



mpc
METODICKO-PEDAGOGICKÉ CENTRUM



Európska únia
Európsky sociálny fond

Moderné vzdelávanie pre vedomostnú spoločnosť / Projekt je spolufinancovaný zo zdrojov EÚ

RNDr. Viera Kompanová

Pracovné listy k téme funkcie

Osvedčená pedagogická skúsenosť edukačnej praxe

Banská Bystrica

2013

Vydavateľ: Metodicko-pedagogické centrum, Ševčenkova 11,
850 01 Bratislava

Autor OPS/OSO: RNDr. Viera Kompanová

Kontakt na autora: Gymnázium Antona Bernoláka, ulica Mieru 307/23, Námestovo
vierko@seznam.cz

Názov OPS/OSO: Pracovné listy k téme funkcie

Rok vytvorenia OPS/OSO: 2013

Odborné stanovisko vypracoval: PaedDr. Janka Březíková

Za obsah a pôvodnosť rukopisu zodpovedá autor. Text neprešiel jazykovou úpravou.

Táto osvedčená pedagogická skúsenosť edukačnej praxe/osvedčená skúsenosť odbornej praxe bola vytvorená z prostriedkov národného projektu Profesionálny a kariérový rast pedagogických zamestnanancov.

Projekt je financovaný zo zdrojov Európskej unie.

Kľúčové slová

Pracovné listy, vyučovacia hodina, funkčná závislosť, funkcia, funkčná hodnota, vlastnosti funkcie, definičný obor funkcie, obor hodnôt funkcie, vlastnosti funkcií, graf, tabuľka.

Anotácia

Cieľom tejto osvedčenej pedagogickej skúsenosti bolo vytvoriť a metodicky popísať praktické a vyskúšané námety a materiály použité na vyučovacích hodinách vo vzdelávacej oblasti „Matematika a práca s informáciami“ v predmete „Matematika“, v tématickom celku „Funkcie“ s témami „Funkcia – základné pojmy“, „Graf funkcie“, „Čítanie z grafov“, „Vlastnosti funkcií“, v prvom ročníku gymnázia.

Popísané vyučovacie hodiny sme rozpracovali a prispôbili prierezovým témam, medzipredmetovým vzťahom, kľúčovým kompetenciám so zreteľom na učebné osnovy a štandardy tak, aby splnili vyučovacie ciele. Didaktické prostriedky sú určené pre prácu s pracovnými listami vypracovanými k týmto témam.

V celej práci uplatňujeme princíp prepojenia teórie s praxou, úlohy sme sa snažili zasadiť do reálneho kontextu tak, aby žiak nestratil súvis s reálnym životom. Úlohy zároveň slúžia na spestrenie vyučovacích hodín. Učiteľovi uľahčujú prácu na prípravu vyučovacej hodiny a u žiakov zas rozvíjajú mieru jeho matematických vedomostí a chápania a mieru jeho schopností aktivizovať matematické kompetencie na riešenie problémov, s ktorými sa v živote stretne.

OBSAH

ÚVOD	5
1 OPIS OPS PRACOVNÉ LISTY K TÉME FUNKCIE.....	6
1.1 Kontext a rámec	7
1.2 Špecifikácia cieľovej skupiny.....	7
1.3 Pojem a ciele OPS	7
1.4 Kľúčové kompetencie	9
1.5 Prierezové témy	10
1.6 Hodnotenie OPS	10
2 NÁMETY VYUČOVACÍCH HODÍN.....	12
2.1 Funkcia – základné pojmy	12
2.2 Graf funkcie.....	17
2.3 Čítanie z grafov	21
2.4 Vlastnosti funkcií	27
ZÁVER	32
ZOZNAM BIBLIOGRAFICKÝCH ZDROJOV	33
ZOZNAM PRÍLOH	34

ÚVOD

Osvedčená pedagogická skúsenosť (OPS) vedie k hľadaniu nových spôsobov a metód, ako upútať pozornosť žiaka vo vyučovacom procese. Potrebne je využívať nové, zaujímavé a motivujúce formy s dôrazom na efektivitu práce.

Pracovné listy vznikli ako dôsledok potreby z praxe mať k danému tematickému celku určitú vhodnú množinu úloh, z ktorých môže učiteľ podľa potreby vyberať. Grafická úprava úloh do pracovných listov a ich využitie na hodinách matematiky umožňuje značne zefektívniť vyučovací proces. Pracovné listy sú určené jednak pre učiteľov, ktorým majú zjednodušiť a uľahčiť náročnú prácu s prípravou na vyučovaciu hodinu – učiteľ nemusí prehľadávať množstvo rôznych zdrojov, alebo vytvárať úplne nové úlohy, môže robiť efektívne výbery úloh, ich úpravy, pretože sú spracované v elektronickej podobe, žiaci zase získajú ucelený a prehľadný študijný materiál k danej téme.

V OPS sme požívali prostriedky na dosiahnutie vytyčených výchovnovzdelávacích cieľov v súlade s obsahovým a výkonovým štandardom.

OPS pozostáva z dvoch kapitol. Prvá kapitola sa zaoberá problematikou opisu OPS, cieľovou skupinou, pre ktorú je určená, popisuje pojem a ciele OPS, kľúčové kompetencie, prierezové témy a hodnotenie OPS.

Druhá kapitola obsahuje námety metodiky k tematickému celku „Funkcie“, k témam „Funkcia základné pojmy“, „Graf funkcie“, „Čítanie z grafov“, „Vlastnosti funkcií“. Pozostáva zo štyroch podkapitol s rovnakými názvami ako témy vyučovacích hodín. Okrem zadaní úloh, ktoré sú spracované do pracovných listov obsahuje každá časť metodické poznámky pre učiteľa a tiež výsledky uvádzaných príkladov.

K práci sú priložené štyri pracovné listy, vždy k danej téme jeden, ktoré sú v časti Prílohy.

1 OPIS OPS PRACOVNÉ LISTY K TÉME FUNKCIE

Úloha matematiky v dnešnom, modernom živote si vyžaduje, aby všetci, nielen tí, ktorí sa usilujú o vedeckú kariéru boli matematicky, prírodovedne a technologicky gramotní. Ak uvažujeme o význame matematiky pre jednotlivca, musíme uvážiť nielen mieru jeho matematických vedomostí a chápania, ale aj mieru jeho schopností aktivizovať svoje matematické kompetencie na riešenie problémov, s ktorými sa v živote stretne. Tento prístup k matematike kontrastuje s tradičným, starším chápaním školskej matematiky, ktoré je spravidla užšie. V súčasnej škole sa snažíme matematický obsah zasadiť do reálneho života. V mnohých situáciách a problémoch reálneho života nie je na prvý pohľad zrejmé, že by použitie matematických vedomostí mohlo byť užitočné pri ich riešení. Učiteľ musí preložiť situáciu alebo problém do podoby, v ktorej sa ukáže dôležitosť a užitočnosť matematiky. Ak žiaci nemajú cvik v takomto procese, potenciálna schopnosť matematiky pomôcť im pri riešení problémov s ktorými sa stretnú, nemusí byť plne realizovaná. Preto musíme vytvárať také prostredie, aby vyučovanie matematiky kladlo dôraz na procesy spojené s realitou, ktoré budú žiakov učiť aplikovať matematické poznatky a vedieť využiť relevantnú matematickú vedomosť na riešenie problému a vyhodnotiť riešenie v originálnom kontexte problému. Takíto žiaci budú oveľa lepšie vybavení na použitie svojich matematických vedomostí a zručností počas života. Budú matematicky gramotní.

Matematická gramotnosť je schopnosť jedinca rozpoznať a pochopiť úlohu matematiky vo svete, robiť zdôvodnené hodnotenia, používať matematiku a zaoberať sa ňou spôsobmi, ktoré zodpovedajú potrebám života konštruktívneho, zaujatého a rozmyšľajúceho občana.

S tématickým celkom „Funkcie“ sa žiaci na gymnáziu prvýkrát stretávajú v prvom ročníku. Preto je dôležité, aby získali nové poznatky prostredníctvom riešenia úloh s novým kontextom, aby vedeli tvoriť jednoduché hypotézy a overiť ich pravdivosť, aby vedeli používať rôzne reprezentácie matematického obsahu ako sú grafy, tabuľky, diagramy a texty a tak rozvíjali svoju orientáciu v rovine i v priestore.

Cieľom vyučovania matematiky na gymnáziu je, aby žiak :

- získal schopnosť vedieť ju využívať vo svojom budúcom živote
- získal schopnosť správne argumentovať
- rozvíjal svoje logické a kritické myslenie
- komunikoval a spolupracoval v skupine pri riešení problému
- spoznal matematiku ako súčasť ľudskej kultúry

Metódy a formy, ktoré vedú k dosiahnutiu týchto cieľov sú predovšetkým tie, ktoré sú zamerané na :

- správnu motiváciu žiaka
- tvorivosť učiteľa i žiaka
- individuálny prístup k žiakovi
- rozvoj samostatného učenia sa žiaka
- uplatnení princípu sebavyjadrovania sa žiaka
- pestrosti a zaujímavosti úloh
- vyučovaní hrou

- súťaživosti žiakov

Vzájomným pôsobením týchto foriem a metód je správna aplikácia poznatkov o funkciách, ktoré žiak získa a môže ich využívať nielen pri svojom ďalšom štúdiu funkcií v predmete matematika, ale aj vo fyzike a v ostatných predmetoch.

1.1 Kontext a rámec

OPS „Pracovné listy k téme Funkcie“ je zaradená do:

Typ školy: gymnázium – vyššie sekundárne vzdelávanie

Východiská: pri realizácii tejto OPS nepotrebuje učiteľ žiadne mimoriadne, technické, či iné schopnosti. Stačí, aby si pripravil pracovné listy pre každého žiaka, ktoré žiakovi ostanú ako študijný a pracovný materiál.

1.2 Špecifikácia cieľovej skupiny

OPS „Pracovné listy k téme Funkcie“ je určená pre

Kategória pedagogických zamestnancov: Učiteľ pre vyššie sekundárne vzdelávanie

Ročník: prvý

Vzdelávacia oblasť: Matematika a práca s informáciami

Vyučovací predmet: Matematika

Tematický celok: Funkcie

1.3 Pojem a ciele OPS

Pojem funkcie má veľmi dôležité postavenie vo vyučovaní matematiky na gymnáziu. V prvom ročníku sa venujeme najskôr funkčnej závislosti, potom čítaniu z grafov a z tabuliek, zobrazovaniu hodnôt do grafu funkcie a nakoniec všeobecným vlastnostiam funkcií. Na tieto základné pojmy sa nadväzuje v ďalších ročníkoch, kde získané poznatky žiaci používajú pri jednotlivých typoch funkcií – lineárnej, kvadratickej, mocnínovej, logaritmickej, exponenciálnej, či goniometrických funkciách.

Funkciou na množine A sa nazýva predpis, ktorým je každému prvku množiny A priradené práve jedno reálne číslo.

Funkcie zvyčajne označujeme malými písmenami: f, g, h, \dots

Množinu A voláme **definičný obor** funkcie f , čo zapisujeme $D(f)$.

Ak je daná nejaká funkcia f a ak číslu $c \in D(f)$ je priradené číslo d , píšeme $f(c) = d$. Číslo $f(c)$ sa nazýva hodnota funkcie f v bode c . Niekedy namiesto termínu hodnota funkcie používame termín **funkčná hodnota**.

Oborom hodnôt funkcie f sa nazýva množina všetkých $y \in \mathbb{R}$, ku ktorým existuje aspoň jedno také $x \in D(f)$, že $y = f(x)$. Túto množinu označujeme $H(f)$.

Grafom funkcie f vo zvolenej súradnicovej sústave O_{xy} v rovine sa nazýva množina všetkých bodov $X[x, f(x)]$, kde $x \in D(f)$. Grafy budeme znázorňovať len v karteziánskej súradnicovej sústave.

V ďalšom budeme predpokladať, že množina M je podmnožinou definičného oboru.

Funkcia f sa nazýva **rastúca na množine M** , práve vtedy, keď pre všetky $x_1, x_2 \in M$ platí : ak $x_1 < x_2$, tak $f(x_1) < f(x_2)$.

Funkcia f sa nazýva **klesajúca na množine M** , práve vtedy, keď pre všetky $x_1, x_2 \in M$ platí : ak $x_1 < x_2$, tak $f(x_1) > f(x_2)$.

Funkcia f sa nazýva **nerastúca na množine M** , práve vtedy, keď pre všetky $x_1, x_2 \in M$ platí : ak $x_1 < x_2$, tak $f(x_1) \geq f(x_2)$.

Funkcia f sa nazýva **neklesajúca na množine M** , práve vtedy, keď pre všetky $x_1, x_2 \in M$ platí : ak $x_1 < x_2$, tak $f(x_1) \leq f(x_2)$.

Funkcia f sa nazýva **prostá na M** , práve vtedy, keď pre všetky $x_1, x_2 \in M$ platí : ak $x_1 \neq x_2$, tak $f(x_1) \neq f(x_2)$.

Ak je nejaká funkcia na svojom definičnom obore iba rastúca, resp. iba klesajúca, tak je prostá.

Funkcia f sa nazýva **zdola ohraničená na M** , práve vtedy, keď existuje také reálne číslo d , že pre všetky $x \in M$ platí $f(x) \geq d$.

Funkcia f sa nazýva **zhora ohraničená na M** , práve vtedy, keď existuje také reálne číslo h , že pre všetky $x \in M$ platí $f(x) \leq h$.

Funkcia f sa nazýva **ohraničená na M** , práve vtedy, keď je ohraničená zdola aj zhora.

Funkcia f má v bode $a \in M$ **maximum na množine M** práve vtedy, keď pre všetky $x \in M$ platí $f(x) \leq f(a)$.

Funkcia f má v bode $b \in M$ **minimum na množine M** práve vtedy, keď pre všetky $x \in M$ platí $f(x) \geq f(b)$.

Funkcia f má v bode $a \in M$ **ostré maximum na množine M** práve vtedy, keď pre všetky $x \in M$ platí $f(x) < f(a)$.

Funkcia f má v bode $b \in M$ **ostré minimum na množine M** práve vtedy, keď pre všetky $x \in M$ platí $f(b) < f(x)$.

Funkcia f sa nazýva **párna na M** , práve vtedy, keď pre všetky $x, -x \in M$ platí : $f(x) = f(-x)$.

