



mpc
METODICKO-PEDAGOGICKÉ CENTRUM



Európska únia
Európsky sociálny fond

Moderné vzdelávanie pre vedomostnú spoločnosť / Projekt je spolufinancovaný zo zdrojov EÚ

RNDr. Helena Repková

Využitie programu Cabri pri riešení geometrických úloh na gymnáziu

Osvedčená pedagogická skúsenosť edukačnej praxe

Banská Bystrica

2012

Vydavateľ: Metodicko-pedagogické centrum, Ševčenkova 11,
850 01 Bratislava

Autor OPS/OSO: RNDr. Helena Repková

Kontakt na autora: Gymnázium , Komenského 2, 958 01 Partizánske,
h.repkova@gmail.com

Názov OPS/OSO: Využitie programu Cabri pri vyučovaní geometrie na gymnáziu

Rok vytvorenia OPS/OSO: 2012

Odborné stanovisko vypracoval: PaedDr. Štefan Pondelík

Za obsah a pôvodnosť rukopisu zodpovedá autor. Text neprešiel jazykovou úpravou.

Táto osvedčená pedagogická skúsenosť edukačnej praxe/osvedčená skúsenosť odbornej praxe bola vytvorená z prostriedkov projektu Profesionálny a kariérový rast pedagogických zamestnancov. Projekt je financovaný zo zdrojov Európskej únie.

Kľúčové slová

Využitie programu CABRI vo vyučovaní geometrie. Metodický postup pre učiteľa pri tematických celkoch –zhodné zobrazenia, rovnol'ahlosť, stereometria (uhol priamky a roviny, uhol rovín, priesečnica rovín, rez telesa rovinou).

Anotácia

Program CABRI majú školy k dispozícii v rámci projektu Infovek. Verziu 3D je možné zakúpiť v primeraných cenových reláciách. V tejto práci sú uvedené ukážky použitia tohto programu pri vyučovaní geometrie s cieľom zefektívniť proces osvojovania si vedomostí s cieľom predovšetkým získať priestorovú predstavivosť. Verzia 3D ponúka veľmi kvalitné hotové konštrukcie, ktoré je možné použiť aj pri vyučovaní deskriptívnej geometrie. Plne nahrádzajú zastaralé priestorové modely.

OBSAH

Úvod	
1 O dynamickej geometrii.....	7
2 O programe Cabri.....	11
2.1 História.....	11
2.2 Prostredie Cabri.....	11
2.3 Porovnanie Cabri II a Cabri II plus.....	12
2.4 Cabri 3D.....	13
2.5 Prostredie Cabri 3D.....	13
3 Použitie Cabri v rovine.....	15
3.1 Ukázkové úlohy.....	15
3.2 Zhodné zobrazenie.....	16
3.3 Rovnoľahlosť.....	20
3.4 Ďalšie úlohy na zhodné zobrazenie, rovnoľahlosť.....	23
4 Použitie Cabri v priestore.....	29
4.1 Priesečnica rovín	30
4.2 Rezy telies.....	32
5 Použitie Cabri v deskriptívnej geometrii.....	39
5.1 Kuželosečky.....	39
5.2 Priestorové konštrukcie v Cabri 3D.....	42
Záver.....	47

ÚVOD

Cieľom tejto práce je prezentovať dôležitosť dynamických geometrických systémov v modernom vyučovaní geometrie a vytvoriť priestor pre experimentovanie s dynamickými konštrukciami.

Na riešenie geometrických úloh sme použili program Cabri geometria II a Cabri geometria II plus /ďalej len Cabri/. Je to program, ktorý umožňuje meniť vstupné údaje, premiestňovať dané útvary, zanechať stopu pri premiestňovaní. A to sú postupy, ktoré umožňujú vnášať do konštrukcie geometrickej úlohy dynamické prvky. Program sa dá stiahnuť aj z internetu, práca s programom je jednoduchá a základné konštrukcie sa dajú zvládnuť v priebehu jednej až dvoch vyučovacích hodín. Významným zdrojom informácií o práci s týmto programom je stránka www.pf.jcu.cz.

Konštrukčné úlohy v geometrii majú štandardné časti riešenia: náčrt, rozbor, postup, konštrukcia, diskusia. Tieto časti riešenia sa obvykle zaznamenávajú písomne a konštrukcia sa realizuje pomocou rysovacích pomôcok. Pri vyučovaní matematiky v triede, kde je 30 žiakov a viac, je tento postup viac menej nevyhnutný. Zabezpečiť, aby aj menej zdatní študenti prenikli do teoretickej časti problematiky a aby si spravili záznam svojho myšlienkového postupu aspoň na priemernej úrovni pri takomto počte žiakov je dosť náročné. V takomto prípade hotové dynamické konštrukcie sme použili ako krátke ukážky premietnuté cez projektor. Rysovanie pomocou grafického programu a záznam riešenia úlohy pomocou počítača si vyžaduje menší počet žiakov v skupine alebo iné technické vybavenie počítačovej učebne. Menší počet žiakov sme mali na cvičení z matematiky v 3.ročníku, kde sme preberali zhodné a podobné zobrazenia. Po krátkom oboznámení sa s programom Cabri žiaci na počítačoch riešili úlohy, ktoré predtým zvládli pomocou rysovacích pomôcok. Mali možnosť porovnať obidva postupy, vidieť výhody počítačových konštrukcií. Vzhľadom na prenikanie výpočtovej techniky do všetkých oblastí nášho života je nevyhnutné sa touto problematikou zaoberať aj pri vyučovaní matematiky, lebo prínos je evidentný: môžeme meniť vstupné údaje, experimentovať, premiestňovať útvary, vytvárať precízne estetické obrázky.

1 O DYNAMICKEJ GEOMETRII

Dynamické riešenie geometrických úloh je riešenie v interaktívnom a dynamickom prostredí, v ktorom sa zmeny uskutočňujú na základe vonkajších podnetov.

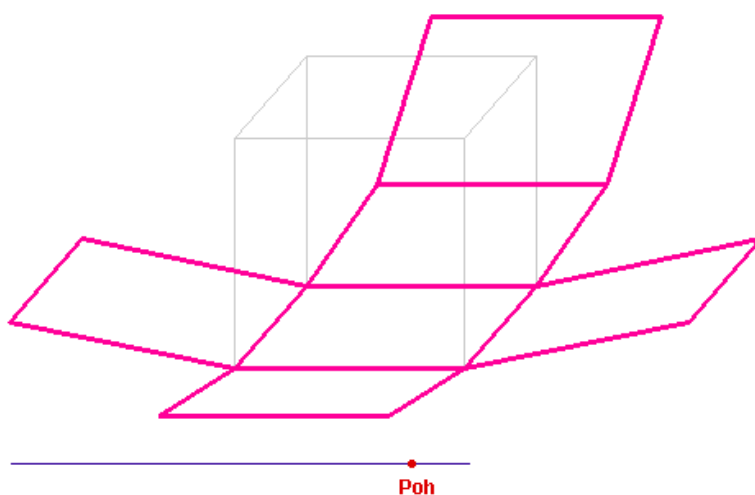
„V prostredí IKT sú pojmy interaktivita a dynamika kľúčovými. Napriek tomu, že sa často vyskytujú v neoddeliteľnej dvojici, treba rozlišovať ich podstatu. Pod pojmom interaktivita rozumieme možnosť okamžitej reakcie. Vo vyučovaní matematiky interaktivitu zabezpečuje napr. interaktívna tabuľa.

Pojem dynamika reprezentuje pohyb alebo vývoj nejakého javu. Dynamické prvky sa môžu vyskytovať samostatne, ale často sú viazané na podnety užívateľa, teda interaktívne vstupy. Preto možno konštatovať, že interaktivita vnáša do vzdelávacieho procesu prvky dynamiky. Mení statický prístup na možnosti dynamických zmien v závislosti od vstupných podnetov. Tým sa otvárajú nové možnosti v technologických vzdelávacích prístupoch. Väčší priestor získavajú experimentálne postupy. Interaktívny počítačový model môže byť virtuálnym laboratóriom, v ktorom možno bez obáv a strachu manipulovať s jeho prvkami, skúmať a spoznávať zákonitosti reality.“ (1. LUKÁČ, S. 2010, s.76)

A ďalej:

„Dynamické geometrické systémy umožňujú jednoduchým spôsobom zostrojovať geometrické útvary a zmenou ich atribútov objavovať a zovšeobecňovať vzťahy medzi objektmi. Dovoľujú kombinovať algebricky zadané miery spolu s animáciami, čo predstavuje silný nástroj pre experimentálne vyšetřovanie geometrických modelov reálnych situácií a riešenie optimalizačných úloh.“ (1. LUKÁČ, S. 2010, s.79)

Ukážkové dynamické konštrukcie vytvorené pomocou dynamického geometrického systému Cabri z rôznych oblastí matematiky ale aj z reálneho života sa nachádzajú v 2. Napríklad konštrukcia siete kocky. Podľa obrázku sieť kocky pohybom bodu Poh sa vytvára sieť kocky



Obrázok 1 Siet' kocky

Prameň: 2.

Prehľad programov dynamickej geometrie

Francúzsky program **Cabri** vytvára prostredie pre rýchle a presné rysovanie, podporuje a trénuje geometrické uvažovanie. Zmenou parametrou sa skonštruovaný obrázok mení pred očami a umožňuje rozoznať podstatné vlastnosti objektu. Cabri má bohaté nástroje pohybu. Je to veľmi dobrá pomôcka pre výuku matematiky. Ponúka možnosť vytvoriť záznam konštrukcie a na jeho základe celú konštrukciu zopakovať (aj s inými parametrami). Pomocou aplikácie **CabriWeb** a niekoľkých knižníc napísaných v jazyku Java (tzv. **Cabri Java**) môžeme súbor - konštrukciu vytvorenú v **Cabri geometrii** umiestniť na www stránku ako applet. **CabriJava** a **CabriWeb** spolu s niekoľkými ukážkami **Cabri Java** projektov sú voľne dostupné na adrese <http://www.cabri.net/cabrijava/index-f.html>.

Nemecký program **Cinderella** je prostredie pre dynamickú konštrukčnú geometriu založené na Java. Svojimi možnosťami a ponúkanými nástrojmi sa vyrovná prostrediu Cabri. Výhodou **Cinderelly** oproti Cabri geometrii je vstavaná schopnosť vytvárať www stránky obsahujúce konštrukcie a animácie. To znamená, že nepotrebujeme žiadne ďalšie knižnice a ďalšiu aplikáciu ako v prípade Cabri, stránku s appletom môžeme vytvoriť priamo v prostredí **Cinderella**. Ďalšou zaujímavosťou je možnosť vytvárať interaktívne applety - cvičenia, súčasťou ktorých je nielen konštrukcia či animácia, ale aj podmnožina nástrojov **Cinderelly** a samostatné interaktívne textové okno (jeho obsah sa mení v závislosti od definovaných udalostí). Môžeme napríklad vytvoriť cvičenie obsahujúce zadanie úlohy - "*Zostroj rovnobežník so základňou AB*", vstupnú konštrukciu - úsečku AB (vstupná konštrukcia nie je nutná, môže to byť len prázdny priestor na konštruovanie) a nástroje na kreslenie rovnobežiek, bodu ako priesečníka priamok a ďalších. Množstvo appletov na experimentovanie v rôznych oblastiach geometrie vytvorených v tomto prostredí sa nachádza na adrese <http://www.mathsnet.net/dynamic/cindy/index.html>.

