Martin	Úsudky a argumentácie		Metakognitívne – analyzovať M4	Uzavretá úloha s výberom odpovede	b
29	Porovnanie	Úsudky a argumentácie		Procedurálne – hodnotiť P5	Uzavretá úloha s výberom odpovede	c
30	Mlieko	Úsudky a argumentácie		Procedurálne – hodnotiť P5	Uzavretá úloha s výberom odpovede	d

- **Konštrukcia didaktického testu**

Vo fáze konštrukcie didaktického testu ide o vyskladanie testu z dostupných úloh či vytvorenie samotných testových úloh. Tvorbe testových úloh sa venujeme v samostatnej kapitole *Tvorba testových úloh*.

Overovanie a optimalizácia didaktického testu

Relatívne definitívnu predstavu o vlastnostiach testu môžeme získať až po dôkladnom odskúšaní (overení) testu na vzorke žiakov. Týmto overením získame informácie o kvalite vytvoreného testu a hlavne informácie o tom, v čom spočívajú prípadné nevhodné vlastnosti testu. Následne môžeme na základe týchto informácií nedostatky v teste či v konkrétnych testových úlohách odstrániť, zmierniť alebo korigovať. Dôveryhodnosť informácií získaných z overovania testu závisí hlavne od počtu žiakov, ktorí sa overovania zúčastnia. *(Ak je v škole niekoľko paralelných tried, je výhodné využiť všetky triedy. Učitelia v menších školách môžu využiť napr. spoluprácu s kolegami z iných škôl.)* Napríklad v prípade štandardizovaných didaktických testov sa pri overovaní pracuje so vzorkami 300 – 500 žiakov.

Záver

V súčasnosti prebieha inovovanie testovacích nástrojov a metód vyhodnocovania výsledkov meraní s cieľom porovnávania úrovne vedomostí, zručností a ovládania kľúčových kompetencií v nadväznosti na reformu vzdelávania. Vznikajú testovacie nástroje na hodnotenie úrovne vzdelávania na stupňoch ISCED 1 – ISCED 2 – ISCED 3. Integrálnou súčasťou testov sú úlohy na overovanie kľúčových kompetencií – matematickej, čitateľskej, prírodovednej gramotnosti či štatistickej a finančnej gramotnosti. Predmetom overovania nie sú len vedomosti a zručnosti, ale aj použitie kľúčových kompetencií v praktickom kontexte situácií zo života.

Vzdelávanie v rámci programu kontinuálneho vzdelávania je preto zamerané na prehĺbenie a rozšírenie profesijných kompetencií v oblasti štatistickej gramotnosti. To, že máme k dispozícii množstvo údajov, samo osebe nestačí. Máme navyše moderné technológie a sofistikovaný softvér. Musíme sa naučiť im rozumieť a pracovať s nimi. Je smutné, ak nevieme presne interpretovať to, čo nám čísla a zistenia hovoria. Často sa obmedzujeme len na percentá alebo aritmetický priemer a už aj pri týchto vyjadreniach sa stretneme s neporozumením. Hoci „sedliacky rozum“, obchodnícky duch a intuíciu netreba podceňovať, nie je nad fakty a argumenty, ktoré hovoria o realite – javoch a procesoch, umožňujú nám porovnávať a prognózovať. Čísla majú veľkú moc, netreba sa ich báť, treba s nimi pracovať, rozumieť im, aby sme nevideli len číslice a v prípade grafov a diagramov len obrázky, ale aby sme vnímali to, čo znamenajú, prípadne aby sme sa sami týmto spôsobom dokázali vyjadrovať.

Z tohto hľadiska je mimoriadne dôležité, aby pedagogickí zamestnanci rozumeli a na zodpovedajúcej úrovni sa orientovali v problematike štatistickej gramotnosti a aby ju prirodzeným spôsobom zakomponovali do pedagogickej praxe nielen na hodinách matematiky, ale aj v iných vzdelávacích oblastiach, prípadne v oblasti pedagogického výskumu, teórie testov a ich spracovania a pod.