Funkcia f sa nazýva **nepárna na M** , práve vtedy, keď pre všetky $x, -x \in M$ platí : $f(x) = -f(-x)$.

Funkcia f sa nazýva **periodická na M** , práve vtedy, keď existuje také číslo $p > 0$, že pre každé $k \in \mathbb{Z}$ platí: ak $x \in M$, tak aj $x + kp \in M$ a platí : $f(x) = f(x + kp)$.

Ak je funkcia f prostá, tak k nej existuje práve jedna funkcia f^{-1} ktorá je určená takto:

- jej definičný obor je $H(f)$, teda $D(f^{-1}) = H(f)$
- jej obor hodnôt je $D(f)$
- každému $y \in D(f^{-1})$ je priradené práve to $x \in D(f)$, pre ktoré platí $f(x) = y$
- funkciu f^{-1} voláme **inverzná funkcia k funkcii f**

Cieľ práce:

- popísať overenú metodiku vyučovania tématického celku „Funkcie“
- zlepšiť výchovnovzdelávací proces, čo následne spôsobuje zlepšenie vyučovacích výsledkov žiakov
- uľahčiť prípravu učiteľa na vyučovaciu hodinu
- zefektívniť, zjednodušiť a spestriť prácu žiaka i učiteľa

Hlavné ciele: žiak vie:

- vzťah zapísaný slovne zapísať matematicky
- z grafu funkcie vyčítať veľkosť funkčnej hodnoty
- zaznačiť známu veľkosť funkčnej hodnoty do grafu
- z grafu funkcie alebo jej hodnôt rozhodnúť o vlastnostiach funkcií
- na intuitívnej úrovni pracovať s pojmom rýchlosť zmeny
- riešiť jednoduché úlohy z reálneho života
- z daných vlastností načrtnúť graf funkcie

Čiastkové ciele sú:

- čítať s porozumením z grafov, tabuliek a diagramov
- pracovať s rôznymi reprezentáciami vzťahov
- rozumieť návodom a samostane ich tvoriť
- rozvíjať svoju schopnosť orientácie v rovine
- analyzovať texty
- zdôvodňovať výsledky
- odhadovať výsledky
- správne vedieť používať matematickú symboliku

1.4 Kľúčové kompetencie

Kompetencie, ktoré má žiak získať sú nasledovné:

- uplatňovať základ matematického myslenia a základné schopnosti poznávať v oblasti vedy a techniky
- riešiť problémy
- potrebu celoživotného učenia sa
- sociálne – dokáže využívať všetky dostupné formy komunikácie, má adekvátny ústny, písomný a grafický prejav
- pracovné – vie stanoviť ciele, kriticky vie zhodnotiť svoje výsledky
- občianske

Špeciálne, typické matematické kompetencie sú nasledovné:

- rozmyšľanie a usudzovanie
- argumentácia
- komunikácia
- modelovanie
- polozenie otázky a riešenie problému
- reprezentácia
- použitie symbolického, formálneho a technického vyjadrovania sa
- použitie nástrojov a prístrojov

1.5 Prierezové témy

OPS je súčasťou obsahu vzdelávania prierezových tém a tie sa prelínajú vzdelávacou oblasťou

- dopravná výchova – uplatňovanie zásad cestnej premávky
- osobnostný a sociálny rozvoj – rozvíjať sebareflexiu, spoznávať sám seba, svoje dobré a zlé stránky, uplatňovať vzdelanie k rodinnej výchove
- enviromentálna výchova – chápať vzťahy medzi človekom a prírodou, pomáhať životnému prostrediu
- multikultúrna výchova – rešpektovať jednotlivé kultúry ako rovnocenné, viesť žiakov k vnímaniu vlastných emocionálnych väzieb na kultúru
- ochrana života a zdravia – formovať vzťah k problematike ochrany svojho zdravia a života
- regionálna výchova a tradičná ľudová kultúra
- tvorba projektu a prezentovanie vlastnej práce – rozvoj komunikačných a prezentačných schopností

1.6 Hodnotenie OPS

Jednou najzákladnejšou didaktickou pomôckou učiteľa je učebnica. V súčasnosti na gymnáziách je situácia taká, že nie všetky dostupné učebnice vyhovujú učiteľom a žiakom. Preto pedagógovia hľadajú spôsoby, ako výchovnovzdelávací proces zlepšiť, aby sa vyučovanie zefektívnilo, spestrilo a bolo pútavejšie. Tým, že sa stále snažíme rozvíjať svoju kreativitu a tvorivosť, hľadali sme nové možnosti. Tak sme prišli k tomu, že by bolo dobré spracovať jednotlivé tematické celky do pracovných listov. Pretože v našej pedagogickej praxi sme sa nestretli so šandarizovanými pracovnými listami pre žiakov, tak sme sa rozhodli vytvoriť si vlastné, pri tvorbe ktorých učiteľ môže naplno rozvinúť svoju tvorivosť a kreativitu, ale nesmie pritom zabúdať na pravidlá a zásady pre ich tvorbu. Dbali sme na to, aby pracovné listy spĺňali základné zásady, aby:

- obsah bol v súlade s platným Školským vzdelávacím programom a učebnými osnovami a platnými štandardami
- úlohy podporovali aktivitu a tvorivosť žiakov
- rozvíjali poznávacie procesy
- rozvíjali zručnosti a skúsenosti žiakov
- ukazovali správne cesty uvažovania
- boli pre žiaka atraktívne
- vzbudzovali záujem o matematiku
- upevňovali medzipredmetové vzťahy

Použitie pracovných listov do výchovnovzdelávacieho procesu umožnilo vyučovacie hodiny zatriktívniť, zjednodušiť prípravu učiteľa a samozrejme, efektívnejšie využiť čas vyučovačej hodiny. Veľkým prínosom pre vyučovanie matematiky boli vždy úlohy, v ktorých sa riešili problémy nášho každodenného života pomocou matematiky, prípadne také, v ktorých sa matematika využívala v iných disciplínach. Navrhujeme ich riešiť, lebo žiaci skôr, ako úlohu začnú riešiť, dozvedia sa zaujímavé informácie z iných oblastí, ktoré ich obohatia, aj keby ich matematické spracovanie nezvládli. Tieto úlohy umožňujú vytvárať pozitívny vzťah žiaka k matematike, lebo vidí jej potrebu v reálnom živote, získava pocit, že matematika mu pomáha, že ju bude môcť v budúcnosti využiť, aj keď nebude priamo súvisieť s jeho budúcim povoláním (mnohí žiaci dnes argumentujú, že matematiku nebudú v živote potrebovať).

Pri precvičovaní učiva bolo potrebné zaradiť úlohy rôznych typov a foriem, ktoré viedli žiakov k tvorivému, kritickému a samostatnému mysleniu.

Žiakom sa takéto úlohy páčili, pre svoju rôznorodosť, názornosť ale hlavne preto, lebo mali ucelený súbor úloh, čo pri dnešnom nedostatku vhodných učebníc nie je zanedbateľný jav.

2 NÁMETY VYUČOVACÍCH HODÍN

Cieľom OPS bolo poskytnúť učiteľom matematiky k danému tematickému celku overenú metodiku a tiež aj vhodnú množinu úloh, z ktorých môže učiteľ podľa potreby vyberať. Grafická úprava úloh do pracovných listov a ich využitie na hodinách matematiky umožňuje značne zefektívniť vyučovací proces. Pracovné listy sú určené jednak pre učiteľov, ktorým má zjednodušiť a uľahčiť náročnú prácu s prípravou na vyučovaciu hodinu – učiteľ nemusí prehľadávať množstvo rôznych zdrojov, alebo vytvárať úplne nové úlohy, môže robiť efektívne výbery úloh, ich úpravy pretože sú spracované v elektronickej podobe. Žiaci získajú ucelený a prehľadný študijný materiál k danej téme.

Pri písaní pracovných listov sme mali na zreteli, že matematika vedie žiaka k hľadaniu a skúmaniu súvislostí medzi objektami a následne k aplikovaniu osvojených vzťahov pri riešení úloh. V prípade riešenia rôznych druhov úloh vytvára žiak základy svojho vlastného matematického porozumenia a presvedčenia o užitočnosti osvojených poznatkov. Pri písaní pracovných listov sme tiež dbali na trojfázový model učenia sa EUR. Táto skratka predstavuje: **E** – evokáciu – žiaci si zopakujú to, čo si myslia, že o danej téme vedia. **U** – uvedenie si významu – konfrontácia pôvodného žiakovho konceptu danej témy s novými, aktívne získanými informáciami a poznatkami. **R** – reflexia – žiaci si osvojujú a upevňujú nové vedomosti a aktívne transformujú nové poznatky do svojich vnútorných schém porozumenia.

V tejto kapitole predkladáme kolegom 4 metodické postupy k témam: Funkcia – základné pojmy, Graf funkcie, Čítanie z grafov a Vlastnosti funkcií. Metodiky majú rovnakú štruktúru, ktorá vyplýva z aplikácie pracovných listov, ktoré sme na hodinách matematiky používali a sú priložené k práci v prílohách 1 – 4. Pracovné listy možno používať celé, alebo ich rozdeliť na menšie čiastkové jednotky a použiť ich napr. ako zadanie na domácu prípravu, resp. ťažšie úlohy vybrať ako problémové, alebo dobrovoľné a aj takýmto spôsobom je možné pozitívne motivovať žiakov. Štruktúru vyučovacej hodiny, jej členenie a časovú dotáciu ponechávame na čitateľa, ktorý podľa aktuálnej situácie v triede sám najlepšie vie, aké spôsoby a formy vyučovacej hodiny zvolí. Pri každej úlohe sme uviedli výsledky a metodické poznámky, ktoré výber príkladov, možnosti ich použitia zjednodušujú.

2.1 Funkcia – základné pojmy

Poznámky k metodike: Pracovný list tvorí 9 úloh, ktoré sú zamerané na precvičenie základných pojmov – definície funkcie, definičného oboru a oboru hodnôt, určenia funkcie predpisom, grafom, tabuľkou. Úlohy nie sú zoradené podľa obtiažnosti. Žiak pracuje s rozličnými typmi funkcií, zadanými rôznymi spôsobmi, preto získava hlbšie vedomosti a vidí funkcie v súvislostiach. Do jednotlivých pracovných listov môže žiak priamo vpisovať riešenie a výsledky, takže nemusí používať zošit, či papier. Pri niektorých grafoch funkcií doporučujeme používať milimetrový papier. Je potrebné, aby žiaci získavali návyky presného rysovania, pretože v súčasnosti sa nevyučuje na väčšine našich škôl žiaden predmet, ktorý by rozvíjal takéto zručnosti, ktoré potom pri ďalšom štúdiu na vysokých školách žiakom chýbajú.

V ďalšom ponúkame návrh metodiky k pracovnému listu Funkcia základné pojmy.

Tabuľka 1: Návrh metodiky Funkcia – základné pojmy

Ročník:	prvý
Vzdelávacia oblasť:	Matematika a práca s informáciami
Predmet:	Matematika
Tématický celok:	Funkcie
Téma:	Funkcia základné pojmy
<p>Ciele – čo sa žiak naučí :</p> <ul style="list-style-type: none"> • prepísať slovne vyjadrenú závislosť pomocou premenných • definíciu funkcie • pracovať s definičným oborom a oborom hodnôt • zaznačiť hodnotu funkcie do grafu • rozhodnúť, či daný graf je grafom funkcie • z predpisu funkcie vypočítať funkčnú hodnotu funkcie • zovšeobecniť zistenia o základných pojmoch 	<p>Čo sa vopred očakáva od žiaka:</p> <ul style="list-style-type: none"> • vie znázorňovať body v pravouhlej súradnicovej sústave • pozná vzťahy na výpočet obvodov a obsahov rovinných útvarov a objemov a povrchov jednoduchých telies • vie pracovať s usporiadanou dvojicou • vie dosadiť do vzorca
<p>Kompetencie – čo si žiak osvojí:</p> <ul style="list-style-type: none"> • kľúčovú kompetenciu preskúmať a organizovať informácie zamerané na pojem funkcie • kľúčovú kompetenciu analyzovať a automatizovať procesy zameranú na precvičovanie matematických algoritmov • kľúčovú kompetenciu získať požadované zručnosti pri zostrojovaní tabuliek a grafov • kľúčovú kompetenciu sociálno komunikačnú zameranú na ústny a písomný prejav 	<p>Didaktický problém - čo budeme riešiť:</p> <ul style="list-style-type: none"> • názorne, zrozumiteľne a dynamicky sprístupniť učivo o funkcii a jej základných pojmoch s dôrazom na jeho uplatnenie pri riešení úloh • kombinovať názorný, grafický a algebraický prístup k pojmu funkcia • rozvíjať zručnosti žiakov pri rysovaní a náčrtoch grafov funkcií

<p>Prostriedky:</p> <ul style="list-style-type: none"> • pripravené pracovné listy pre žiaka • rysovacie a písacie pomôcky • milimetrový papier • kalkulačka 	<p>Metódy a formy:</p> <ul style="list-style-type: none"> • individuálna práca • skupinová práca • frontálna práca • riadený rozhovor
<p>Medzipredmetové vzťahy:</p> <ul style="list-style-type: none"> • prepojenie na rôzne časti matematiky, kde potrebuje funkcie • fyzika – objemy a povrchy telies • biológia • chémia 	<p>Prierezové témy:</p> <ul style="list-style-type: none"> • osobnostný a sociálny rozvoj • enviromentálna výchova • ochrana života a zdravia

Vlastný zdroj

Pracovný list k téme Funkcia – základné pojmy.

1. Vyjadri matematicky funkciu, ktorá vyjadruje závislosť :
 - a) obvodu štvorca od jeho strany
 - b) obsahu kruhu od polomeru
 - c) objemu valca od výšky
 - d) veľkosti uhlopriečky štvorca od dĺžky strany
 - e) výšky rovnostranného trojuholníka od jeho obvodu

Metodické poznámky: Úlohu doporučujeme riešiť tak, že si vyberieme jednu popríklad dve úlohy, ktoré spoločne vyriešime so žiakmi na tabuľu, /použijeme riadený rozhovor/ a ostatné môžeme zadať tak, že žiaci ich riešia vo dvojiciach. Najťažšia je úloha e). Určite je potrebné opýtať sa na nejasnosti, ktoré sa môžu vyskytnúť.