Euklides je maďarský program na dynamickú geometriu. Jeho konštrukčné možnosti sú takmer rovnaké ako možnosti predchádzajúcich dvoch uvedených prostredí. Zaujímavá je možnosť nechať si zobrazit' rodičov, priamych či nepriamych potomkov daného objektu. Nevýhodou prostredia je, že nemá výstup vo forme appletov na www stránkach.

Dr Geo je interaktívny geometrický program umožňujúci konštrukciu dynamických geometrických útvarov. Má len nástroje na kreslenie základných rovinných útvarov, na prácu so súradnicami, na tvorbu makier. Chýbajú nástroje na zobrazenia, konštrukciu kužeľosečiek, nedajú sa tu tvoriť animácie. Existujú rôzne jazykové verzie tohto programu a veľmi jednoducho si môžeme vytvoriť vlastnú jazykovú verziu.

The Geometer's Sketchpad poskytuje všetky bežné nástroje dynamickej geometrie. Zvláštnosťou je možnosť pridávať do konštrukcie tlačidlá spúšťajúce isté akcie, napríklad spustenie animácie či zobrazenie textu. Podobne ako Cabri nemá priamo v sebe zabudovanú tvorbu www stránok s appletmi. Výstup na Internet zabezpečuje **JavaSketchpad** - softvér, ktorý umožňuje publikovanie a interaktívne používanie konštrukcií vytvorených v prostredí **The Geometer's Sketchpad** na Internete. Množstvo matematických appletov vytvorených v tomto prostredí nájdeme na http://www.keypress.com/sketchpad/java_gsp/index.html <http://www.mathsnet.net/dynamic/javasketchpad.html>.

C.a.R. znamená Compass and Ruler (Kružidlo a pravítko). Je to počítačový systém dynamickej geometrie, na ktorom možno vytvárať euklidovské konštrukcie v rovine, pričom sa simuluje klasická požiadavka na takéto konštrukcie: smie sa použiť len kružidlo a pravítko. Vytvorené konštrukcie sú navyše dynamické, čiže možno meniť vstupné prvky a

sledovať ako sa mení výsledok. Program pozná aj makrá, čiže je možné naučiť ho zložitejšie konštrukcie, ktoré potom možno vyvolať jedným kliknutím.

GeoGebra je dynamický matematický softvér spájajúci geometriu, algebru a matematickú analýzu. Bol vyvinutý pre účely vyučovania a učenia sa matematiky Markusom Hohenwarterom na Univerzite Florida Atlantic. Z jedného hľadiska GeoGebra je interaktívny geometrický systém, je možné s ňou zostrojiť: body, priamky, úsečky, vektory, kružnice, kuželoščky ako aj funkcie a potom ich interaktívne zmeniť. Z druhého hľadiska však môžeme priamo zadávať rovnice a súradnice. Takto GeoGebra je schopná pracovať číselnými hodnotami, vektormi a bodmi ako premennými, nájsť deriváciu a integrál funkcií, umožňuje použitie príkazov ako sú odmocnina alebo extrém. Tieto pohľady sú charakteristické na program GeoGebra a ku každému vyjadreniu v algebraickom okne je jednoznačne priradený jeden objekt v geometrickom okne a opačne.

2 O PROGRAME CABRI

2.1 História

V roku 1980 vznikol prvý grafický počítač umožňujúci dynamicky znázorňovať a manipulovať s geometrickými útvarmi. Jean-Marie Laborde, programátor, matematik a výskumník v oblasti diskretnej matematiky sa rozhodol, že je potrebné vytvoriť akúsi knihu geometrie „Cabri-géomètre“, kde slovo CABRI vychádza z prvých písmen slov "**CA**hier de **BR**ouillon Interactif", ktorá umožní užívateľovi skúmať vlastnosti geometrických objektov a ich vzťahov. Spolu s Jean-Marie Laborde-om sa na príprave softvéru podieľali aj Philippe Cayet, Yves Baulac, Franck Bellemain a ich študenti. Cabri Geometria bola spoločnosťou Apple ocenená ako najlepší výučbový softvér. Na čo vlastne Cabri slúži:

- na rýchle a presné rysovanie geometrických konštrukcií,
- obsahuje nástroje pohybu, umožňujúce manipuláciu s hotovou konštrukciou,
- dokáže merať vzdialenosti a čísla opäť v konštrukciách používať,
- obsahuje nástroje pre analytickú geometriu,
- obsahuje nástroj na experimentovanie a overovanie hypotéz.

V deväťdesiatych rokoch prichádza nová generácia Cabri II, ktorá sa neskôr vyvinula do Cabri II Plus. Táto verzia bola o niečo zložitejšia a mala výrazne viac nástrojov a možností upravovania jednotlivých útvarov. V tom istom roku bol vyvinutý aj softvér Cabri Junior, vytvorený pre grafické kalkulátory. V roku 2004 vznikla úplne nová cesta Cabri a to Cabri 3D. Toto grafické prostredie je vytvorené na riešenie stereometrických úloh, zatiaľ čo doteraz Cabri riešilo prevažne planimetrické úlohy.

Stručný prehľad histórie

1980- Prvý Apple "Macintosh" grafický počítač umožňujúci užívateľovi dynamicky znázorňovať a manipulovať s geometrickými útvarmi.

1985 -Vzniká **Cabri geometria**.

1988- Apple ocenil Cabri Geometri ako "**Najlepší výučbový softvér**"

1989 -Cabri geometria je dostupná na francúzskom trhu s podporou francúzskeho ministerstva vzdelávania a ďalej v mnohých krajinách verzie pre MacOS alebo DOS.

1990-1996 -Vzniká nová generácia Cabri geometrie **Cabri II**.

2000 –Je založená spoločnosť **Cabrilog** Jean-Marie Laborde-om, výskumníkom a riaditeľom národného centra pre vedecký výskum a univerzitou Josepha Fourier-a v Grenóbli vo Francúzsku spolu s Maxom Marcadet-om, ktorý má 33 ročné skúsenosti s prácou v IBM a je vedúcim Malého a stredného podnikania a priemyslu.

2003- Na začiatku roka je dostupná nová verzia Cabri geometrie: **Cabri Geometry II Plus**, ktorú nasleduje nový geometrický softvér: **Cabri Junior** pre grafické kalkulátory TI83 and TI84.

2004-V septembri na konferencii Cabriworld v Ríme Jean-Marie Laborde prezentuje Cabri Geometry II plus pre systém MacOS X a v tom istom čase úplne nový produkt **Cabri 3D**.

2.2 Prostredie Cabri

Základom celého programu je jedna pracovná plocha, kde sa pracuje so všetkými objektmi. V hornej časti programu je prehľadné menu, v ktorom sa nachádzajú základné ponuky na správu súborov, tlačový výstup, editačné vlastnosti, nastavenia, správa okien a samozrejme aj pomocník. Pod menu sú rýchle tlačidlá na prácu so samotnými objektmi, ich opis je nasledovný:

Typy kurzorov

Ukazovateľ slúži na všeobecné označovanie a posúvanie objektov. Otáčanie umožňuje otáčať objekty, naťahovanie zase zväčšovanie a zmenšovanie úsečiek, trojuholníkov, atď.

Typy bodov

Nachádzajú sa tu funkcie na zostrojenie bodu, zostrojenie bodu presne na nejakom útvere a funkcia označenia priesečníka dvoch pretínajúcich sa objektov.

Typy čiar

Základná funkcia na vytváranie čiar v programe a pomocou nej sa dajú v programe vytvárať priamky, úsečky, polpriamky, vektory, trojuholníky a n-uholníky.

Typy kriviek

Funkcia na prácu s kružnicami, oblúkmi a kužeľosečkami.

Základné typy konštrukcií

Toto tlačidlo obsahuje funkcie na vytváranie kolmíc, rovnobežiek, stredov, osi uhlov, kružníc s polomerom a bodov vo vzdialenosti.

Možnosti práce s objektmi

Nachádzajú sa tu funkcie na vytváranie osovej súmernosti, stredovej súmernosti, posunutia, otočenia, rovnobežnosti a inverzie.

Zistenie vlastnosti objektu

Funkcie na zistenie, či sú body kolineárne, či sú objekty rovnobežné alebo kolmé. Možnosť zistiť či sú objekty rovnako vzdialené, prípadne či nejaký objekt leží na útvere.

Zistenie príslušnej hodnoty objektu

Funkcie pod týmto tlačidlom slúžia na zistenie dĺžky objektu ako napríklad úsečka, plochy objektu, smernice, súradnice bodu na osi a veľkosti uhla objektu.

Pridanie textov na plochu

Nachádzajú sa tu funkcie na textové označenie objektov, ktoré sú vytvorené na ploche programu. Napríklad sa dajú pomenovať body, označovať uhly, zadávať komentáre a číselné hodnoty.

Možnosti zobrazenia

Posledné tlačidlo s funkciami, ktoré umožňujú skryť pomocné objekty, nastavovať farbu kvôli prehľadnosti, nastavovať výplň farbou, hrúbku, bodkovanie a súradnice.

2.3 Porovnanie Cabri II a Cabri II Plus

Výkresy, ukladané ako obrázky s príponou FIG vytvorené v Cabri II je možné v Cabri II Plus otvoriť a ďalej s nimi pracovať. Opačný proces nie je možný, vzhľadom na niektoré nové nástroje, ktoré sa v novej verzii nachádzajú. Zmenil sa aj názov nástroja na zápis postupu konštrukcie, zatiaľ čo v Cabri II sa tento nástroj nazýva *História* vo verzii Cabri II Plus sa nástroj nazýva *Prehrať konštrukciu*. Okrem zmeny názvu pribudla nová možnosť krokovania postupu, ktorou je možné vypnúť a zapnúť detailné krokovanie makra. V staršej verzii táto možnosť nebola. V Cabri II bolo detailné krokovanie makier automatické, čo malo za následok, že konštrukcie s využitím makier sa zobrazovali príliš detailne a postup konštrukcie sa stával neprehľadný. V Cabri II nie je množina bodov danej vlastnosti rovnocenným objektom so štandardnými objektmi a preto ju niektoré nástroje nepovoľujú ako parameter. Toto sa v Cabri II Plus zmenilo a je možné mimo iného vytvoriť napríklad priesečník množiny bodov danej vlastnosti s iným objektom. Podobné je to pri používaní nástroja *Súradnice a rovnice*. Keď máme zobrazenú súradnicovú sústavu, v Cabri II nebolo možné zistiť rovnice vzniknutého objektu, aj keď tento mohol byť priamka, či kružnica. V Cabri II Plus je tento problém vyriešený a rovnice vzniknutej množiny sa dajú jednoducho zobraziť. Tento nástroj je nový v Cabri II Plus. Výraz vkladáme na plochu pomocou klávesnice a nástroja *Výraz*. Tento sa skladá z číselných konštánt, jednopísmenných premenných a operačných znamienok, podľa bežných pravidiel zapisovania. Ďalej máme dve možnosti ako s výrazom pracovať. Použijeme nástroj *Použi výraz* a môžeme vyčísliť hodnotu výrazu, keď za

jednotlivé premenné zvolíme čísla zadané nástrojom *Číselná hodnota*. Výsledok môžeme umiestniť na plochu a pri zmene hodnôt dosadených za premenné, ako aj pri editácii výrazu sa jeho výsledná hodnota automaticky prepočítava alebo pokiaľ pracujeme len s jednou premennou x je možné vykresliť graf a to kliknutím na výraz a následne na súradnicovú os x . V Cabri II Plus je možnosť využiť 41 farieb z palety. Významným rozšírením množstva farieb je možnosť voliť ich zloženie numericky pomocou troch čísel, kde tieto sú postupne červená, zelená a modrá zložka. Čísla, ktoré v tomto prípade dosadzujeme za jednotlivé zložky berieme z plochy. Toto dáva možnosť s farbami experimentovať. Dôležitou vlastnosťou je aj možnosť zvoliť si priehľadnosť či nepriehľadnosť výplne objektov. A následne určiť, ktorý útvar bude navrchu. V Cabri II Plus existuje okrem bežného nástroja *Skry/Ukáž* možnosť zobraziť len tú časť priamky, ktorá je použitá v konštrukcii a „koncové“ polpriamky skryť. Editor textu je tiež zmenený. Máme možnosť v textovom okienku kombinovať rôzne typy písma ako aj jeho farbu veľkosť a ostatné vlastnosti. V Cabri II Plus je možné pomenovať všetky objekty a môžeme pri popisoch používať aj horný a dolný index, čo je v geometrii veľmi výhodné.