Zoznam bibliografických odkazov

ANDERSON, L. W., 2005. Objectives, evaluation, and the improvement of education. In: *Studies in educational evaluation*. Vol. 31, no. 2-3, s. 102-113. ISSN 0191-491X.

BLOOM, B. S. et al., 1956. *Taxonomy of educational objectives: The classification of educational goals. handbook 1: Cognitive domain*. New York: David McKay.

BYČKOVSKÝ, P., 1982. *Základy měření výsledků výuky: tvorba didaktického testu*. Praha: ČVUT.

COSMIDES, L. a J. TOOBY, 1996. Are humans good intuitive statisticians after all?: Rethinking some conclusions from the literature on judgment under uncertainty. In: *Cognition*. Vol. 58, no. 1., p. 1-73. ISSN 0010-0277.

FISCHBEIN, E., 1975. *The intuitive sources of probabilistic thinking in children*. Dordrecht: D. Reidel Publishing Company. ISBN 90-277-0626-3.

GAL, I., 2005. Towards "Probability literacy" for all citizens: Building blocks and instructional dilemmas. In: *Exploring Probability in School*. Springer Science+Business Media, Inc, p. 39-65. ISBN 0-387-24530-8.

GAL, I., 2002. Adults' statistical literacy: Meanings, components, responsibilities. In: *International Statistical Review*. Vol. 70, No. 1, p. 1-25. ISSN 1751-5823.

GREEN, D., 1997. Recognising Randomness. In: *Teaching statistics*. Vol. 19, No. 2, p. 36-39. ISSN 1467-9639.

JUNKOVÁ, J., 2015. *Didaktické testování* [online]. Dostupné na internete: http://student.oapion.cz/ic_sipvz/obsah/didakticke_testovani.pdf

KAHNEMAN, D. a A. TVERSKY, 1982. On the study of statistical intuitions. In: *Cognition*. Vol. 11, No. 2, p. 123-141. ISSN 0010-0277.

KAHNEMAN, D., P. SLOVIC a A. TVERSKY, 1982. *Judgment under uncertainty: Heuristics and Biases*. Cambridge: Cambridge University Press., 1982. ISBN 0-521-24064-6.

KÓŠOVÁ, M., 2011. Štatistická gramotnosť v súvislosti s polopravdami a zavádzajúcimi vyjadreniami v štatistike. In: *Forum Statisticum Slovaca*. Roč. 7, č. 2, s. 219-222. ISSN 1336-7420.

KOŠOVÁ, M., 2014. *Rozvoj matematickej gramotnosti v oblasti náhodnosť: dizertačná práca*. Nitra: Univerzita Konštantína Filozofa.

KOŠOVÁ, M. a kol., 2013. *Zbierka úloh zo štatistickej gramotnosti*. Bratislava: Národný ústav certifikovaných meraní vzdelávania. ISBN 978-80-89638-07-9.

LUČENIČOVÁ, K., 2013. Realizácia a výstupy aktivity projektu HKV - Výskum intervencie na zvýšenie štatistickej a finančnej gramotnosti slovenských žiakov na stupni ISCED 2. In: *Hodnotenie kvality vzdelávania – súčasný stav a perspektívy*. Bratislava: NÚCEM. ISBN 978-80-89638-11-6.

MLODINOW, L., 2009. Život je jen náhoda. Praha: Slovart. ISBN 978-80-7391-259-8.

OECD. 2013. OECD Skills Outlook 2013: First Results from the Survey of Adult Skills, OECD Publishing. Dostupné z: <http://dx.doi.org/10.1787/9789264204256-en>. ISBN 978-92-64-20425-6 (PDF)

PASCH, M. a kol., 1998. *Od vzdělávacího programu k vyučovací hodině: jak pracovat s kurikulem*. Praha: Portál. ISBN 80-7178-127-4.