Správne riešenia : a) $O=6a^2$, b) $S=\pi r^2$, c) $V=\pi r^2 v$, d) $u=a\sqrt{2}$, e) $O=v\sqrt{3}$

2. Nech A,B sú množiny, pričom $A=\{[2;0]; [-1;\sqrt{2}]; [0;2]; [2;1]\}$
 $B=\{[5;1]; [-\frac{1}{2};0]; [0;0]; [1;2]\}$

- a) Rozhodni, ktoré z množín A, B sú funkcie.
- b) Vyber takú podmnožinu C množiny A, aby C bola funkcia.

Metodické poznámky: Táto úloha upozorňuje žiakov na to, že funkcia môže byť aj diskretná, nie daná rovnicou. Časť b) možno priamo upozorňuje na to, že a) nie je funkcia, ak úlohu chceme sťažiť, tak množinu A možno nahradiť množinou B. Doporučujeme v tomto príklade rozobrať prípad takej množiny A, ktorá by bola prázdna.

Správne riešenia : a) nie, b) napr. $C=\{[2;0]; [-1;\sqrt{2}]; [0;2]\}$

3. Ktoré z usporiadaných dvojíc $[-1;0]$, $[1;0]$, $[0,5; 0,75]$, $[\frac{1}{2}; \frac{3}{4}]$, patria funkcii $f: y=x^2 - 1$?

Metodické poznámky: V tejto úlohe zvyčajne žiaci -1 nesprávne umocňujú, preto by sme odporúčali ukázať na tabuľku $(-1)^2 = 1$, $-1^2 = -1$.

Správne riešenia: $[-1;0]$, $[1;0]$

4. Vypočítaj funkčné hodnoty funkcie $f: y = 2x^2 - 3x$ v bodoch $\{-4; -0,3; \sqrt{7}; 12\}$
 $[-4; \square]$, $[-0,3; \square]$, $[\sqrt{7}; \square]$, $[12; \square]$

Metodické poznámky: túto úlohu doporučujeme riešiť samostatne, hoci $\sqrt{7}$ umocňovať možno budú žiaci pomocou kalkulačky a výsledok budú uvádzať nepresne. Bolo by dobré ukázať, ako pracujeme s číslom pod odmocninou, hoci by to už mali vedieť.

Správne riešenia: 44 , $-\frac{3}{25}$, $14-3\sqrt{7}$, 252 .

5. Daná je funkcia $f: y = -\frac{1}{2}x + \frac{2}{3}$

Doplň chýbajúce súradnice bodov tak, aby vyhovovali predpisu funkcie f .

$A = [\square; 0]$, $B = [\square; -2]$, $C = [-1; \square]$, $D = [\frac{3}{2}; \square]$

Metodické poznámky: prvé dve úlohy majú neštandardne danú y -ovú súradnicu a chceme vypočítať x -ovú. Na túto skutočnosť treba žiakov upozorniť. Tiež je dobré, žiadať výsledok v tvare zlomku. Samostatná práca žiakov.

Správne riešenia: $\frac{4}{3}$, $\frac{16}{3}$, $\frac{7}{6}$, $\frac{-1}{12}$

6. Z tabuľky vypozeruj závislosť a nájdi pre danú funkciu rovnicu:

a)

x	-1	0	1	2	3
f(x)	3	2	1	0	-1

b)

x	1	2	3	4	5
f(x)	3	9	19	33	51

Metodické poznámky: doporučovali by sme upozorniť žiakov v úlohe a) na lineárnu závislosť, v úlohe b) na kvadratickú závislosť a tiež na rovnice týchto funkcií. Bolo by vhodné túto úlohu riešiť na tabuľku, resp. zadať ju ako problémovú úlohu pre nadaných žiakov.

Správne riešenia: a) $y = -x + 2$ b) $y = 2x^2 + 1$

7. Slovný opis funkcie je: „Ku každému číslu patrí jeho prevrátená hodnota“.

a) Zvoľ ľubovoľný definičný obor a zostav tabuľku tejto funkcie

x						
f(x)						

b) Znázorni dvojice hodnôt z tabuľky v súradnicovej sústave

Metodické poznámky: úloha je jednoduchá, doporučujeme riešiť samostane. Žiaci môžu rysovať na milimetrový papier. Učiteľ by mal poukázať na odlišnosť-prevrátená a opačná hodnota.

8. Ivo si práve robil domácu úlohu z matematiky, keď na jeho zošite pristála mucha. Začala sa prechádzať po jeho súradnicovej sústave. Najskôr bola v bode $[-2;3]$, potom v $[0;2]$, neskôr v bode $[3;7]$ a nakoniec z bodu $[4;-2]$ odletela.

a) Zakresli dráhu muchy v súradnicovej sústave.

b) Rozhodni, či je tento graf grafom funkcie.

c) Ak dráhu muchy považuješ za funkciu, urč jej definičný obor a obor hodnôt.

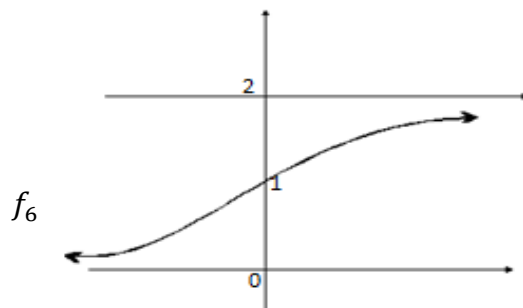
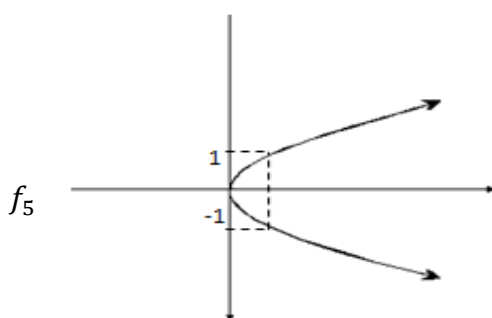
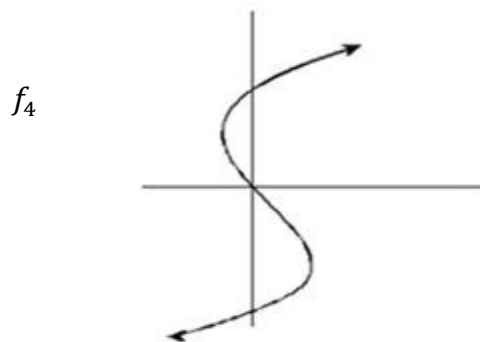
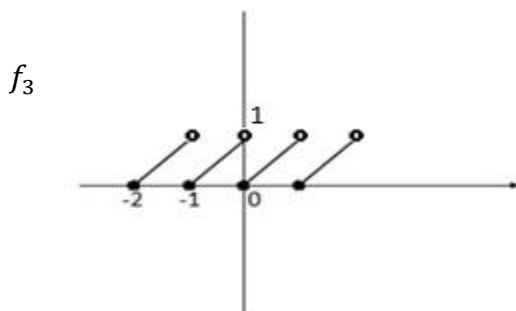
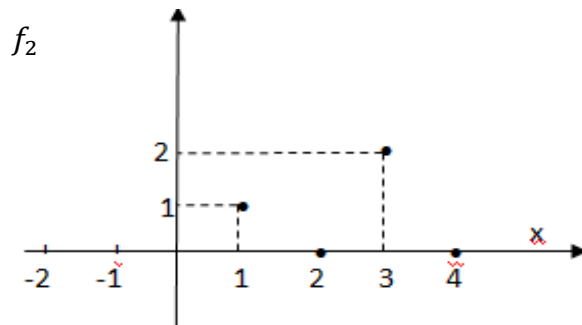
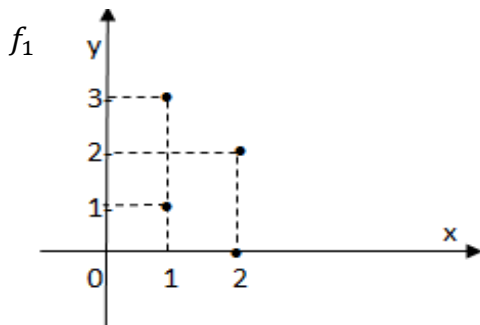
Metodické poznámky: doporučujeme použiť milimetrový papier. Pre žiakov bola táto úloha veľmi zaujímavá, nám sa na nej podarilo precvičiť všetky základné pojmy.

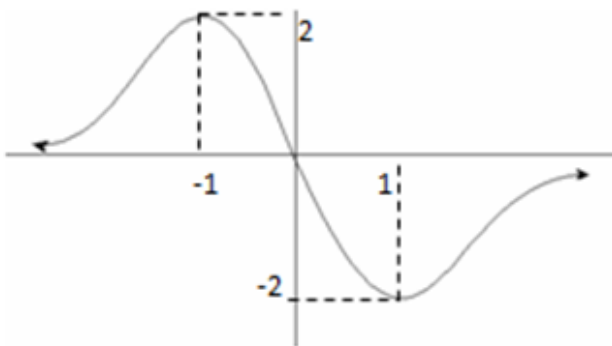
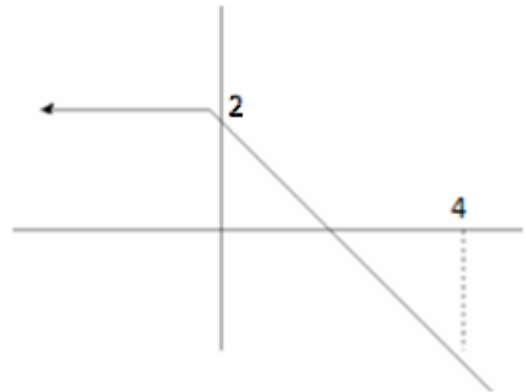
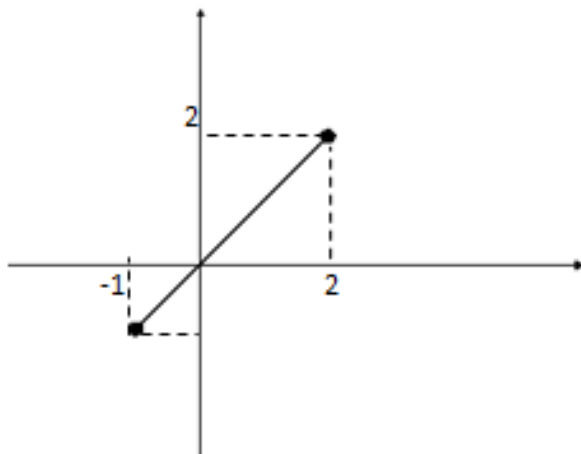
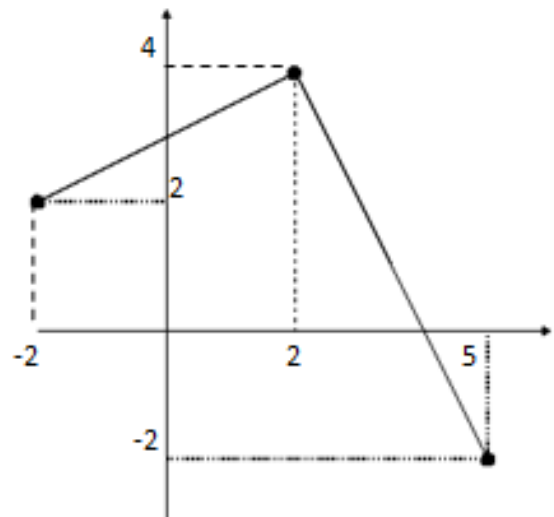
Správne riešenia: b) áno, c) $D(f) = \langle -2, 4 \rangle$, $H(f) = \langle 2, 7 \rangle$

9. Na obrázkoch sú zakreslené isté množiny:

a) rozhodni, ktoré sú grafom funkcie

b) u tých, ktoré sú funkcie, vypíš definičný obor a obor funkčných hodnôt



f_7  f_8  f_9  f_{10} 

Metodické poznámky: Pri riešení daných úloh navrhujeme ukázať riešenie na jednej ilustratívnej úlohe, ostatné môžu žiaci riešiť sami. Tiež by bolo vhodné skontrolovať žiacke riešenia, resp. dať žiakom možnosť opýtať sa na nejasnosti. Tieto úlohy možno použiť i na nácvik iných javov, napríklad sa môžeme pýtať na funkčné hodnoty, alebo ich môžeme použiť na ďalších vyučovacích hodinách pri nácviku vlastností funkcií.

Správne riešenia : $D(f_2) = \{1, 2, 3, 4\}$, $H(f_2) = \{0, 1, 2\}$, $D(f_3) = \langle -2, 2 \rangle$, $H(f_3) = \langle 0, 1 \rangle$, $D(f_6) = \mathbb{R}$, $H(f_6) = (0, 2)$, $D(f_7) = \mathbb{R}$, $H(f_7) = \langle -2, 2 \rangle$, $D(f_8) = \mathbb{R}$, $H(f_8) = (-\infty, 2)$, $D(f_9) = \langle -1, 2 \rangle$, $H(f_9) = \langle -1, 2 \rangle$, $D(f_{10}) = \langle -2, 5 \rangle$, $H(f_{10}) = \langle -2, 4 \rangle$

2.2 Graf funkcie

Ďalšou témou navrhovanej OPS je graf funkcie. Pracovné listy vytvorené k tejto téme obsahujú osem úloh zameraných priamo na narysovanie grafu jednoduchých funkcií, väčšinou lineárnych a tiež slovné úlohy, ktoré s grafom funkcie priamo súvisia.

Návrh metodiky k pracovnému listu Graf funkcie.

Tabuľka 2: Návrh metodiky Graf funkcie.