2.4 Cabri 3D

Cabri 3D je program, ktorý umožňuje vytvárať geometrické objekty v trojrozmernom priestore, robiť stereometrické konštrukcie, merať geometrické veličiny a zobrazovať stereometrické situácie v niekoľkých typoch premietania. Program má interaktívne a dynamické vlastnosti podobné ako jeho planimetrický predchodca Cabri II. Využitie nájde ako podpora výuky stereometrie a deskriptívnej geometrie na stredných a vysokých školách. Program sa dá zdarma stiahnuť z webovej stránky www.cabri.com. Program zo začiatku funguje v plnom rozsahu a po 30 dňoch prejde do demonstračného režimu. Licenciu k neobmedzenému používaniu je možné kúpiť na www.akermann.cz, predáva sa aj krabicová CD verzia.

2.5 Prostredie Cabri 3D

Cabri 3D je orientovaná na konštrukčnú geometriu v priestore, čo dokumentujú tieto charakteristické prvky podľa 7. Vaníček, J.2005.Cabri 3D-cesta do ďalší dimenze? :

- priestorovosť nákrese /všetky body sa vytvárajú v priestore, pokiaľ nie sú vytvárané ako body ležiace na niektorom z už existujúcich objektov/
- priestorové konštrukčné prvky /kolmica ako priamka i rovina, kolmica v rovine, stredová súmernosť, osová, rovinová súmernosť, mnohosteny/
- rôzne typy zobrazení /stredové premietanie, rovnobežné premietanie, rôzne axonometrie/
- interaktívne plynulé nastavenie smeru pozorovania /možnosť plynulého otáčania konštrukcie a pozorovanie z ľubovoľného smeru pomocou pravého tlačítka z myši/

Cabri 3D má možnosti publikovať vytvorenú prácu. Priamo z aplikácie je možné exportovať www stránku s vloženým apletom. V porovnaní s Cabri II užívateľa zaskočí, že nie je možné v Cabri 3D animovať pohyb bodu po objekte, vytvoriť stopu ani množinu objektov danej vlastnosti. Len možnosť ručnej manipulácie výrazne obmedzuje možnosti dynamiky. V Cabri 3D jednoznačne chýba možnosť konštruovať dynamické geometrické konštrukcie. Možnosť plynulého otáčania hotovej konštrukcie nie je nástrojom dynamiky.

Cabri 3D je

- veľmi vhodný pre prezeranie hotových konštrukcií
- veľmi vhodný pre téning priestorovej predstavivosti
- menej vhodný pre vlastnú prácu študentov
- menej vhodný pre vlastnú tvorbu výukových materiálov

„Otec“ Cabri, profesor Laborde, povedal: Pohyb pridáva do dynamickej geometrie ďalšiu dimenziu. Cabri II /Cabri II plus/ priniesla túto dimenziu svojimi nástrojmi dynamiky. Cabri 3D prináša ďalší rozmer, tretí priestorový rozmer, pretože nákresňa je priestorová a konštrukčné prvky tiež. Na druhej strane v Cabri 3D z pohľadu predchádzajúceho citátu ubudol jeden rozmer, rozmer pohybu. Možno teda povedať, že Cabri 3D neprináša ďalšiu dimenziu, prináša inú dimenziu ako Cabri II. Cabri 3D je vítaný nástroj pre podporu priestorových konštrukcií a deskriptívnej geometrie pre vyspelejších užívateľov.

3 POUŽITIE CABRI V ROVINE

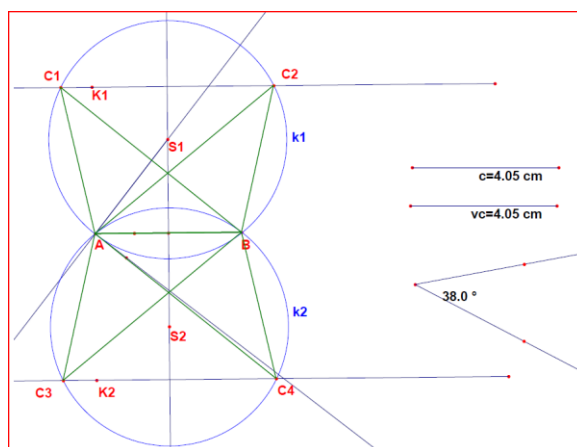
Program Cabri sme použili pri riešení úloh z týchto tematických celkov: konštrukcie trojuholníkov, množiny bodov danej vlastnosti, grafy funkcií, kuželosečky, zhodné zobrazenia a rovnoľahlosť. V tejto práci sa podrobnejšie venujeme tematickým celkom zhodné zobrazenia, rovnoľahlosť a kuželosečky. Ostatné tematické celky boli obsahom iných prác a uvádzame z nich len ukážky úloh. Hotové úlohy zostrojené v programe cabri sme používali len na niekoľko minútové vstupy prostredníctvom počítača a projektora. Tieto vstupy slúžili na určenie diskusie riešenia úlohy alebo na opakovanie konštrukcie riešenia úlohy.

3.1 Ukážkové úlohy

Konštrukcia trojuholníka

Zostrojte trojuholník ABC, ak sú dané: strana c , výška na stranu c , uhol γ

Riešenie:



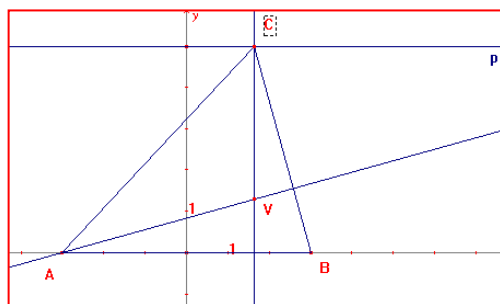
Obrázok 2 Trojuholník

Prameň: vlastný návrh

Poznámka: zmenou daných prvkov môžeme detailne vykonať diskusiu riešenia úlohy

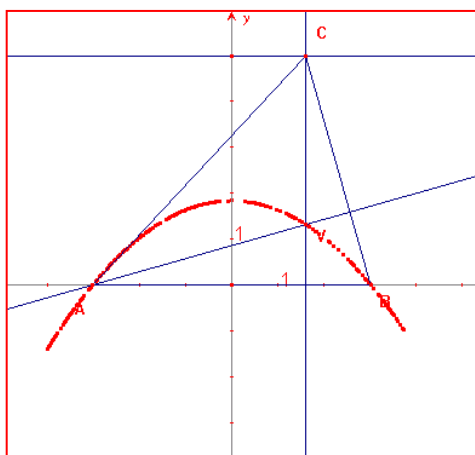
Množina bodov danej vlastnosti

V súradnicovej sústave je daný trojuholník ABC podľa obrázka. Bod V je priesečník výšok.



Určte množinu všetkých bodov V, ak bod C sa pohybuje po priamke p.

Riešenie:



Obrázok 3 Priesečník výšok

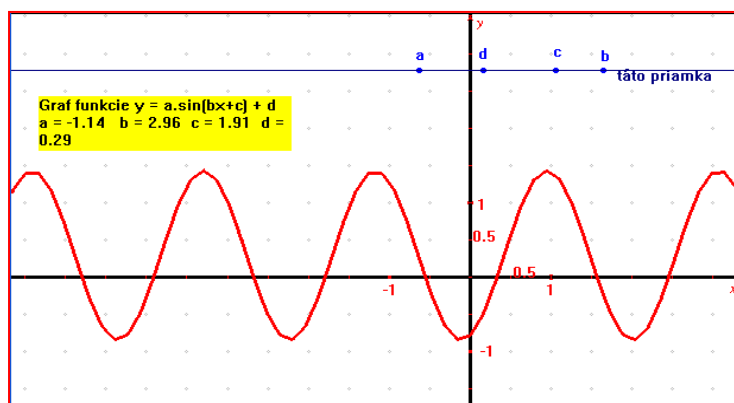
Prameň: vlastný návrh

Poznámka: úloha je vhodná pre záujmové krúžky z matematiky, dá sa riešiť metódami analytickej geometrie, je to názorná a efektná ukážka výhod grafického programu

Graf funkcie

Zostrojte graf funkcie $y = a \sin(bx + c)$, kde a, b, c sú reálne čísla.

Riešenie:



Obrázok 4 sinus

Prameň: vlastný návrh

Poznámka: úlohu je vhodné použiť na kontrolu správnosti riešenia

3.2 Zhodné zobrazenie

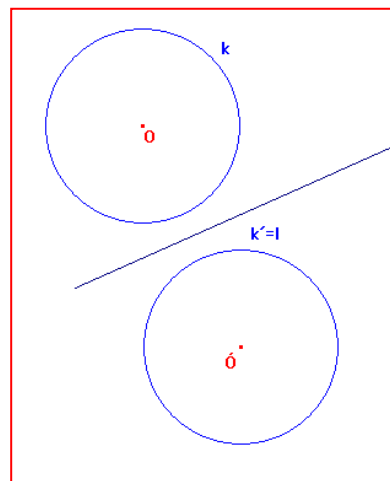
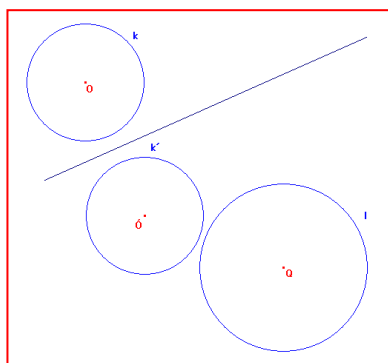
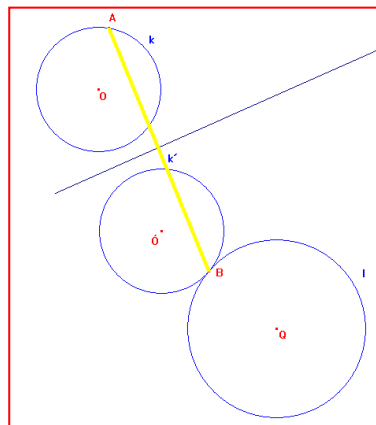
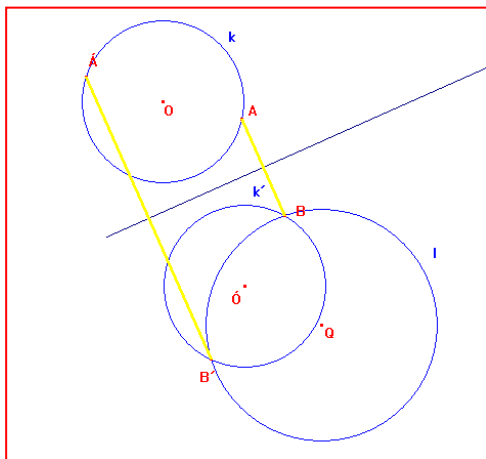
Zhodné zobrazenia sme preberali so žiakmi na klasických hodinách matematiky štandardným postupom v 3.ročníku gymnázia. Úlohy sme riešili pomocou rysovacích pomôcok. Hotové úlohy zostrojené v programe cabri sme používali len na niekoľko minútové vstupy prostredníctvom počítača a projektora. Tieto vstupy slúžili na určenie diskusie riešenia úlohy alebo na opakovanie konštrukcie riešenia úlohy.