PISA SK. Národná správa, 2006. Bratislava: ŠPÚ. ISBN 978-80-89225-37-8.

PRŮCHA, J., E. WALTEROVÁ a J. MAREŠ, 2008. *Pedagogický slovník*. Praha: Portál. ISBN 9788073674168.

RYBANSKÝ, Ľ., 2013. *Stochastické modely reálnych situácií*. Dizertačná práca. Nitra: Univerzita Konštantína Filozofa.

SCHIELD, M., 2004. Statistical literacy curriculum design. In: *Curricular Development in Statistics Education*. Lund: International Statistical Institute. ISBN 90-73592-22-454-75.

SCHIELD, M., 2001. Three kinds of statistical literacy: what should we teach? In: *ICOTS 6: the Sixth International Conference on Teaching Statistics: "Developing a Statistically Literate Society"*. International Association for Statistical Teaching. ISBN 0855907843.

SCHIELD, M., 1999. *Statistical Literacy: Thinking critically about statistics* [online]. Arlington: Association of Public Data Users, 1999. Dostupné z: <http://www.statlit.org/pdf/1999SchieldAPDU.pdf>

SCHIELD, M., 2005. *Statistical literacy: An evangelical calling for statistical educators* [online]. Sydney: ISI Conference, 2005. Dostupné z: <http://iase-web.org/documents/papers/isi55/Schield.pdf>

SCHINDLER, R. a kol., 2006. *Rukověť autora testových úloh*. Praha: Centrum pre zisťovanie výsledkov vzdelávania. ISBN 80-239-7111-5.

SLAVÍK, J., 1999. *Hodnocení v současné škole: východiska a nové metody pro praxi*. Praha: Portál. ISBN 80-7178-262-9.

SKALKOVÁ, J., 2004. *Pedagogika a výzvy nové doby*. Brno: Paido. ISBN 80-7315-060-3.

TOLLINGEROVÁ, D. K., Pedagogicko-psychologické teórie učebných úloh. In: *Socialistická škola*. 1976-77, roč. 17, č. 4, s. 156-160.

UHRINOVÁ, E., 2014. *Využitie didaktických hier v tematickom okruhu Kombinatorika, pravdepodobnosť a štatistika*. Dizertačná práca. Nitra: Univerzita Konštantína Filozofa.

VELIKANIČ, J., 1973. *Skúšanie, hodnotenie a klasifikácia žiakov*. Bratislava: Slovenské pedagogické nakladateľstvo.

VRÁBELOVÁ, M. a kol., 2011. O náhode a pravdepodobnosti. In: *Veda pre vzdelanie - vzdelanie pre vedu*. Nitra: Univerzita Konštantína Filozofa. ISBN 978-80-8094-973-0.

WALLMAN, K. K., 1993. Enhancing statistical literacy: Enriching our society. In: *Journal of the American Statistical Association*. Vol. 88, No. 421, p. 1-8. ISSN 0162-1459.

WATSON, Jane M., 1997. Assessing statistical thinking using the media. In: *The assessment challenge in statistics education*. Amsterdam: IOS Press, p. 107-121. ISBN 90 5199 333 1.

WATSON, Jane M., 2003 *Statistical literacy at the school level: What should students know and do* [online]. Berlin: International Statistical Institute. Dostupné z: <http://iase-web.org/documents/papers/isi54/3516.pdf>

WATSON, Jane M., 2006. *Statistical literacy at school: Growth and goals*. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, Inc. 319 s. ISBN 0-8058-5398-7.

WATSON, Jane M. a Ben A. KELLY, 2008. Sample, Random and Variation: The Vocabulary of Statistical Literacy. In: *International Journal of Science and Mathematics Education*. Vol. 6, No. 4, p. 741-767. ISSN 1573-1774.