Ročník:	prvý
Vzdelávacia oblasť:	Matematika a práca s informáciami
Predmet:	Matematika
Tématický celok:	Funkcie
Téma:	Graf funkcie
Ciele – čo sa žiak naučí : <ul style="list-style-type: none"> • narysovať graf funkcie • vybrať vhodnú reprezentáciu vzťahu medzi veličinami- graf, tabuľka, predpis • predpis lineárnej funkcie • aplikovať funkciu v slovných úlohách 	Čo sa vopred očakáva od žiaka: <ul style="list-style-type: none"> • vie znázorňovať body v pravouhlej súradnicovej sústave • pozná vlastnosti funkcie • vie dosadiť do vzorca
Kompetencie – čo si žiak osvojí: <ul style="list-style-type: none"> • kľúčovú kompetenciu preskúmať a organizovať informácie zamerané na pojem funkcie • kľúčovú kompetenciu získať požadované zručnosti pri zostrojovaní tabuliek a grafov • kľúčovú kompetenciu sociálno komunikačnú zameranú na grafický prejav 	Didaktický problém: <ul style="list-style-type: none"> • názorne a dynamicky sprístupniť učivo o funkcii a jej základných pojmoch s dôrazom na jeho uplatnenie pri riešení úloh • kombinovať názorný, grafický a algebraický prístup k pojmu funkcia • rozvíjať zručnosti žiakov pri rysovaní a náčrtoch grafov funkcií
Prostriedky: <ul style="list-style-type: none"> • pripravené pracovné listy pre žiaka • rysovacie a písacie pomôcky • milimetrový papier 	Metódy a formy: <ul style="list-style-type: none"> • individuálna práca • skupinová práca • frontálna práca

<ul style="list-style-type: none"> • kalkulačka 	<ul style="list-style-type: none"> • riadený rozhovor
<p>Medzipredmetové vzťahy:</p> <ul style="list-style-type: none"> • prepojenie na rôzne časti matematiky, kde potrebujeme funkcie • fyzika – objemy a povrchy telies • biológia 	<p>Prierezové témy:</p> <ul style="list-style-type: none"> • osobnostný a sociálny rozvoj • dopravná výchova • ochrana života a zdravia

Vlastný zdroj

Pracovný list k téme Graf funkcie.

1. Načrtnite grafy funkcií:

a) $f_1: y = -\frac{1}{2}x + 1$ ak $x \in (-2; 1)$ b) $f_2: y = -\frac{1}{2}x + 1$ ak $x \in (-2; 3)$

c) $f_3: y = 2$ ak $x \in \mathbb{R}$ d) $f_4: y = 2x$ ak $x \in (-1; 1)$

Metodické poznámky: vo všetkých štyroch úlohách ide o lineárne funkcie, ktoré majú rôzne definičné obory. V prípade c) ide o konštantnú funkciu, na graf ktorej treba žiakov upozorniť. Doporučujeme tiež prečítať z grafov aj obory hodnôt daných funkcií.

Správne riešenia: vyplývajú priamo z metodických poznámok

2. Pre lineárnu funkciu f platí: $f(-1) = 4$; $f(\frac{1}{3}) = 0$

- a) Nájdi jej predpis a zostroj jej graf
b) Urč priesečníky grafu so súradnicovými osami x, y

Metodické poznámky: Túto úlohu doporučujeme riešiť samostatne, žiaci riešili podobnú úlohu v predchádzajúcom pracovnom liste. O správnosti určenia priesečníkov sa môžu presvedčiť nielen z grafu, ale aj výpočtom, dosadením do získaného predpisu funkcie.

Správne riešenia: a) $y = -3x + 1$ b) $[\frac{1}{3}, 0], [0, 1]$

3. Dané sú funkcie $f: y = 2x + 1$ a $g: y = x + 5$

- a) pre aké x budú mať tieto lineárne funkcie rovnakú hodnotu?
b) pre aké x bude mať funkcia $f(x)$ hodnotu o 3 väčšiu ako funkcia $g(x)$?
c) narysujte grafy oboch funkcií a o správnosti úloh a) a b) sa presvedčte

Metodické poznámky: pre žiakov je to netypická úloha tým, že si neuvedomujú čo znamená pojem „rovnosť funkčných hodnôt“. Odporúčame vysvetliť tento pojem a potom riešenie úlohy nebude pre nich zložité. Úlohu b) by mali zvládnuť sami.

Správne riešenia: a) 4, b) 7

4. Urč koeficient k tak, aby graf funkcie $f: y = kx + 2,1$ prechádzal bodom $A = [-5,6; -6,7]$

Metodické poznámky: v tomto príklade sú súradnice bodu A zámerne desatinné čísla, pretože žiaci si častokrát myslia, že to musia byť len prirodzené, maximálne celé čísla. Učiteľ by mal dôsledne trvať na výsledku v tvare zlomku.

Správne riešenia: $k = \frac{11}{7}$

5. Zostav tabuľku a zostroj graf funkcie danej rovnicou :

$$V = \frac{1}{3} S_p \cdot v; \quad \text{ak } S_p = 16 \text{ cm}^2; \quad v \in \{2 \text{ cm}; 3 \text{ cm}; 0,5 \text{ dm}; 6,5 \text{ cm}\}$$

Metodické poznámky: predtým, než začneme riešiť túto úlohu, by bolo dobré rozobrať vzťah pre výpočet objemu ihlana a tiež odvodiť ten fakt, prečo vieme, že ide o ihlan. Môžeme spomenúť i objem kužeľa a porovnať obsahy podstáv týchto dvoch telies. Treba si všimnúť, že veľkosť výšky je v rôznych dĺžkových jednotkách.

Správne riešenia: $\frac{32}{3}$, 16, $\frac{80}{3}$, $\frac{104}{3}$

6. Narysuj graf funkcie $y = \frac{2}{3}x - 4$. Označ ho k .

- Bodom $A[0; -4]$ narysuj priamku a kolmú na k
- Bodom $C[0; 9]$ narysuj priamku d rovnobežnú s k
- V ktorom bode sa pretínajú priamky a a d ?
- Bodom $B[6; 0]$ ved' kolmicu na priamku k
- Urč obsah rovinného útvaru ohraničeného 4 priamkami z a), b), c), d)
- Urč obvod rovinného útvaru v úlohe e)

Metodické poznámky: Túto úlohu opäť doporučujeme rýsovať presne, najlepšie na milimetrový papier. Použitím Pytagorovej vety možno vypočítať veľkosti strán obdĺžnika, ktorý je ohraničený grafmi daných funkcií. V tejto úlohe sa dá porovnávať vypočítaný výsledok úlohy s vyriešeným. Predtým, než budeme poznať číselnú hodnotu obsahu, je dobré odhadnúť dĺžky strán obdĺžnika.

Správne riešenia: c) $[-6, 5]$, d) $78j^2$, e) $36j$

7. Na začiatku roka je na sklade 4800 m látky na džínsy. Každý mesiac zo skladu odošlú 600 m látky do predajne.

- Napíš rovnicu, ktorá vyjadruje zásobu na sklade v súvislosti od počtu mesiacov
- Urči, na konci ktorého mesiaca budú zásoby nulové?

Metodické poznámky: úloha vyjadruje konkrétnu situáciu, ktorú navodíme na vyučovacej hodine. Žiaci sami prídu na to, že nemôžu zo skladu odoslať viacej látky, ako tam v skutočnosti je. Táto funkcia bude mať definičný obor konečnú množinu. Riadený rozhovor.

Správne riešenia: a) $y = 4800 - 600x$, b) 8

8. V nádrži osobného auta, ktoré má spotrebu 6 l benzínu na 100 km je 40 l benzínu.

- a) Zostav tabuľku množstva benzínu (y) v nádrži, v závislosti od prejdenej dráhy x , ak $x \in \{10;40;50;100;200;300\}$
- b) Napíš rovnicu vyjadrujúcu závislosť medzi dráhou, ktorú auto prejde a objemom benzínu v nádrži
- c) Urč definičný obor a obor hodnôt funkcie
- d) Narysuj graf tejto funkcie

Metodické poznámky: opäť ide o úlohu z reálneho života, s ktorou sa žiaci môžu stretnúť. Myslíme si, že najväčší problém bude s určením rovnice v úlohe b), ale správnym usmernením žiakov, t.z. vyjadrením spotreby benzínu na jeden kilometer žiakom túto situáciu podstatne uľahčíme.

Správne riešenia: a) 39,4, 37,6 37, 34, 28, 22 b) $y = 40 - \frac{6}{100}x$

c) $D(f) = \langle 0, 666 \frac{2}{3} \rangle$, $H(f) = \langle 0, 40 \rangle$

2.3 Čítanie z grafov

Veľmi dôležitou spoločnou vlastnosťou nasledujúcich úloh je to, že sú vsadené do reálneho života, riešia problémy s ktorými sa žiaci môžu stretnúť doma, v škole, na ulici, či v prírode. Sú to slovné úlohy, z ktorých mnohé na prvý pohľad ani nevyzerajú ako matematické. Vo viacerých možno využiť medzipredmetové vzťahy. Žiakom názorne ukazujú, prečo je dobré vedieť matematiku, kde v živote ju možno použiť, ba čo viac, kde sa bez nej nemôžeme zaobiť. V našich učebniciach a zbierkach úloh sa takéto úlohy nevyskytujú, hoci práve ony robia hodiny matematiky zaujímavejšie a žiaci si pri ich riešení uvedomujú dôležitosť matematiky pre život. Pracovný list k tejto téme obsahuje osem príkladov s rôznymi typmi grafov a tabuľky, ktoré umožňujú žiakom chápať pojem funkcie v súvislostiach.

Návrh metodiky k pracovnému listu Čítanie grafov .

Tabuľka 3: Návrh metodiky Čítanie z grafov.

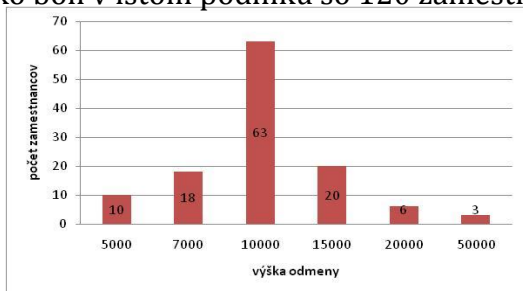
Ročník:	prvý
Vzdelávacia oblasť:	Matematika a práca s informáciami
Predmet:	Matematika
Tématický celok:	Funkcie
Téma:	Čítanie z grafov
Ciele – čo sa žiak naučí :	Čo sa vopred očakáva od žiaka:

<ul style="list-style-type: none"> • porozumieť grafu s nameranými hodnotami • aplikovať graf funkcie v slovných úlohách • riešiť úlohy z reálneho života • prakticky uplatňuje svoje vedomosti a zručnosti o funkciách • interpretovať grafické výsledky do reálneho života a opačne 	<ul style="list-style-type: none"> • vie narysovať graf funkcie • vie čítať hodnoty z grafu • popísať graf funkcie slovne/vidí rýchlosť zmeny/ • vie vypočítať aritmetický priemer • vie počítat s percentami • vie počítat úlohy s pomerom
<p>Kompetencie – čo si žiak osvojí:</p> <ul style="list-style-type: none"> • kľúčovú kompetenciu analyzovať situáciu znázornenú graficky • kľúčovú kompetenciu preskúmať a organizovať informácie zamerané na analýzu objektov a vzťahov a následne popis danej situácie • kompetencie na úrovni reprodukčnej, úrovne prepojenia a úrovne reflexie 	<p>Didaktický problém:</p> <ul style="list-style-type: none"> • upevňovať u žiakov presvedčenie, že matematika je potrebná pre reálny život • pre hlbšie porozumenie umožňovať žiakom samostatne objavovať súvislosti v praktických úlohách • rozvíjať zručnosti žiakov pri rýsovaní a náčrtoch grafov
<p>Prostriedky:</p> <ul style="list-style-type: none"> • pripravené pracovné listy pre žiaka • rysovacie a písacie pomôcky • milimetrový papier • kalkulačka 	<p>Metódy a formy:</p> <ul style="list-style-type: none"> • individuálna práca • skupinová práca • frontálna práca • riadený rozhovor
<p>Medzipredmetové vzťahy:</p> <ul style="list-style-type: none"> • prepojenie na rôzne časti matematiky, kde potrebuje funkcie • fyzika, biológia 	<p>Prierezové témy:</p> <ul style="list-style-type: none"> • osobnostný a sociálny rozvoj • enviromentálna výchova • ochrana života a zdravia

Vlastný zdroj

Pracovný list k téme Čítanie z grafov.

1. Graf znázorňuje, ako boli v istom podniku so 120 zamestnancami rozdelené odmeny.



- a) Koľko zamestnancov malo odmenu nižšiu ako bola priemerná odmena?
- b) Aký bol rozdiel medzi najvyššou a najnižšou odmenou?
- c) Koľkokrát bola najvyššia odmena väčšia ako najnižšia odmena?

Metodické poznámky: pri riešení tejto úlohy doporučujeme pripomenúť vzťah na výpočet aritmetického priemeru. Ostatné úlohy by nemali spôsobiť problém.

Správne riešenia: a) 91, b) 45000, c) 10 krát

2. V tabuľke je uvedené, koľko bodov získali na prijímacích skúškach Hana, Juraj, Zdena, Martin, Lucia, Radko, Karol a Metod:

Počet bodov	Hana	Juraj	Zdena	Martin	Lucia	Radko	Karol	Metod
z matematiky	59	70	54	61	60	65	62	64
z nemčiny	58	47	63	55	56	51	62	52

- a) Napíšte mená tých žiakov, ktorí boli na skúškach úspešnejší ako Metod.
- b) V nasledujúcej tabuľke doplňte chýbajúce počty bodov tak, aby bol Filip úspešnejší ako Oľga, Oľga úspešnejšia ako Jana a Jana úspešnejšia ako Matej

Počet bodov	Filip	Oľga	Jana	Matej
z matematiky	60			60
z nemčiny	60			57

Metodické poznámky: tu si treba uvedomiť, že maximálny počet bodov je 120 a najmenší 117, takže stačí iba kombinovať body tak, aby celkové súčty boli v týchto medziach.

Správne riešenia: a) Zdena, Juraj, Hana, Karol, b) viac možností

3. Diagram ukazuje počet návštevníkov výstavy fotografií za jeden týždeň.

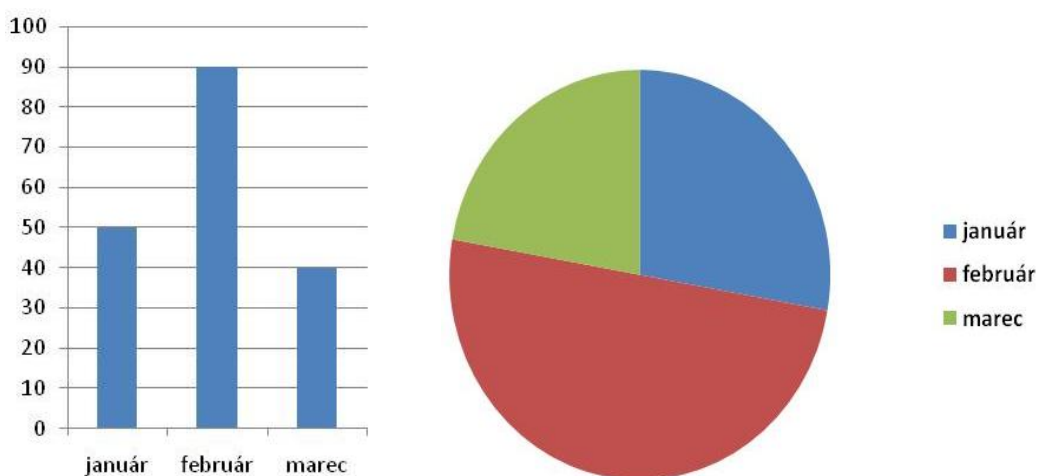


- a) Koľko ľudí navštívilo výstavu za týždeň?
 b) Urč, v ktorých dňoch v týždni bola návštevnosť menšia ako priemerná návštevnosť za tento týždeň?