Boli použité tieto úlohy:

Úloha 1.

Dané sú kružnice k, l a priamka p . Zostrojte všetky úsečky AB , pre ktoré platí: bod A je z kružnice k , bod B je z kružnice l , úsečka AB je kolmá na priamku p a stred úsečky AB leží na p . Zvoľte postupne kružnice k, l a priamku p tak, aby úloha mala dve, jedno, žiadne riešenie, nekonečne veľa riešení.

Riešenie:



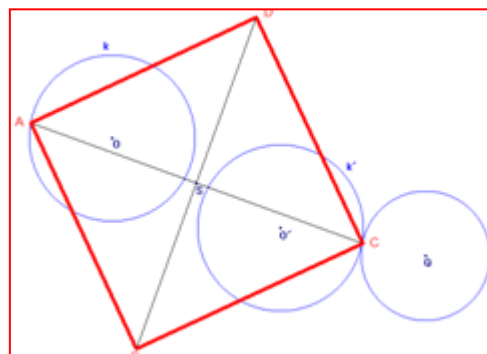
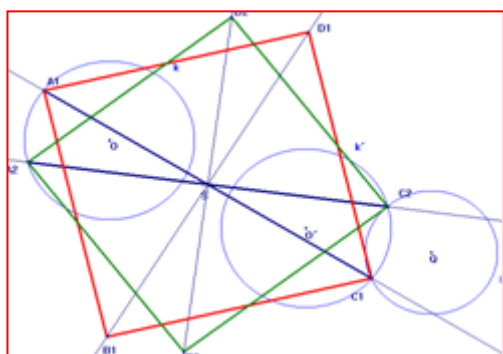
Obrázok 5 Osová súmernosť

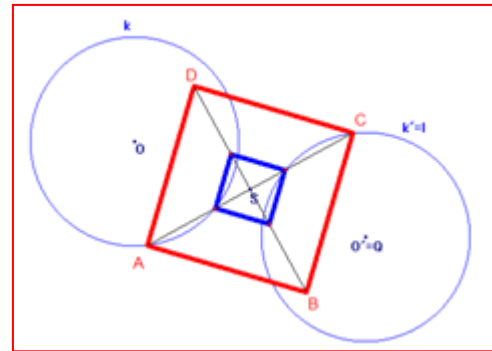
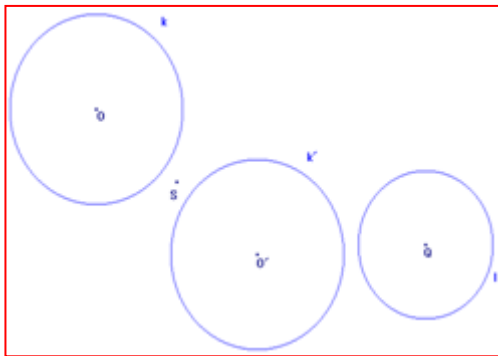
Prameň: vlastný návrh

Úloha 2.

Dané sú kružnice k, l a bod S . Zostrojte všetky štvorce $ABCD$, pre ktoré platí: bod A je z kružnice k , bod C je z kružnice l , bod S je stred štvorca. Zvoľte postupne kružnice k, l a bod S tak, aby úloha mala dve, jedno, žiadne riešenie, nekonečne veľa riešení.

Riešenie:



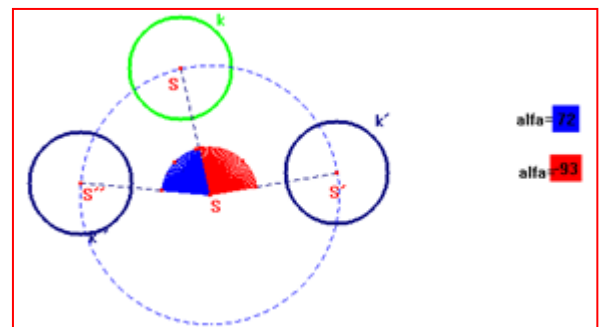
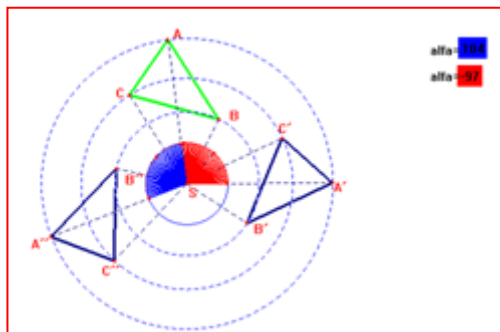
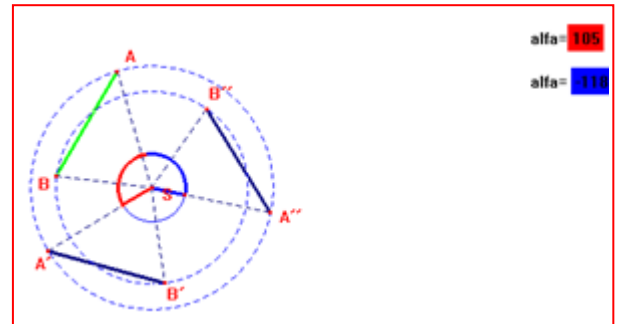
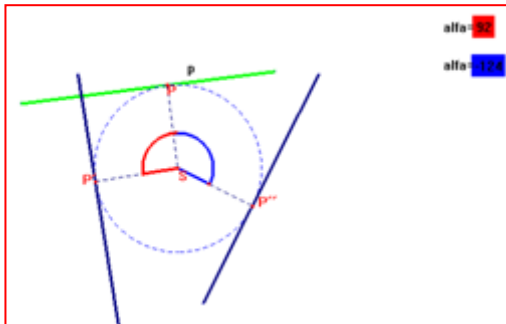


Obrázok 6 Stredová súmernosť

Prameň: vlastný návrh

Úloha 3.

Určte obraz priamky, úsečky, trojuholníka, kružnice v otáčaní.



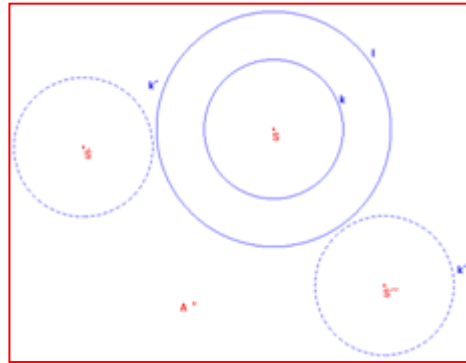
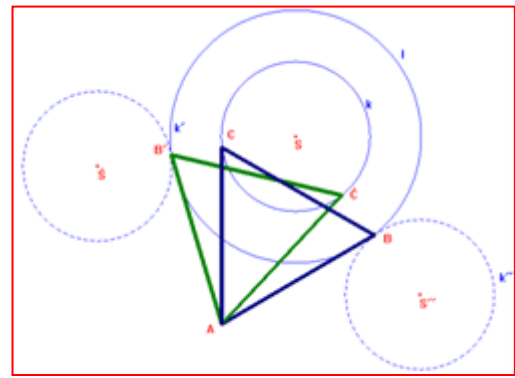
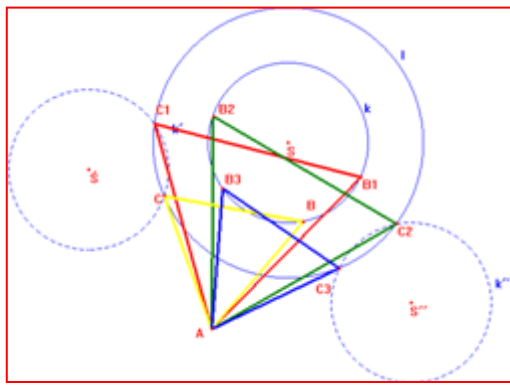
Obrázok 7 Otáčanie útvarov

Prameň: vlastný návrh

Úloha 4.

Dané sú sústredné kružnice k , l a bod A . Zostrojte všetky rovnostranné trojuholníky ABC , pre ktoré platí: bod B je z kružnice k , bod C je z kružnice l . Zvoľte postupne kružnice k , l a bod A tak, aby úloha mala štyri riešenia, dve riešenia, žiadne riešenie.

Riešenie:



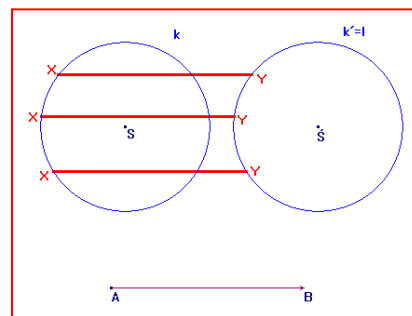
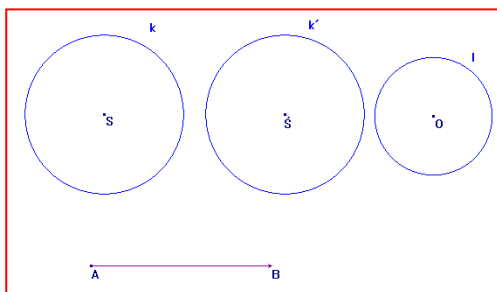
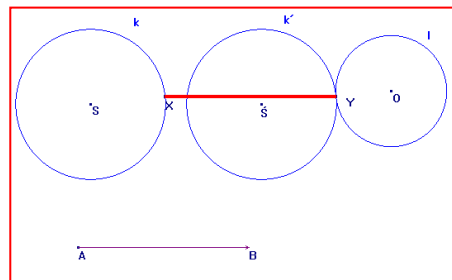
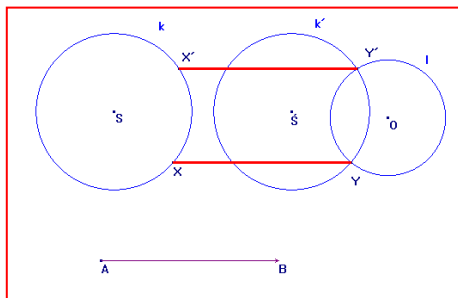
Obrázok 8 Otáčanie

Prameň: vlastný návrh

Úloha 5.

Dané sú kružnice k, l a úsečka AB . Zostrojte všetky úsečky XY , pre ktoré platí: bod X je z kružnice k , bod Y je z kružnice l , úsečka XY je rovnobežná s AB a veľkosť úsečky XY sa rovná veľkosti úsečky AB . Zvoľte postupne kružnice k, l a úsečku AB tak, aby úloha mala dve, jedno, žiadne riešenie, nekonečne veľa riešení.

Riešenie:



Obrázok 9 Posúvanie

Prameň: vlastný návrh

3.3 Rovnoľahlosť

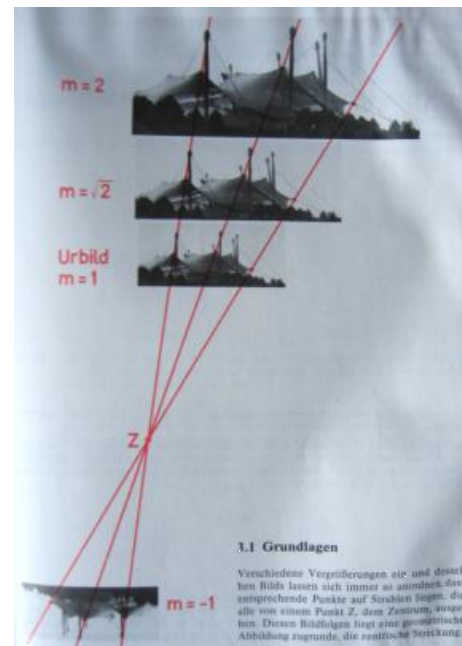
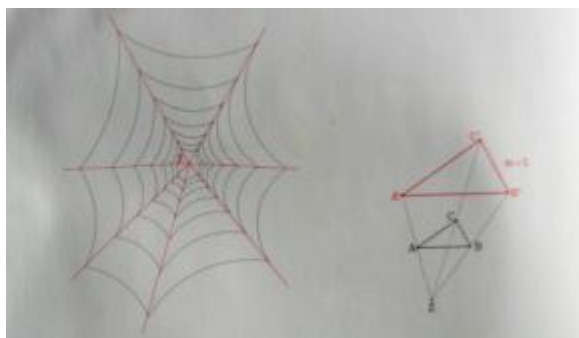
Tematický celok rovnoľahlosť preberáme na voliteľnom predmete cvičenia z matematiky. Tento voliteľný predmet navštevuje cca 10-15 žiakov, a preto je možné vyučovanie v počítačovej učebni. Na tomto predmete žiaci mohli samostatne pracovať na počítačoch. Zvolili sme nasledovný metodický postup:

1. Práca s programom Cabri -2 hodiny.

Žiaci sa oboznámili so základnými funkciami programu Cabri II plus.

2. Zavedenie pojmu rovnoľahlosť, konštrukcie základných úloh (obraz úsečky, trojuholníka, kružnice a ďalších) rysovacími pomôckami, použitie praktických ukážok podľa obrázku 7 Rovnoľahlosť -2 hodiny.

3. Obraz úsečky, trojuholníka /kružnice/ v rovnoľahlosti pomocou Cabri II plus-1 hodina.



Obrázok 10 Rovnoľahlosť

Prameň: internet

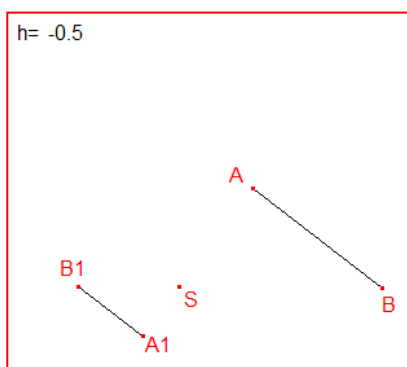
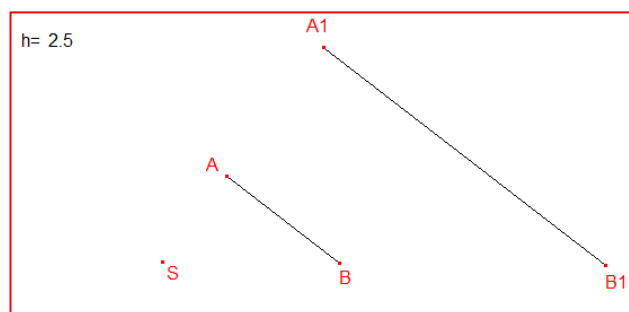
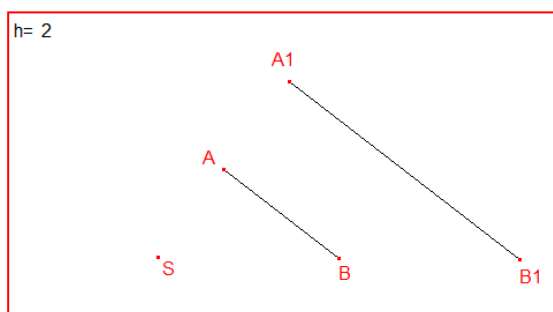
Využili sme dynamické vlastnosti programu Cabri II plus, zmenou koeficientu rovnoľahlosti sa menila veľkosť zobrazovaného útvaru.

Boli použité tieto úlohy:

Úloha 1.

Určte obraz úsečky AB v rovnoľahlosti so stredom S a s koeficientom h, voľte rôzne koeficienty h.

Riešenie:



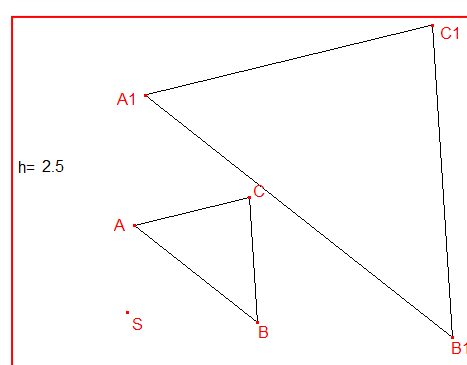
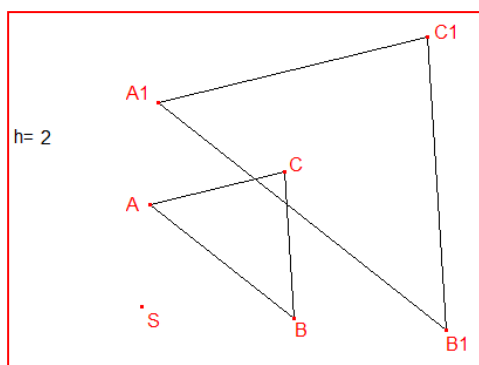
Obrázok 11 Rovnoľahlosť

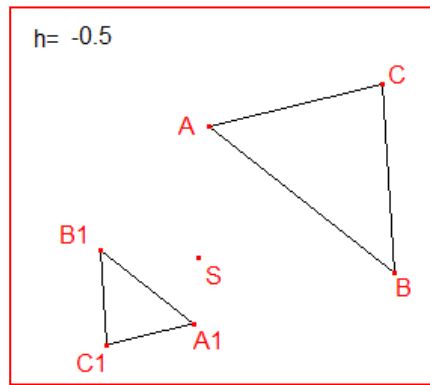
Prameň: vlastný návrh

Úloha 2.

Určte obraz trojuholníka ABC v rovnoľahlosti so stredom S a s koeficientom h, voľte rôzne koeficienty h.

Riešenie:





Obrázok 12 Rovnoľahlosť

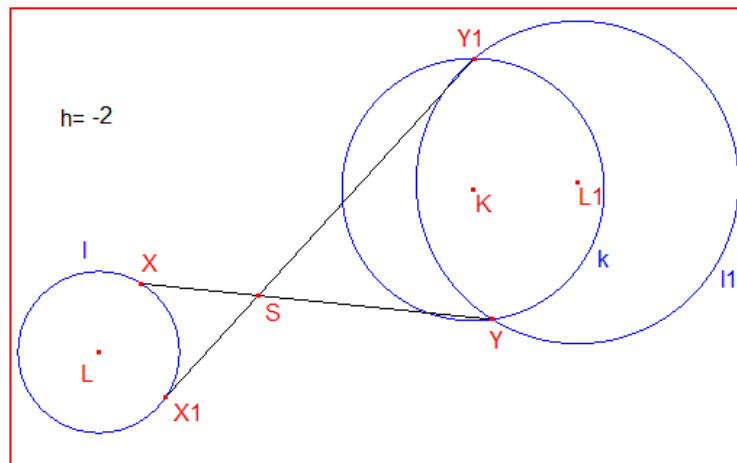
Prameň: vlastný návrh

Úloha 3

Dané sú kružnice k, l a bod S . Zostrojte všetky úsečky XY pre ktoré platí: bod X je z kružnice k , bod Y je z kružnice l a bod S delí úsečku XY v pomere $a/1:2$ $b/1:3$ $c/1:4$ $d/2:3$.

Riešenie:

V rovnoľahlosti so stredom S a koeficientom $h=-2$ hľadáme obraz kružnice l .



Obrázok 13 Rovnoľahlosť

Prameň: vlastný návrh

Zmenou koeficientu h na hodnoty $h=-3$, $h=-4$, $h=-3/2$ dostávame riešenie úlohy v prípade $b/c/d$. Správnosť konštrukcie môžeme preveriť pomocou tlačidla dĺžka úsečky.

3.4 ĎALŠIE ÚLOHY NA ZHODNÉ ZOBRAZENIE A ROVNOLEHLOSŤ

Vybrali sme úlohy z praxe, v ktorých môžeme využiť vlastnosti programu cabri-možnosť premiesňovať útvary, meniť ich veľkosť. Žiaci boli najskôr oboznámení s textom úlohy. Zadania boli pripravené v počítačoch. Samostatne pracovali na zadaniach podľa usmernení učiteľa, ktorý používal projektor a počítač. Žiaci 3.ročníka gymnázia vyriešili úlohy s minimálnou pomocou učiteľa. Riešenia úloh boli hodnotené známku výborný alebo chválitebný. Všetci žiaci z tejto skupiny mali záujem o maturitnú skúšku z matematiky. Každá skupina žiakov si však vyžaduje osobitný prístup, učiteľ sa prispôbuje daným podmienkam. Čas na riešenie bol cca 2 hodiny.

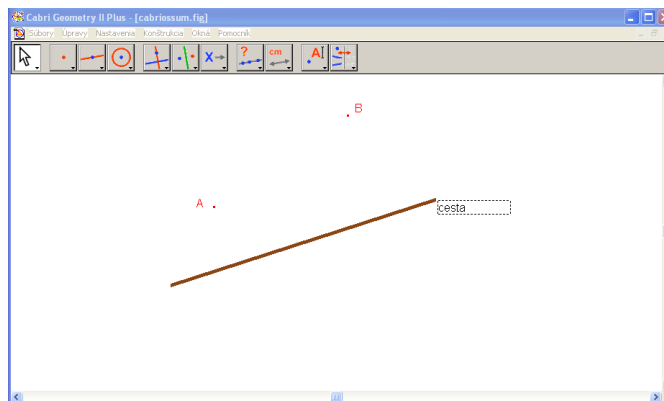
Úloha 1

Vedieť nájsť na danej priamke stanovište tak, aby súčet vzdialeností tohto stanovišťa od dvoch zvolených pozícií bola najmenšia.

Úloha 1a

Orientačný bežec má prejsť z miesta A do miesta B a vyhľadať stanovište C, ktoré má byť umiestnené na poľnej ceste. Kde majú umiestniť organizátori stanovište C, aby orientačný bežec absolvoval čo najmenej kilometrov?