Metodické poznámky: opäť budeme potrebovať aritmetický priemer a ak bola úloha č.2 riešená, tak túto úlohu doporučujeme riešiť individuálne.

Správne riešenia: a)806, b) pondelok, utorok, streda, piatok, sobota

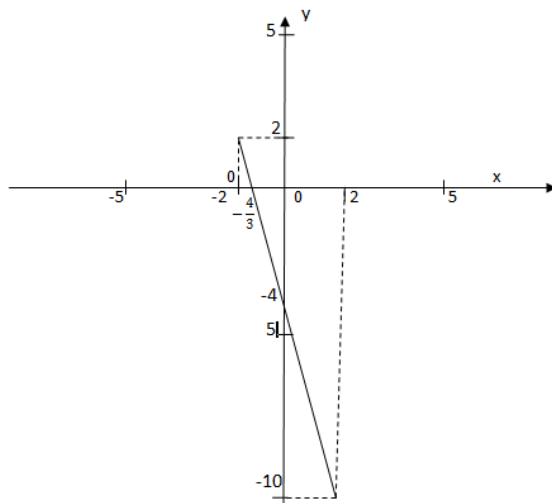
4. Jedna automobilová firma zverejnila údaje o počte predaných áut za prvý štvrtrok dvoma rôznymi grafmi. Akú veľkosť má uhol prislúchajúci tomu výseku kruhového diagramu, ktorý zodpovedá marcovej hodnote?



Metodické poznámky: túto úlohu doporučujeme tiež riešiť samostatne, pri pozornejšom čítaní by žiak mohol nájsť jednoduchú stratégiu riešenia danej úlohy.

Správne riešenia: 80°

5. Graf znázorňuje teplotu v experimentálnej sonde 2 hodiny pred vypustením do vesmíru a 2 hodiny po vypustení do vesmíru.



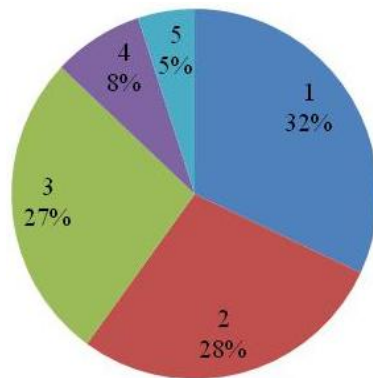
- a) Aká bola teplota sondy v čase vypustenia do vesmíru?

- b) Aká bola hodnota najnižšej teploty sondy? V ktorej hodine merania túto teplotu sonda dosiahla?
 c) Aký je interval teplôt, ktoré sonda dosiahla počas celej doby merania?
 d) Kedy bola hodnota teploty sondy 0° ?

Metodické poznámky: doporučujeme riešiť skupinovo, žiaci dokážu vypozerovať, že bod $[0, -4]$ predstavuje sondu v čase vypustenia. Odpovede na ďalšie otázky v úlohe už vyplývajú bezprostredne.

Správne riešenia: a) -4° , b) -10° , 2, c) $<-10, 2>$, d) $-\frac{4}{3}$

6. Koncoročné hodnotenie žiakov z matematiky je znázornené na nasledujúcom diagrame.

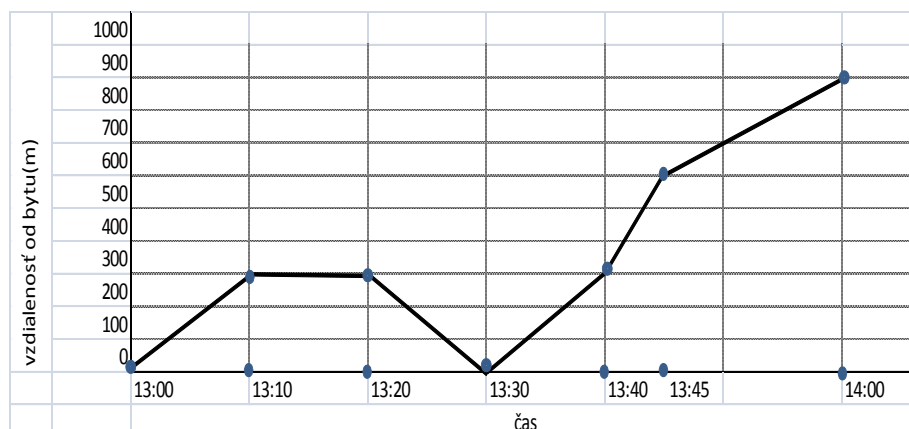


Určte s presnosťou na dve desatinné miesta aritmetický priemer známok znázornených na diagrame.

Metodické poznámky: žiaci ľahko preniknú do úlohy, ak percentá pretransformujú na počty žiakov. Úlohu zaradujeme na druhú úroveň podľa Bloomovej taxonómie.

Správne riešenia: 2,26

7. Juraj býva 900 m od Jána. Na meniny Jánovej mamy sa Juraj rozhodol, že ju navštívi a cestou kúpi kvety. Z grafu závislosti Jurajovej vzdialenosti od jeho bytu odpovedz na otázky uvedené pod grafom.



- a) Kedy si Juraj podbehol?
- b) Ako ďaleko býva Ján od kvetinárstva?
- c) Kedy kupoval kvety a ako dlho?
- d) Vrátil sa po ceste domov? Ak áno, kedy
- e) Ako dlho by mu trvala cesta, keby sa nevrátil domov, nezastavoval sa v kvetinárstve a ani nepobehol?

Metodické poznámky: doporučujeme nechať žiakom čas na pozorné prečítanie úlohy a potom ju spoločne riešiť, pritom použijeme riadený rozhovor. Graf je zadaný jednoducho a zrozumiteľne a žiaci dokážu bezprostredne interpretovať požadované riešenie.

Správne riešenia: a) $13^{40} - 13^{45}$, b) 600m, c) $13^{10} - 13^{20}$, d) áno, 13^{30} , e) 30 minút

8. Vo firme s 58 800 zamestnancami sa bude voliť Miss Sympatia. Výsledky prieskumu agentúry sú dané v tabuľke. Voliť by nešli 2% zamestnancov a 1% zamestnancov sa nevedelo vyjadriť.

Meno	% získaných hlasov
Eva	49
Marta	35
Ivana	8
Anna	3
Helga	2

- a) Urč koľko zamestnancov by volilo Ivanu?
- b) Zisti o koľko viac zamestnancov by volilo Evu ako Martu?
- c) Zisti, koľkí zamestnanci nevolili?
- d) Stačilo by kvít'azstvu Marty, keby sa Ivana, Anna a Helga vzdali súťaže v jej prospech?
- e) Urč pomer voličov Evy a Marty.
- f) Keby sa tí zamestnanci, ktorí sa nevedia rozhodnúť, rozhodli pre Helgu, v akom pomere by boli hlasy pre Annu a Helgu?
- g) Koľko zamestnancov nevolí Martu?
- h) Koľko zamestnancov by mala mať firma, ak by Annu volilo 1800 zamestnancov?

Metodické poznámky: úloha je zameraná na percentá, s pozitívom kalkulačky ju môžeme považovať za jednoduchú, ktorej riešenie zvládnu študenti sami. Pri tejto úlohe je dôležité čítanie s porozumením. Skupinová práca.

Správne riešenia: a) 4704, b) 8232, c) 1176, d) nie, e) 7 : 5, f) 1 : 1, g) 36456, h) 60000

2.4 Vlastnosti funkcií.

Tento posledný pracovný list obsahuje päť príkladov s grafmi funkcií, pomocou ktorých žiak určuje vlastnosti funkcie. Činnosť učiteľa, a aktivity žiakov vedúce k správnym, zdôvodneným odpovediam sú bližšie popísané pri jednotlivých úlohách.

Návrh metodiky k pracovnému listu Vlastnosti funkcií.

Tabuľka 4: Návrh metodiky Vlastnosti funkcií.

Ročník:	prvý
Vzdelávacia oblasť:	Matematika a práca s informáciami
Predmet:	Matematika
Tématický celok:	Funkcie
Téma:	Vlastnosti funkcií
Ciele – čo sa žiak naučí : <ul style="list-style-type: none">• vlastnosti funkcie• prakticky uplatňuje svoje vedomosti a zručnosti o vlastnostiach funkcií daných grafom funkcie• interpretovať grafické výsledky	Čo sa vopred očakáva od žiaka: <ul style="list-style-type: none">• rozumie pojmu funkcia• vie čítať z grafu funkcie• pozná vlastnosti funkcií
Kompetencie – čo si žiak osvojí: <ul style="list-style-type: none">• kľúčovú kompetenciu analyzovať situáciu znázornenú graficky• kľúčovú kompetenciu preskúmať a organizovať informácie zamerané na analýzu objektov a vzťahov a následne popis danej situácie• argumentácia a komunikácia	Didaktický problém: <ul style="list-style-type: none">• pre hlbšie porozumenie umožňovať žiakom samostatne objavovať súvislosti v praktických úlohách• rozvíjať zručnosti žiakov pri rýsovaní a náčrtoch grafov
Prostriedky: <ul style="list-style-type: none">• pripravené pracovné listy pre žiaka• rýsovacie a písacie pomôcky	Metódy a formy: <ul style="list-style-type: none">• individuálna práca• skupinová práca• riadený rozhovor

Medzipredmetové vzťahy:

- prepojenie na rôzne časti matematiky, kde žiak potrebuje funkcie

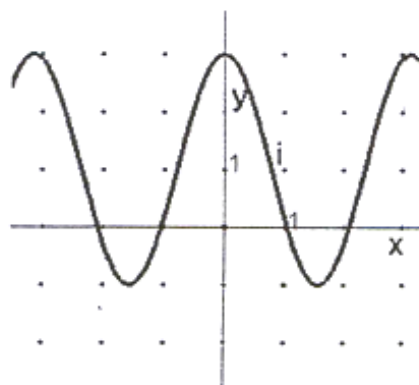
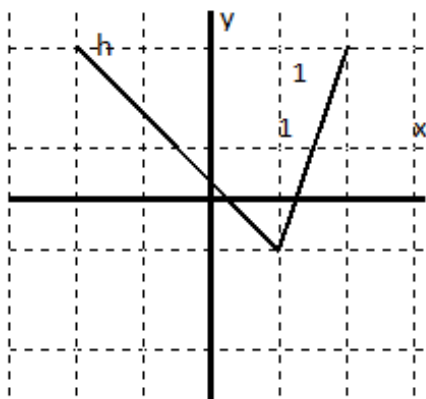
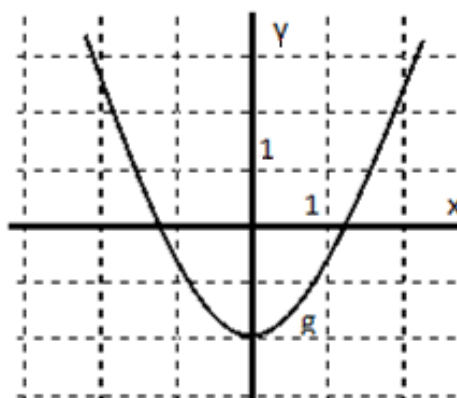
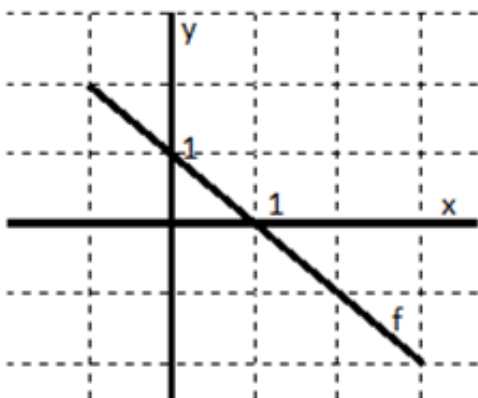
Prierezové témy:

- osobnostný a sociálny rozvoj
- enviromentálna výchova
- ochrana života a zdravia

Vlastný zdroj

Pracovný list k téme Vlastnosti funkcií.