Zadanie:

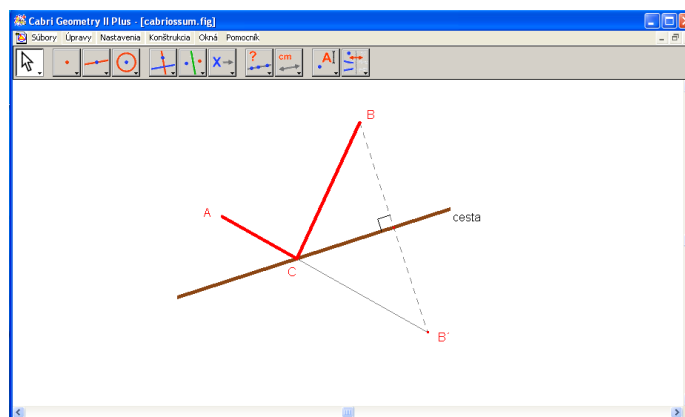


Obrázok 14 Zadanie

Prameň: vlastný návrh

Riešenie:

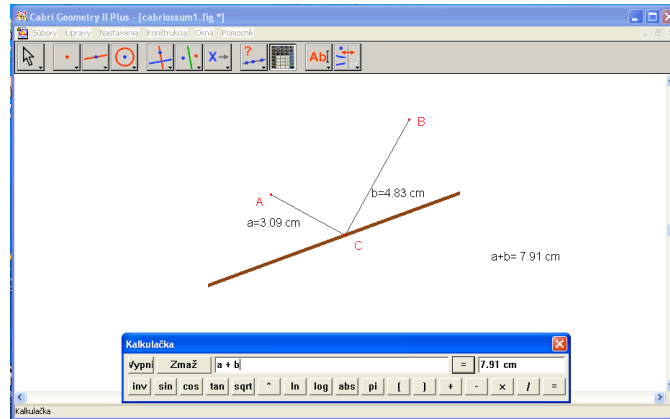
Pomocou osovej súmernosti:



Obrázok 15 Riešenie

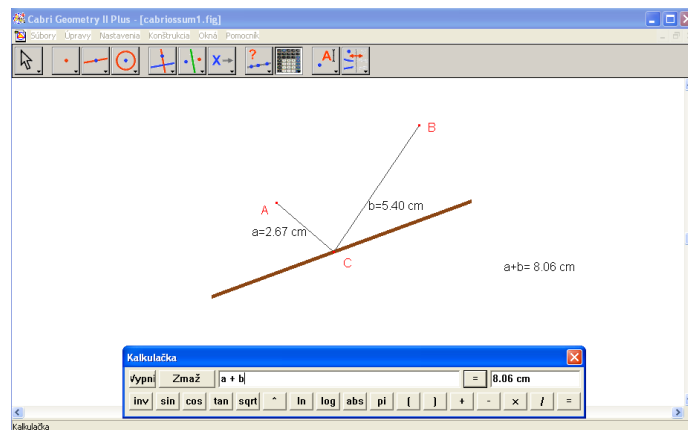
Prameň: vlastný návrh

Pomocou kalkulačky:



Obrázok 16 Riešenie

Prameň: vlastný návrh



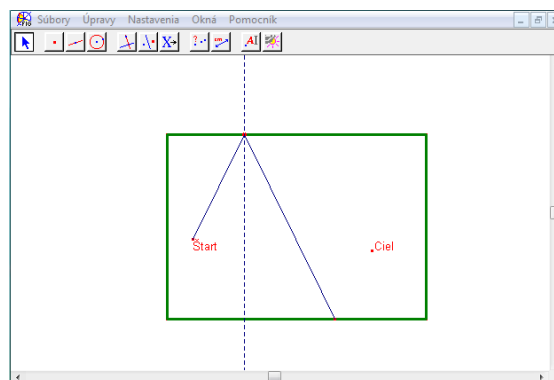
Obrázok 17 Riešenie

Prameň: vlastný návrh

Úloha 1b

Nájdite na hrane biliardového stola miesto, v ktorom guľa z miesta štartu sa dostane po odraze od hrany stola do miesta cieľa.

Zadanie:

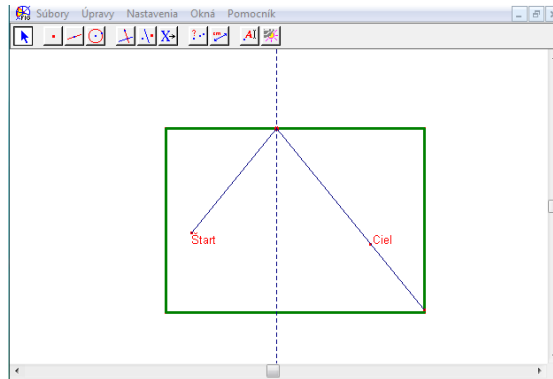


Obrázok 18 Zadanie

Prameň: vlastný návrh

Riešenie:

Premiestňujeme bod na hrane biliardového stola tak, aby nastala situácia na obrázku 19



Obrázok 19 Riešenie

Prameň: vlastný návrh

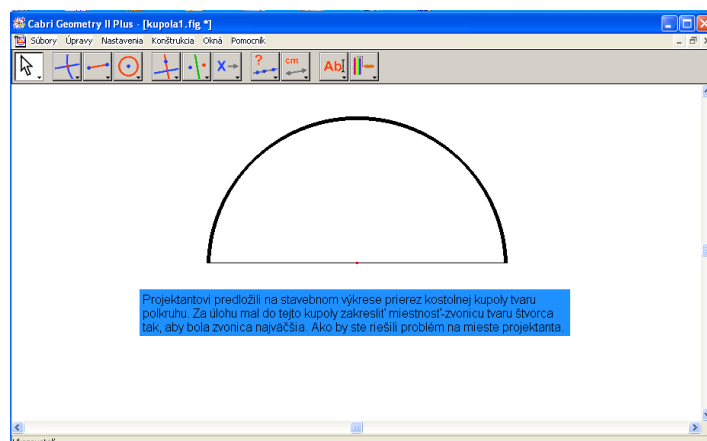
Miesto štartu a cieľa môžeme premiestňovať.

Úloha 2: vpísať do kruhového výseku čo najväčší hľadaný útvar – štvorec, kruh.

Úloha 2a

Projektantovi predložili na stavebnom výkrese prierez kupoly tvaru polkruhu. Za úlohu mal do tejto kupoly zakresliť miestnosť tvaru štvorca tak, aby miestnosť bola čo najväčšia. Ako by ste riešili problém na mieste projektanta?

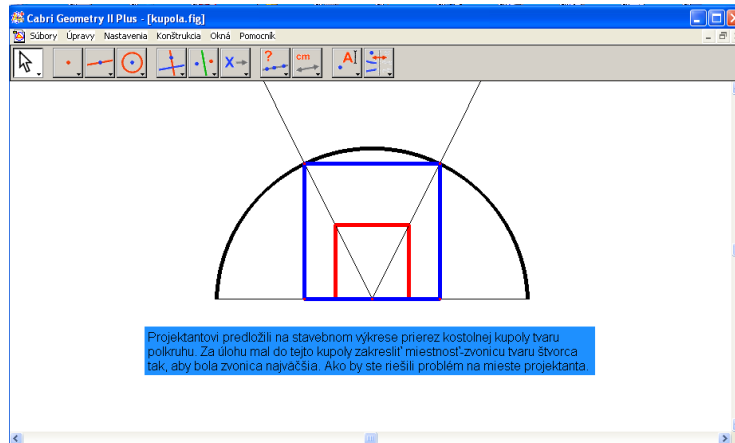
Zadanie:



Obrázok 20 Zadanie

Prameň: vlastný návrh

Riešenie:



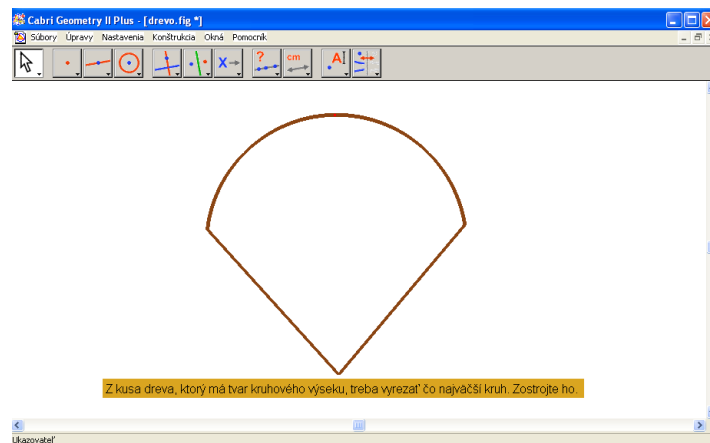
Obrázok 21 Riešenie

Prameň: vlastný návrh

Úloha 2b

Z kusa dreva, ktorý má tvar kruhového výseku, treba vyrezať čo najväčší kruh. Zostrojte ho.

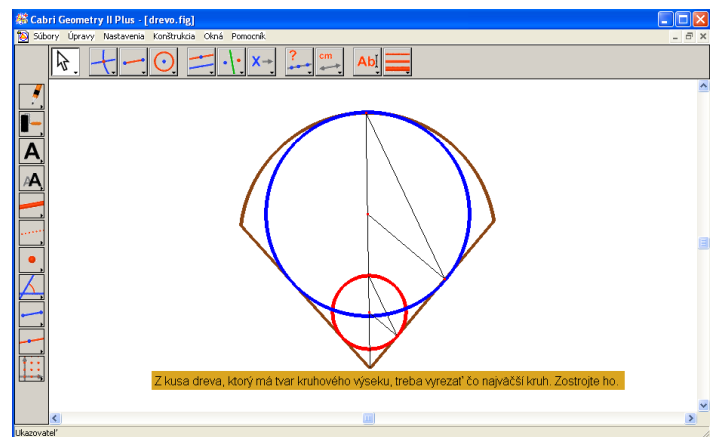
Zadanie:



Obrázok 22 Zadanie

Prameň: vlastný návrh

Riešenie:



Obrázok 23 Riešenie

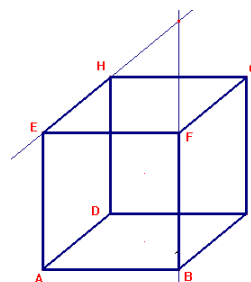
Prameň :vlastný návrh

Záver:

Žiaci pracovali bez väčších problémov. Zo začiatku riešenia úloh ešte trocha pretrvávali problémy so zručnosťou narábania v Cabri. Žiaci potrebovali určitý čas, aby sa v prostredí Cabri zorientovali. Postupne sa tieto problémy vytrácali. Pri riešení úloh žiaci veľmi pozitívne uvítali možnosť dynamických konštrukcií v Cabri. V porovnaní s klasickým vyučovaním geometrie, Cabri ponúka žiakom širšie možnosti, šetrí čas, odstraňuje technické problémy s presnosťou, žiaci však v drvivej väčšine nepovažujú estetickú stránku riešenia za dôležitú. V tejto práci sme vybrali žiacke riešenia, ktoré učiteľ ešte upravil.

4 POUŽITIE CABRI V PRIESTORE

Pri vyučovaní stereometrie sa objavujú problémy s priestorovou predstavivosťou. Prvé náznaky toho, že žiaci budú mať problém, je určovanie vzájomnej polohy priamok v priestore, najmä v tom prípade, keď priamky sú mimobežné a vo voľnom rovnobežnom premietaní sa nám zdanlivo pretínajú. Napríklad takto:



Na dosiahnutie čo najlepších výsledkov pri vyučovaní stereometrie volíme tento postup preberania učiva podľa tohto tematicko-časového plánu:

Názov tematického celku: Stereometria

Počet hodín: 43

Obsah	P. h.	M. T.	Výstup/ciele/
Rovnobežné premietanie Priestorová predstavivosť	2 3		<ul style="list-style-type: none"> zobraziť jednoduché telesá vo voľnom rovnobežnom premietaní charakterizovať základné mnohosteny(kocka, kváder, hranol, ihlan, zrezaný ihlan)
Základné vzťahy medzi bodmi, priamkami a rovinami	1		<ul style="list-style-type: none"> zhotoviť siete a modely kocky, kvádra,
Vzájomná poloha priamok	1		<ul style="list-style-type: none"> určovať vzájomnú polohu, zisťovať a odôvodňovať rovnobežnosť, kolmosť priamky na rovinu, kolmosť priamok
Vzájomná poloha priamky a roviny	1		<ul style="list-style-type: none"> určovať a konštruovať prienik priamky a roviny, priesečnicu dvoch rovín
Vzájomná poloha dvoch rovín, priesečnica	2		
Vzájomná poloha troch rovín	1		
Rezy telies	5		<ul style="list-style-type: none"> zobraziť rez telesa rovinou zostrojiť skutočnú veľkosť rezu
Uhol priamok	3		<ul style="list-style-type: none"> zobraziť prienik priamky a telesa
Uhol priamky a roviny, priesečník priamky s rovinou	3		<ul style="list-style-type: none"> počítať vzdialenosť dvoch bodov a vzdialenosť bodu od roviny
Priamka kolmá na rovinu	3		<ul style="list-style-type: none"> určiť odchýlku dvoch priamok, priamky a roviny, rovín, výpočtom aj konštrukčne
Uhol rovín	3		<ul style="list-style-type: none"> počítať objemy a povrchy telies, zložitejšie telesá vedieť vhodne rezať, dopĺňať
Kolmosť rovín	3		
Vzdialenosť bodu od priamky a roviny	2		
Vzdialenosť rovín a priamok	2		
Objemy a povrchy hranatých, oblých telies	5		
Opakovanie	3		

Pri preberaní stereometrie používame v dost' veľkej miere štandardné modely telies, ale výraznou pomôckou najmä pre zdokonaľovanie sa v priestorovej predstavivosti sú hotové konštrukcie v Cabri , ktoré používame na krátke vstupy počas vyučovania. Záznamy riešení všetkých príkladov robíme štandardným postupom-rysujeme pomocou rysovacích pomôcok a riešenia prehľadne zaznamenávame do zošitov.

V nasledujúcom texte sa budeme venovať len niektorým témam . V každej téme sú príklady zoradené v takej postupnosti, ako ich preberáme, najskôr jednoduchšie, potom náročnejšie. Priestorové obrázky zostrojené v Cabri v prípade záujmu môžeme poskytnúť na adrese h.repko@gmail.com.

Na učivo stereometrie bezprostredne nadväzuje predmet deskriptívna geometria ako voliteľný predmet. Tento predmet sa na našej škole vyučuje niekoľko rokov a pravidelne žiaci z tohto predmetu aj maturujú.

V SOČ žiaci 3.ročníka vypracovávajú práce zo stereometrie so striedavými úspechmi. V školskom roku 2003/2004 všal skončili na 2.mieste v celoslovenskom kole.

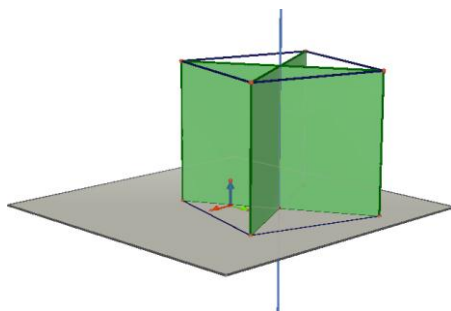
4.1 Priesečnica rovín

Pri preberaní tejto témy volíme nasledovnú postupnosť príkladov. Všetky príklady sme riešili štandardným postupom-rysovaním. Priestorové konštrukcie sme použili na krátky výklad pred rysovaním alebo kontrolu vlastných postupov riešenia.

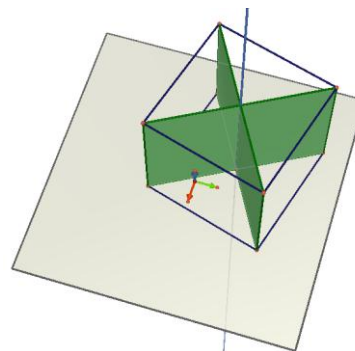
Úloha 1

Zostrojte priesečnicu uhlopriečných rovín v kocke.

Pomôcka: priestorová konštrukcia zostrojená v Cabri 3D. Na daných obrázkoch (aj v ďalšom) sú znázornené dve pozície priestorovej konštrukcie.



Obrázok 24 Priesečnica rovín

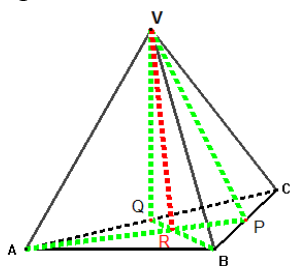


Prameň: vlastný návrh

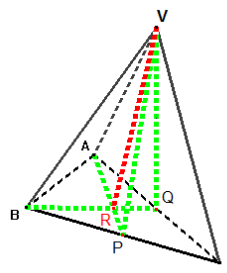
Úloha 2

Zostrojte priesečnicu roviny APV s rovinou BQV v štvorstene ABCV/ P je stred BC, Q je stred AC/.

Pomôcka: priestorová konštrukcia



Obrázok 25 Priesečnica rovín

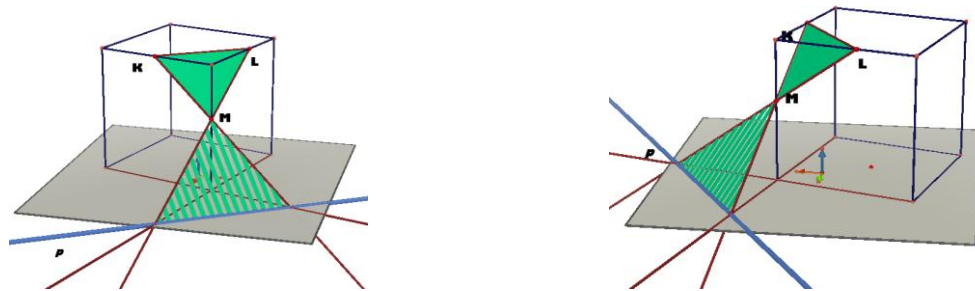


Prameň: vlastný návrh

Úloha 3

Zostrojte priesečnicu roviny KLM s rovinou podstavy v kocke.

Pomôcka: priestorová konštrukcia zostrojená v Cabri 3D.



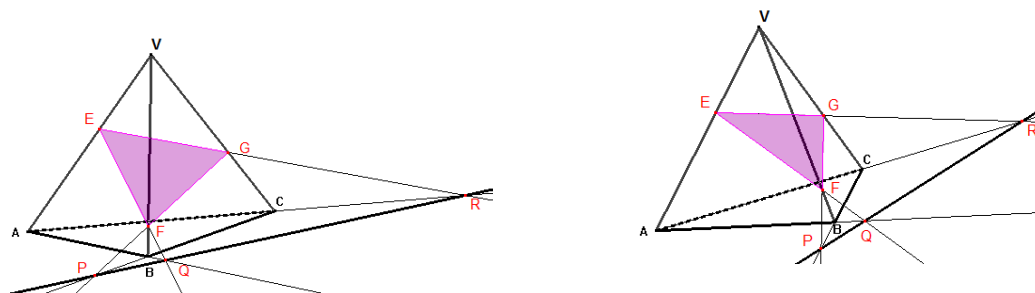
Obrázok 26 Priesečnica rovín

Prameň: vlastný návrh

Úloha 4

Zostrojte priesečnicu roviny ABC s rovinou EFG v štvorstene ABCV /E,F,G sú vnútorné body hrán AV,BV,CV/.

Pomôcka: priestorová konštrukcia



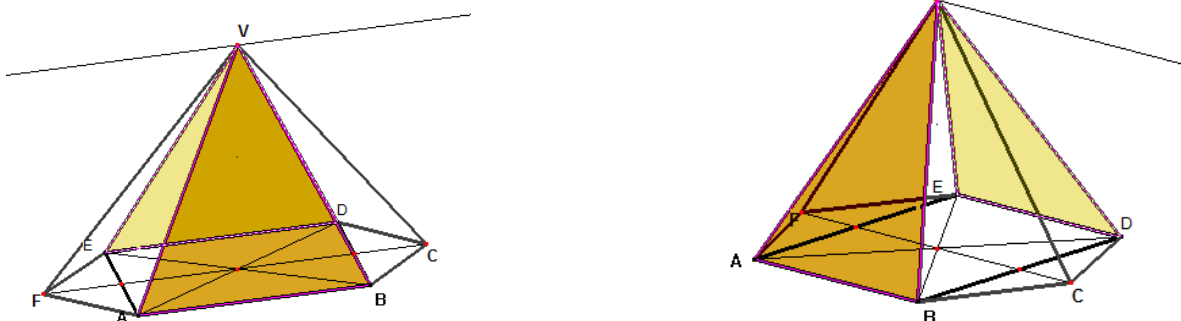
Obrázok 27 Priesečnica rovín

Prameň: vlastný návrh

Úloha 5

Zostrojte priesečnicu roviny ABV s rovinou DEV v pravidelnom šesťboku ihlane ABCDEFV.