1. Priradiť k jednotlivým grafom všetky správne tvrdenia z nasledovných tvrdení:
- | | |
|---|-----------------------------------|
| a) Funkcia je lineárna. | b) Funkcia je ohraničená. |
| c) Obor hodnôt funkcie je interval $\langle -1, 3 \rangle$. | d) Najväčšia fun. hodnota je 3. |
| e) Definičný obor funkcie je interval $\langle -1, 3 \rangle$. | f) K funkcii existuje inverzná f. |
| g) Funkčná hodnota pre $x = -1$ je 2. | h) Funkcia je periodická. |

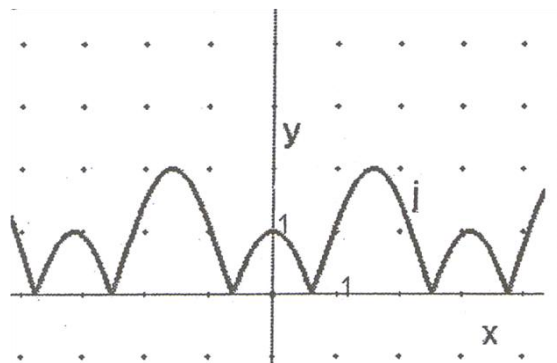
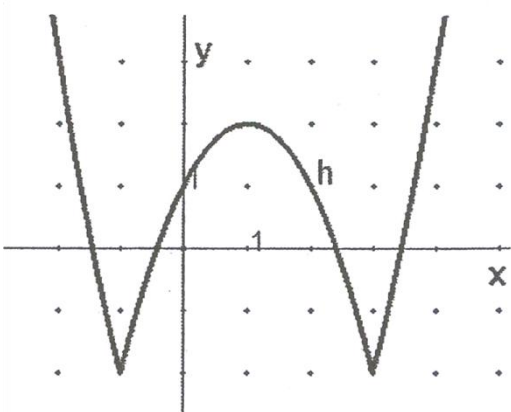
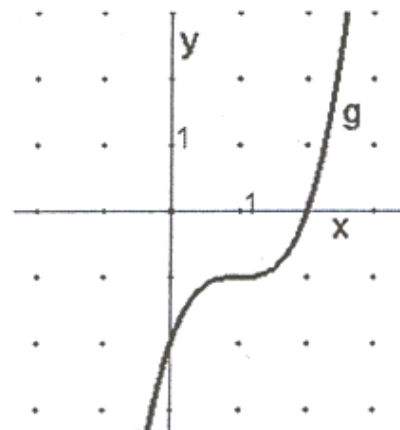
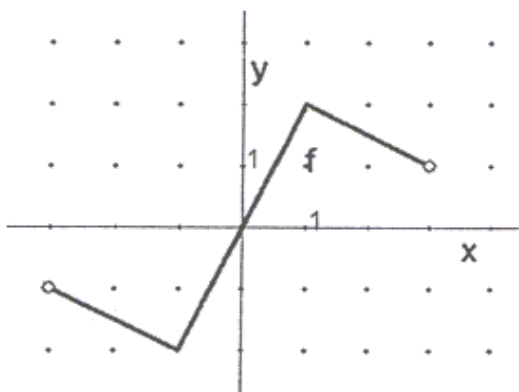


Metodické poznámky: skôr, než začneme riešiť dané úlohy, doporučujeme učiteľovi zopakovať frontálne vlastnosti funkcií a jednu zo štyroch úloh vyriešiť spoločne so

žiakmi, aby si uvedomovali vlastnosti danej funkcie. Talentovaným žiakom môžeme dať úlohu, aby dokázali pri konkrétnej lineárnej funkcii rastúcosť, resp. jej klesajúcosť.

Správne riešenia: funkcia **f**: a), b), f), g), funkcia **g**: žiadne tvrdenie, funkcia **h**: b), c), d) funkcia **i**: b), c), d), h)

2. Urč definičný obor, obor hodnôt a vlastnosti daných funkcií: (rastúca, klesajúca, párna, nepárna, prostá, periodická, ohraničená, extrémny).

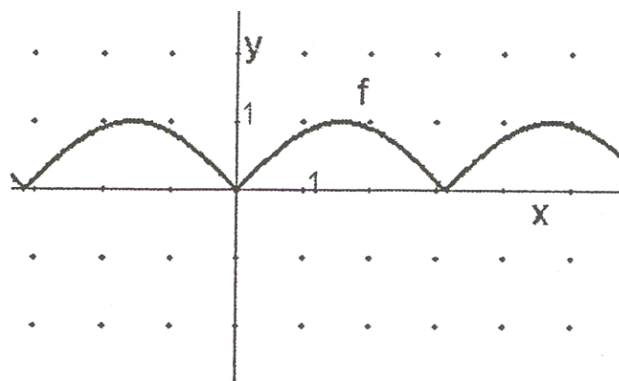


Metodické poznámky: túto úlohu doporučujeme riešiť samostane, potom by bolo vhodné, keby sme skontrolovali výsledky tak, že jeden žiak prečíta svoje riešenie a ostatní žiaci ho opravujú. Pri funkcii je treba spomenúť rozdiel medzi lokálnym a globálnym extrémom a ostrým a neostrým minimom a maximom.

Správne riešenia: funkcia **f**: $D(f) = (-3, 3)$, $H(f) = \langle -2, 2 \rangle$, na $(-3, -1)$ a $(1, 3)$ klesá, na $(-1, 1)$ rastie, je nepárna, ohraničená, v bode -1 nadobúda minimum a v bode 1 maximum, funkcia **g**: $D(g) = H(g) = \mathbb{R}$, v celom def. obore je rastúca, prostá, funkcia **h**: $D(h) = \mathbb{R}$, $H(h) = \langle -2, \infty \rangle$, na $(-\infty, -1) \cup (1, 3)$ klesá a na $(-1, 1) \cup (3, \infty)$ rastie, ohraničená zdola, v bode -1 a 3 má minimum, funkcia **j**: $D(j) = \mathbb{R}$, $H(j) = \langle 0, 2 \rangle$, je párna, ohraničená, periodická.

3. Ktoré z uvedených tvrdení platí pre funkciu **f**?

- | | |
|--------------------------|--------------------------------------|
| a) je prostá a párna | b) je periodická alebo ohraničená |
| c) je párna a periodická | d) ak je ohraničená tak je klesajúca |

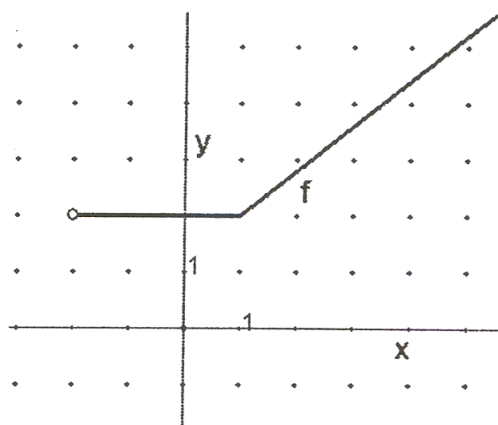


Metodické poznámky: táto úloha vyžaduje nielen poznatky o funkciách, ale aj o výrokoch. Preto odporúčame pripomenúť pravidlá pre počítanie so zloženými výrokmi. Úloha je vhodná na prácu vo dvojiciach.

Správne riešenia: b), c)

4. Ktoré z uvedených tvrdení neplatí pre funkciu f ?

- a) funkcia je zdola ohraničená
- b) $f(-1) = 2$
- c) -2 nie je funkčnou hodnotou
- d) funkcia f je prostá
- e) $D(f) = (-2, \infty)$

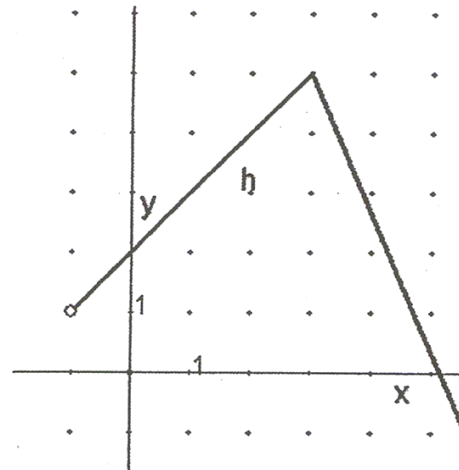
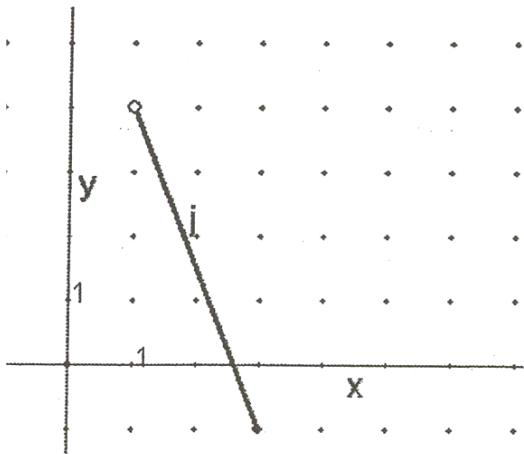
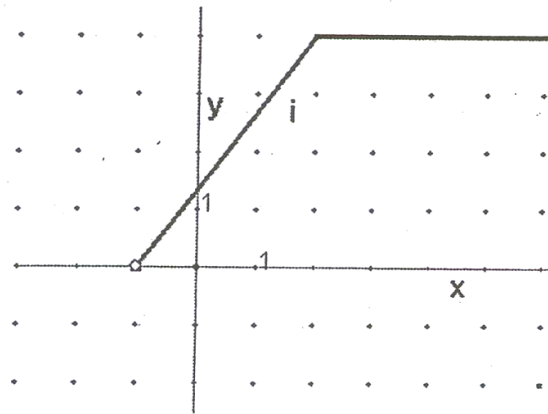
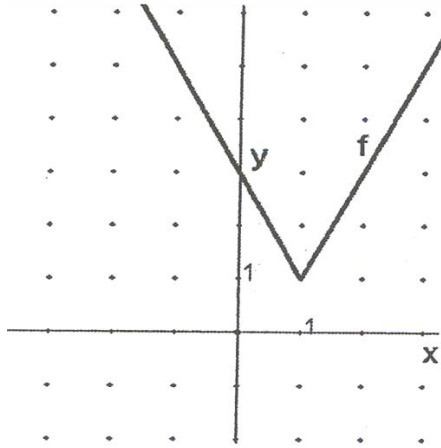


Metodické poznámky: pri pozornom čítaní úlohy žiaci zistia, že otázka je záporná, teda hľadáme takú odpoveď, ktorá pre funkciu neplatí. Treba zaradiť do cvičení a testov aj takéto úlohy. Táto funkcia je neklesajúca, preto by bolo potrebné na to žiakov upozorniť.

Správne riešenia: d)

5. Jednotlivým grafom priradiť správne tvrdenia:

- a) najväčšia hodnota, ktorú funkcia nadobúda je 4
- b) definičným oborom funkcie je množina $M = (-1, 4)$
- c) funkcia nie je ohraničená zhora
- d) oborom hodnôt funkcie je množina $M = \langle -1, 4 \rangle$
- e) funkčná hodnota pre $x = 3$ je 5



Metodické poznámky: úloha je podobná ako úloha č.1, preto ju doporučujeme pre individuálnu prácu. Môžeme ju tiež doplniť o určenie oborov, extrémov a ostatných vlastností funkcií, ktoré sme na vyučovacej hodine so žiakmi cvičili. Učiteľ môže využiť grafy funkcií na nácvik vlastnosti inverzná funkcia. Funkcie vyberie podľa vlastného uváženia.

Správne riešenia: f:c), i: a), j: d), h) e)

ZÁVER

Cieľom tejto osvedčenej pedagogickej skúsenosti bolo vytvoriť a metodicky popísať svoje praktické a vyskúšané námety a materiály použité na vyučovacích hodinách. Pri návrhu metodiky sme vychádzali z toho, že sme chceli uľahčiť učiteľovi prípravu a žiakom spestriť vyučovaciu hodinu rôznymi typmi úloh, ktoré v bežne používaných učebniciach na gymnáziách chýbajú. Popísanú OPS sme overili v prvom ročníku gymnázia. K riešeniu úloh v pracovných listoch žiaci pristupovali aktívne a so záujmom.

Predkladaná OPS by mala slúžiť ako potreba k zlepšovaniu postojov žiakov k učeniu sa, pre tvorivého učiteľa zas nový zdroj, či inšpirácia na skvalitnenie výchovnovzdelávacieho procesu. Túto OPS môže učiteľ priamo použiť nielen ako prípravu na vyučovaciu hodinu, ale môže slúžiť aj ako šablóna pre spracovanie iných tématických celkov.

ZOZNAM BIBLIOGRAFICKÝCH ZDROJOV

1. BÁLINT, Ľ. 2010. Úlohy na rozvíjanie matematickej gramotnosti. 1. vydanie. Príroda, Bratislava. 2010 ISBN 978-80-07-01882-2
2. BURJAN, V. 1999. Matematika základnej školy v testoch. Prvé vydanie. Exam, Bratislava. 1999 ISBN 80-068815-3-1
3. BURJANOVÁ, Ľ. 1999. Matematika strednej školy v testoch 1. časť. 1. vydanie. Exam, Bratislava. 1999 ISBN 80-968815-3-1
4. HOLÉCZYOVÁ, S. 2007. Zbierka úloh 1. Aktuell, Bratislava 2007.
5. Kolektív autorov. 2009. Štátny vzdelávací program Matematika – príloha ISCED 3A. 2009
6. KUBÁČEK, Z. 2004. Matematická gramotnosť. Správa. 1. Vydanie. Štátny pedagogický ústav, Bratislava. 2004 ISBN 80-85756-88-9
7. ODVÁRKO, O. 1990. Matematika pre 2. ročník gymnázia Funkcie II. 1. Vydanie. Slovenské pedagogické nakladateľstvo, Bratislava. 1990 ISBN 80-08-00525-4
8. SADLOŇOVÁ, M. 2008. Úlohy v škole neriešené. 1. Vydanie. Školmédiá, Žilina. 2008 ISBN 978-80-969386-9-8
9. TUREK, I. Didaktika. . vydanie. IuraEdition, spol. s. r. o., člen skupiny WoltersKluwer, Bratislava. 2010. ISBN: 978-80-8078-322-8

ZOZNAM PRÍLOH

Príloha 1 Pracovný list Funkcia základné pojmy

Príloha 2 Pracovný list Graf funkcie

Príloha 3 Pracovný list Čítanie z grafov

Príloha 4 Pracovný list Vlastnosti funkcií

Príloha 1 Funkcia – základné pojmy

1. Vyjadri matematicky funkciu, ktorá vyjadruje závislosť :

a) obvodu štvorca od jeho strany

b) obsahu kruhu od polomeru

c) objemu valca od výšky

d) veľkosti uhlopriečky štvorca od dĺžky strany

e) výšky rovnostranného trojuholníka od jeho obvodu

2. Nech A,B sú množiny, pričom $A = \{[2;0]; [-1;\sqrt{2}]; [0;2]; [2;1]\}$

$$B = \{[5;1]; [-\frac{1}{2};0]; [0;0]; [1;2]\}$$

a) Rozhodni, ktoré z množín A, B sú funkcie.

b) Vyber takú podmnožinu C množiny A, aby C bola funkcia.

3. Ktoré z usporiadaných dvojíc $[-1;0]$, $[1;0]$, $[\frac{1}{2};\frac{3}{4}]$, $[0,5;0,75]$ patria funkcii $f: y=x^2 - 1$

4. Vypočítaj hodnoty funkcie $f: y = 2x^2 - 3x$ v bodoch $\{-4; -0,3; \sqrt{7}; 12\}$
 $[-4; \square][-0,3; \square][\sqrt{7}; \square][12; \square]$

5. Daná je funkcia $f: y = -\frac{1}{2}x + \frac{2}{3}$
 Doplň chýbajúce súradnice bodov tak, aby vyhovovali predpisu funkcie f .

$A = [\square] 0$, $B = [\square] -2$, $C = [-1; \square]$ $D = [\frac{3}{2}; \square]$

6. Z tabuľky vypozeruj závislosť a nájdí pre danú funkciu rovnicu:

a)

x	-1	0	1	2	3
f(x)	3	2	1	0	-1

b)

x	1	2	3	4	5
f(x)	3	9	19	33	51

7. Slovný opis funkcie je: „Ku každému číslu patrí jeho prevrátená hodnota“.

a) Zvoľ ľubovoľný definičný obor a zostav tabuľku tejto funkcie

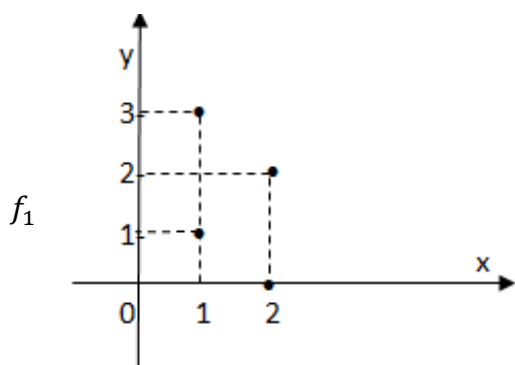
x						
f(x)						

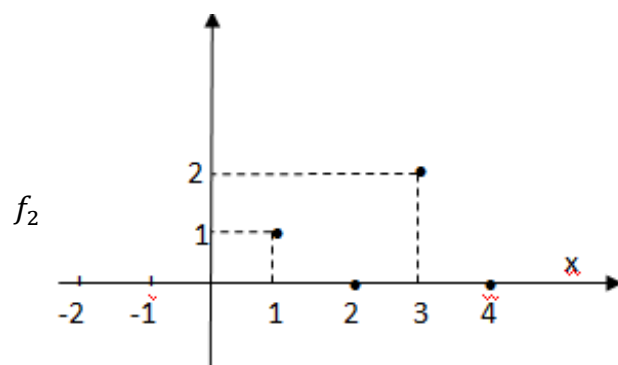
b) Znázorni dvojice hodnôt z tabuľky v súradnicovej sústave

8. Ivo si práve robil domácu úlohu z matematiky, keď na jeho zošite pristála mucha. Začala sa prechádzať po jeho súradnicovej sústave. Najskôr bola v bode $[-2;3]$, potom v $[0;2]$, neskôr v bode $[3;7]$ a nakoniec z bodu $[4;-2]$ odletela.
- Zakresli dráhu muchy v súradnicovej sústave.
 - Rozhodni, či je tento graf grafom funkcie.
 - Ak dráhu muchy považuješ za funkciu, urč jej definičný obor a obor hodnôt

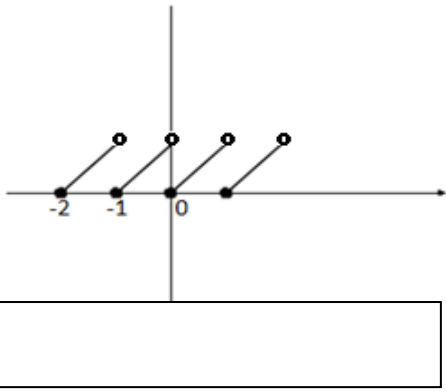


9. Na obrázkoch sú zakreslené isté množiny:
- rozhodni, ktoré sú grafom funkcie
 - u tých, ktoré sú funkcie, vypíš definičný obor a obor funkčných hodnôt

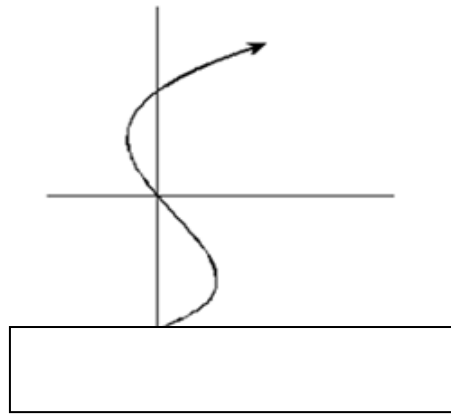




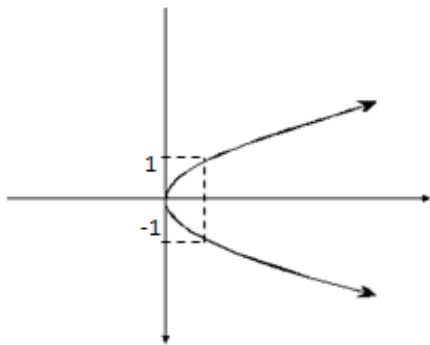
f_3



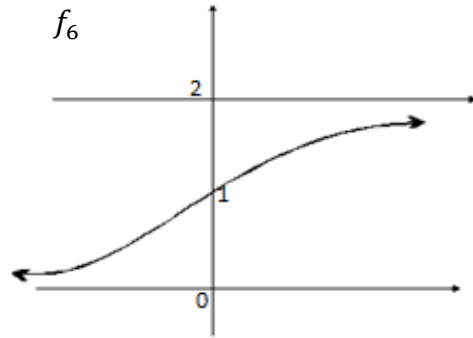
f_4



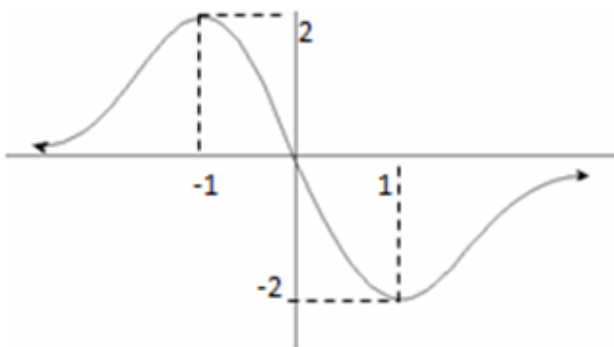
f_5



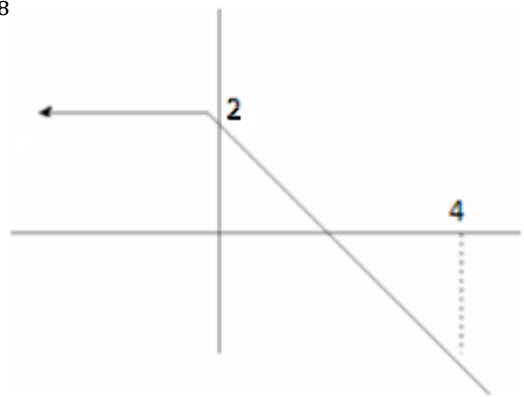
f_6

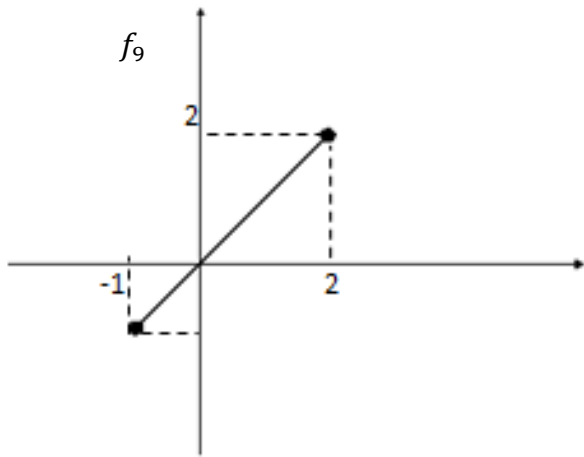


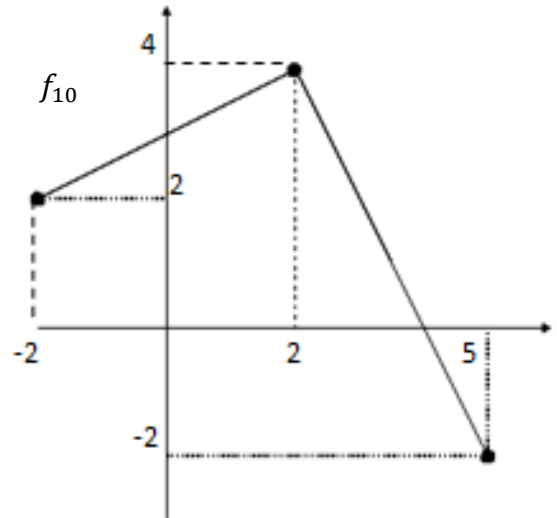
f_7



f_8







Príloha 2 Graf funkcie

1. Načrtnite grafy funkcií:

a) $f_1: y = -\frac{1}{2}x + 1$ ak $x \in (-2; 1)$ b) $f_2: y = \frac{1}{2}x + 1$ ak $x \in (-2; 3)$

c) $f_3: y = 2$ ak $x \in \mathbb{R}$ d) $f_4: y = 2x$ ak $x \in (-1; 1)$

2. Pre lineárnu funkciu f platí: $f(-1) = 4$; $f(\frac{1}{3}) = 0$

a) Nájdi jej predpis a zostroj jej graf

b) Urč priesečníky grafu so súradnicovými osami x, y

3. Dané sú funkcie $f: y = 2x + 1$ a $g: y = x + 5$

a) pre aké x budú mať tieto lineárne funkcie rovnakú hodnotu?

b) pre aké x bude mať funkcia $f(x)$ hodnotu o 3 väčšiu ako funkcia $g(x)$?

4. Urč koeficient k tak, aby graf funkcie $f: y = k \cdot x + 2,1$ prechádzal bodom

$$A = [-5,6; -6,7]$$

5. Zostav tabuľku a zostroj graf funkcie danej rovnicou

$$V = \frac{1}{3} S_p \cdot v \quad \text{ak:} \quad S_p = 16 \text{ cm}^2; \quad v \in \{2 \text{ cm}; 3 \text{ cm}; 0,5 \text{ dm}; 6,5 \text{ cm}\}$$

6. Narysuj graf funkcie $y = \frac{2}{3}x - 4$. Označ ho k . V každom z nasledujúcich prípadov urč rovnicu funkcie, ktorej grafom je narysovaná priamka.

a) Bodom $A[0; -4]$ narysuj priamku a kolmú na k

b) Bodom $C[0; 9]$ narysuj priamku d rovnobežnú s k

c) V ktorom bode sa pretínajú priamky a a d ?

d) Bodom $B[6; 0]$ ved' kolmicu na priamku k

e) Urč obsah rovinného útvaru ohraničeného štyrmi priamkami z a),b),c),d)

f) Urč obvod rovinného útvaru e)

7. Na začiatku roka je na sklade 4800 m látky na džínsy. Každý mesiac odošlú zo skladu 600 m látky do predajne.

a) Napíš rovnicu, ktorá vyjadruje zásobu na sklade v súvislosti od počtu mesiacov

b) Urč, na konci ktorého mesiaca budú zásoby nulové?

8. V nádrži osobného auta, ktoré má spotrebu 6 l benzínu na 100 km je 40 l benzínu.

a) Zostav tabuľku množstva benzínu (y) v nádrži v závislosti od prejdenej dráhy x ak $x \in \{10;40;50;100;200;300\}$

x	10	40	50	100	200	300
y						

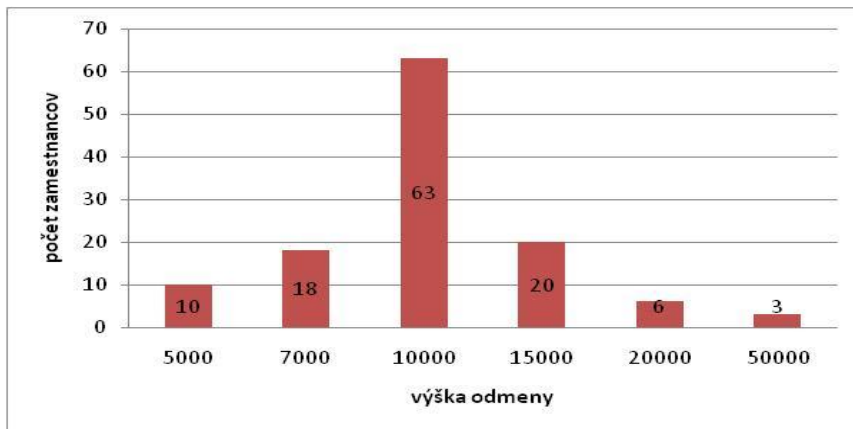
b) Napíš rovnicu vyjadrujúcu závislosť medzi dráhou, ktorú auto prejde a objemom benzínu v nádrži

c) Urč definičný obor a obor hodnôt funkcie

d) Narysuj graf tejto funkcie

Príloha 3 Čítanie z grafov

1. Graf znázorňuje, ako boli v istom podniku so 120 zamestnancami rozdelené odmeny.



a) Koľko zamestnancov malo odmenu nižšiu ako bola priemerná odmena?

b) Aký bol rozdiel medzi najvyššou a najnižšou odmenou?

c) Koľkokrát bola najvyššia odmena väčšia ako najnižšia odmena?

2. V tabuľke je uvedené, koľko bodov získali na prijímacích skúškach Hana, Juraj, Zdena, Martin, Lucia, Radko, Karol a Metod:

Počet bodov	Hana	Juraj	Zdena	Martin	Lucia	Radko	Karol	Metod
z matematiky	59	70	54	61	60	65	62	64
z nemčiny	58	47	63	55	56	51	62	52

a) Napíšte mená tých žiakov, ktorí boli na skúškach úspešnejší ako Metod.

- b) V nasledujúcej tabuľke doplňte chýbajúce počty bodov tak, aby bol Filip úspešnejší ako Oľga, Oľga úspešnejšia ako Jana a Jana úspešnejšia ako Matej

Počet bodov	Filip	Oľga	Jana	Matej
z matematiky	60			60
z nemčiny	60			57

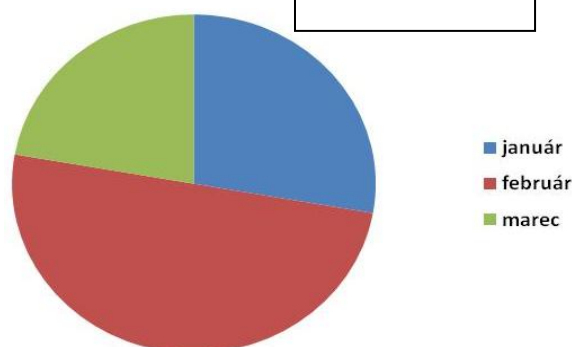
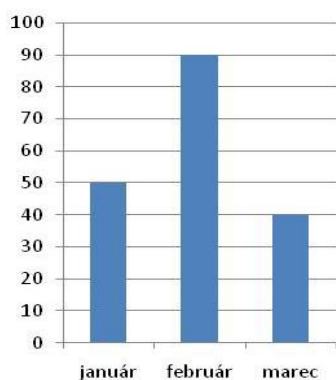
3. Diagram ukazuje počet návštevníkov výstavy fotografií za jeden týždeň.



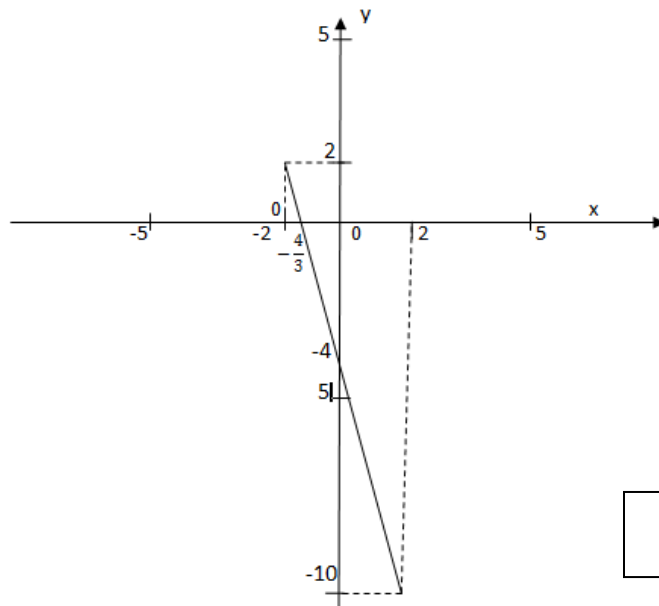
- a) Koľko ľudí navštívili výstavu za týždeň?

- b) Urč, v ktorých dňoch v týždni bola návštevnosť menšia ako priemerná návštevnosť za tento týždeň?

4. Jedna automobilová firma zverejnila údaje o počte predaných áut za prvý štvrtrok dvoma rôznymi grafmi. Akú veľkosť má uhol prislúchajúci tomu výseku kruhového diagramu, ktorý zodpovedá marcovej hodnote?



5. Graf znázorňuje teplotu v experimentálnej sonde 2 hodiny pred vypustením do vesmíru a 2 hodiny po vypustení do vesmíru.



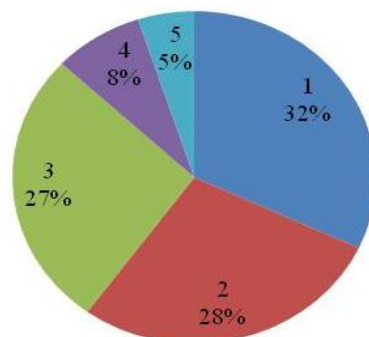
- a) Aká bola teplota sondy v čase vypustenia do vesmíru?
 b) Aká bola hodnota najnižšej teploty sondy? V ktorej hodine merania túto teplotu sonda dosiahla?

--	--

- c) Aký je interval teplôt, ktoré sonda dosiahla počas celej doby merania?

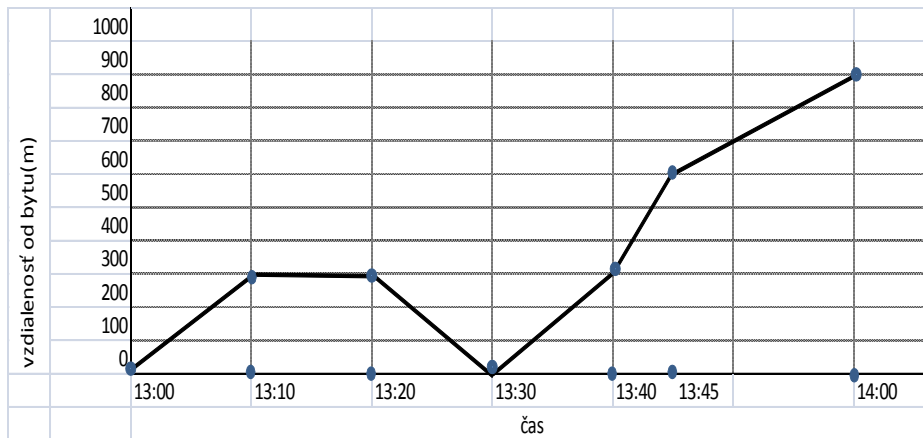
- d) Kedy bola hodnota teploty sondy 0° ?

6. Koncoročné hodnotenie žiakov z matematiky je znázornené na nasledujúcom diagrame.



Určte s presnosťou na dve desatinné miesta aritmetický priemer známok znázornených na diagrame.

7. Juraj býva 900 m od Jána. Na meniny Jánovej mamy sa Juraj rozhodol, že ju navštívi a cestou kúpi kvety. Z grafu závislosti Jurajovej vzdialenosti od jeho bytu odpovedz na otázky uvedené pod grafom.



a) Kedy si Juraj podbehol?

b) Ako ďaleko býva Ján od kvetinárstva?

c) Kedy kupoval kvety a ako dlho?

d) Vrátil sa po ceste domov? Ak áno, kedy?

e) Ako dlho by mu trvala cesta, keby sa nevrátil domov, nezastavoval sa v kvetinárstve a ani nepobehol?

8. Vo firme s 58 800 zamestnancami sa bude voliť Miss Sympatia. Výsledky prieskumu agentúry sú dané v tabuľke. Voliť by nešli 2% zamestnancov a 1% zamestnancov sa nevedelo vyjadriť.

Meno	% získaných hlasov
Eva	49
Marta	35
Ivana	8
Anna	3
Helga	2

a) Urč koľko zamestnancov by volilo Ivanu?

b) Zisti o koľko viac zamestnancov by volilo Evu ako Martu?

c) Zisti, koľkí zamestnanci nevolili?

d) Stačilo by kvít'azstvu Marty, keby sa Ivana, Anna a Helga vzdali súťaže v jej prospech?

e) Urč pomer voličov Evy a Marty.

f) Keby sa tí zamestnanci, ktorí sa nevedia rozhodnúť , rozhodli pre Helgu, v akom pomere by boli hlasy pre Annu a Helgu?

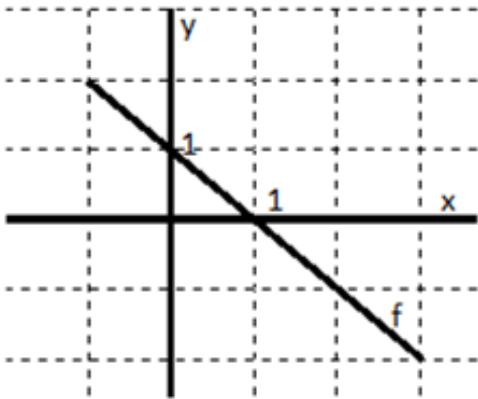
g) Koľko zamestnancov nevolí Martu?

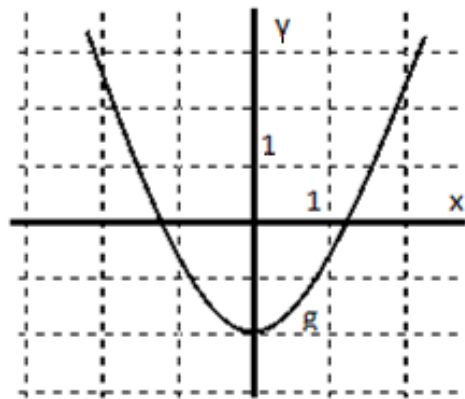
h) Koľko zamestnancov by mala mať firma, ak by Annu volilo 1800 zamestnancov?

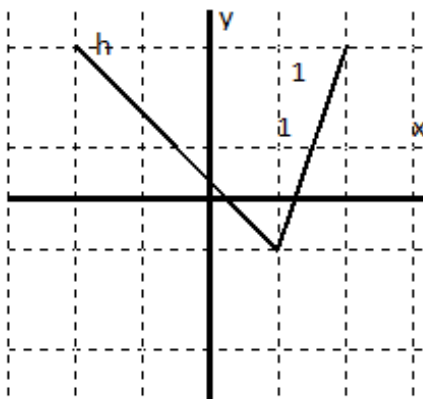
Príloha 4 Vlastnosti funkcie

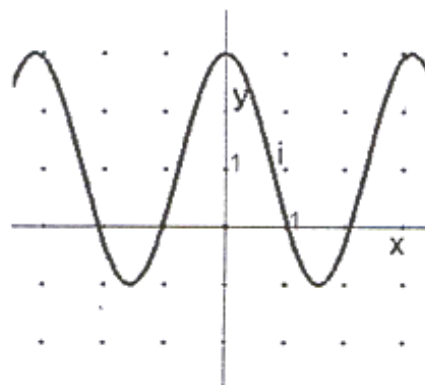
1. Priradiť k jednotlivým grafom všetky správne tvrdenia z nasledovných tvrdení:

- a) Funkcia je lineárna.
- b) Funkcia je ohraničená.
- c) Obor hodnôt funkcie je interval $\langle -1, 3 \rangle$.
- d) Najväčšia funkčná hodnota je 3.
- e) Definičný obor funkcie je interval $\langle -1, 3 \rangle$.
- f) K funkcii existuje inverzná funkcia.
- g) Funkčná hodnota pre $x = -1$ je 2.
- h) Funkcia je periodická.

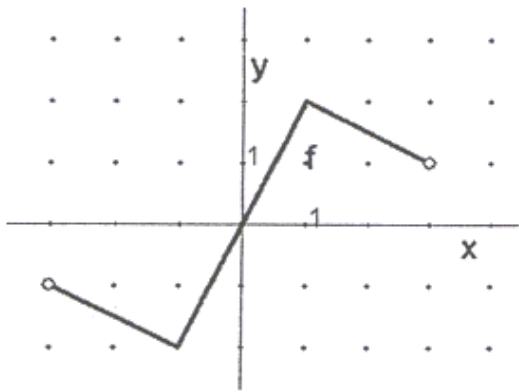


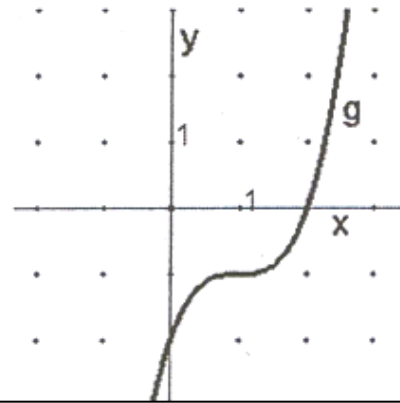


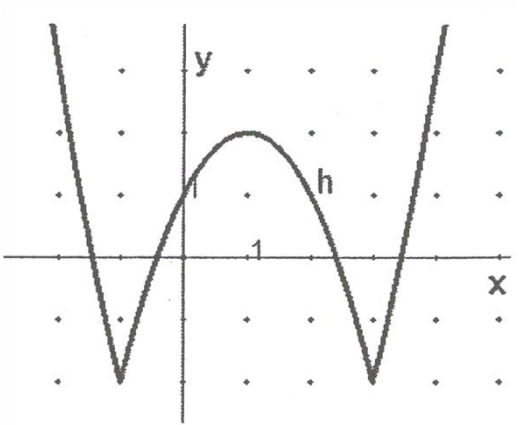


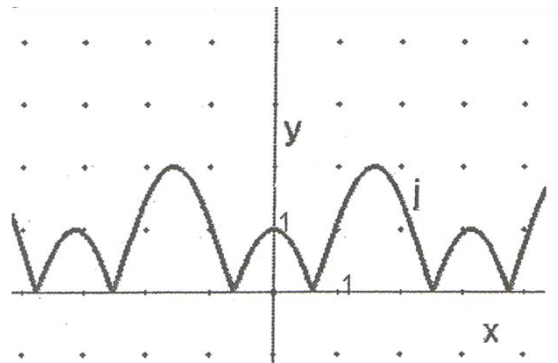


2. Urč definičný obor, obor hodnôt a vlastnosti daných funkcií: (rastúca, klesajúca, párna, nepárna, prostá, periodická, ohraničená, extrémny).



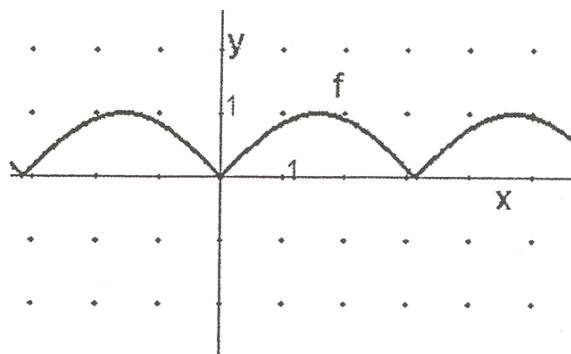




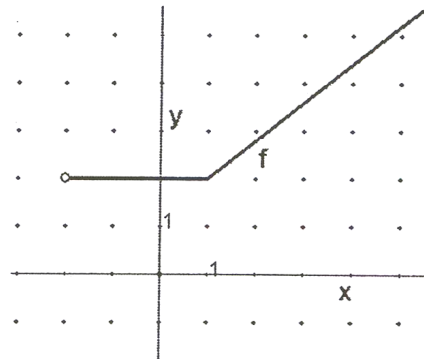


3. Ktoré z uvedených tvrdení platí pre funkciu f ?

- a) je prostá a párna b) je periodická alebo ohraničená
c) je nepárna a periodická d) ak je ohraničená tak je klesajúca



4. Ktoré z uvedených tvrdení neplatí pre funkciu f ?
- a) funkcia je zdola ohraničená b) $f(-1) = 2$
 c) -2 nie je funkčnou hodnotou d) funkcia f je prostá e) $D(f) = (-2, \infty)$



5. Jednotlivým grafom priradiť správne tvrdenia:
- a) najväčšia hodnota, ktorú funkcia nadobúda je 4
 b) definičným oborom funkcie je množina $M = (-1, 4 >$
 c) funkcia nie je ohraničená zhora
 d) oborom hodnôt funkcie je množina $M = < -1, 4 >$
 e) funkčná hodnota pre $x = 3$ je 5