Pomôcka: priestorová konštrukcia



Obrázok 28 Priesečnica rovín

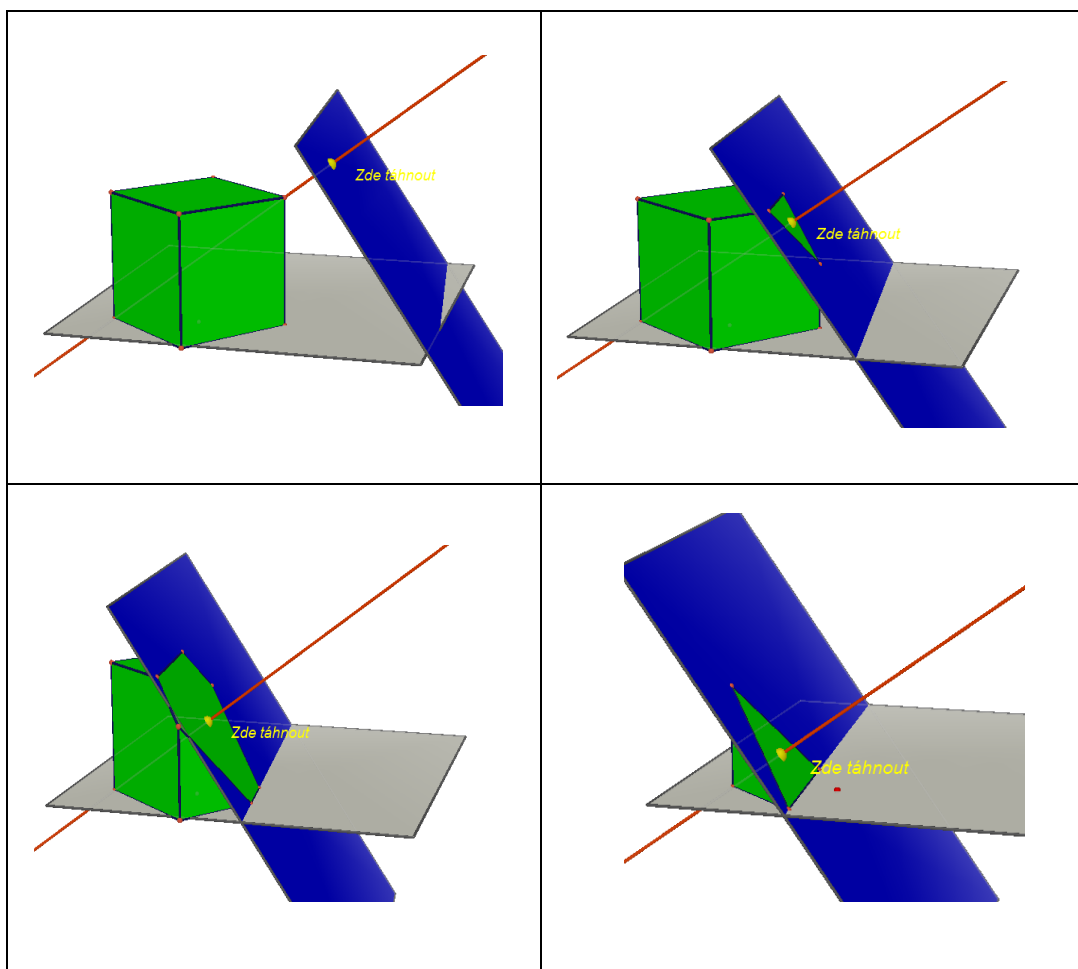
Prameň: vlastný návrh

4.2 Rezy telies

Zostrojíť rez telesa rovinou znamená zostrojíť priesečnicu roviny s každou stenou telesa. Jednoducho je možné konštrukciu rezu telesa rovinou znázorniť pomocou hotových 3D konštrukcií, ktoré sú dostupné na 2. Nasledujúce obrázky v motivačných úlohách 1 a 2 znázorňujú 4 pozície rezovej roviny.

Motivačná úloha 1

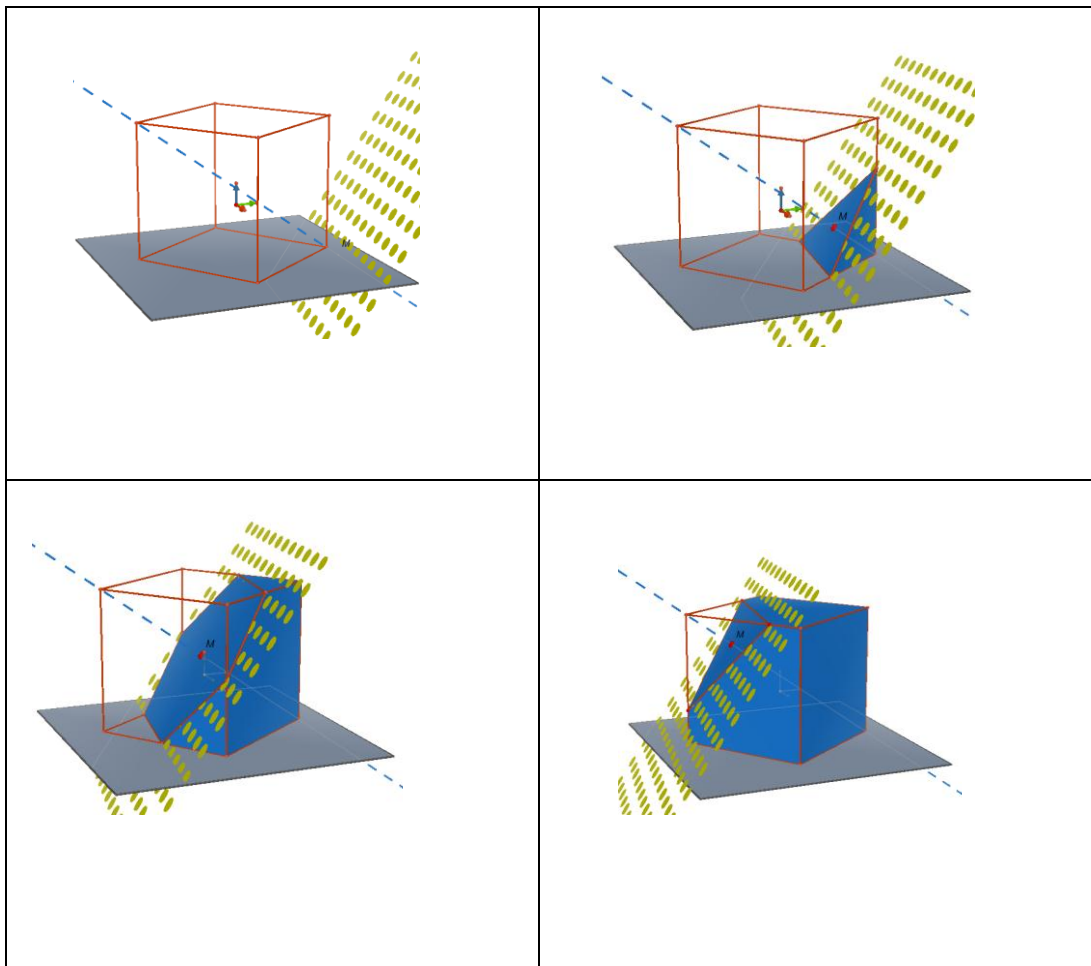
Tabuľka 1: Rez telesa



Prameň: 2.

Motivačná úloha 2

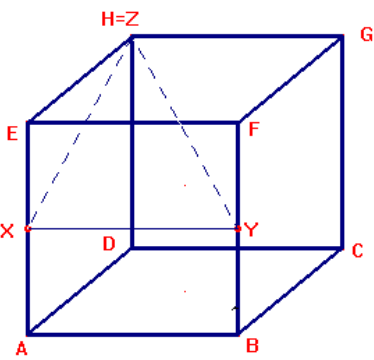
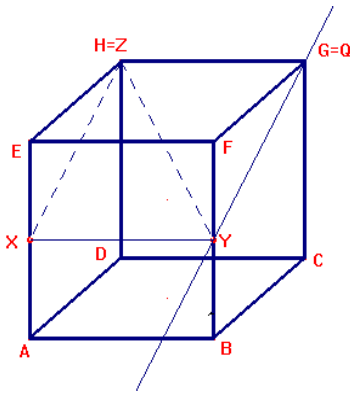
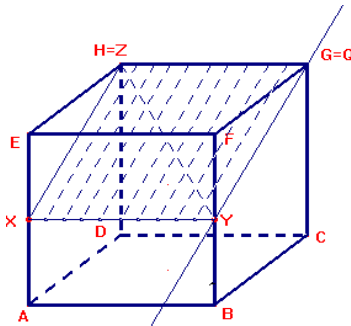
Tabuľka 2 : Rez telesa



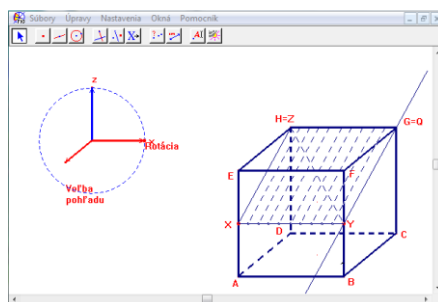
Prameň:2.

Pri preberaní tejto témy volíme nasledujúcu postupnosť príkladov. Riešenia úloh v tabuľkách môžeme použiť ako vzorové riešenia, riešenia v cabri na precvičovanie priestorovej predstavivosti, konštrukciu je možné prehrať, polohu kocky môžeme meniť. Pri premietaní cez projektor na plastovú tabuľku je možné do obrázkov dopĺňať údaje podľa potreby fixkou. Učiteľ môže dopĺňať do daného súboru úloh ďalšie úlohy podľa toho, ako sú schopní žiaci danú problematiku si osvojiť.

Úloha 1

<p>Zostrojte rez kocky ABCDEFGH rovinou XYZ.</p> 	<p>1. Bodom Y zostrojíme priamku rovnobežnú s XH.</p> 
<p>2. Rezom je štvoruholník XYQZ.</p> 	

Riešenie v Cabri:

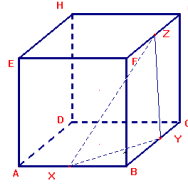


Obrázok 29 Riešenie v Cabri

Prameň: vlastný návrh

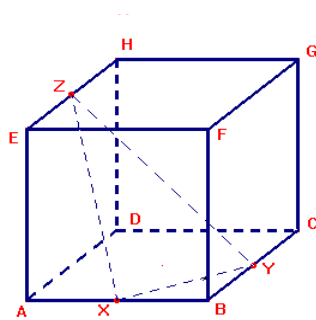
Úloha 2

Zostrojte rez kocky rovinou XYZ.

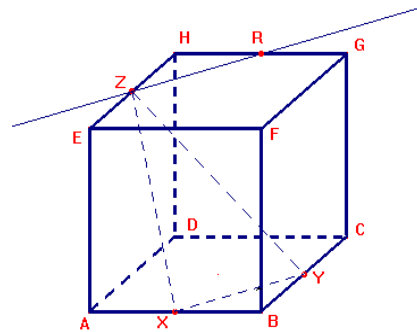


Úloha 3

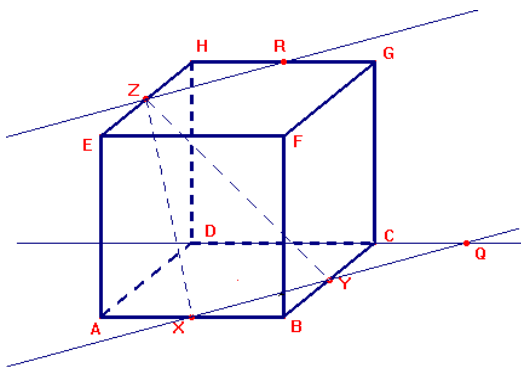
Zostrojte rez kocky ABCDEFGH rovinou XYZ.



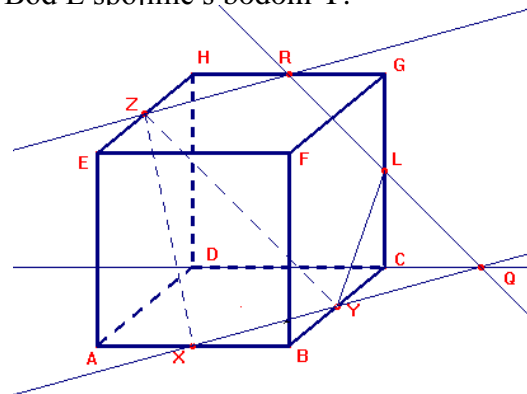
1. Bodom Z zostrojíme priamku rovnobežnú s XY a nájdeme jej priesečník s HG, bod R.



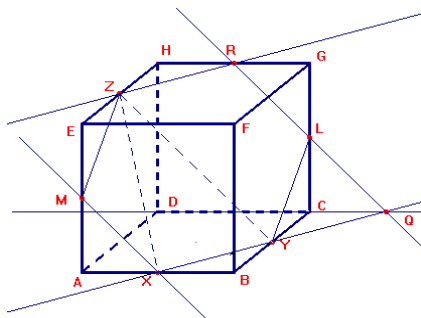
2. Zostrojíme priesečník priamky XY s priamkou DC, bod Q.



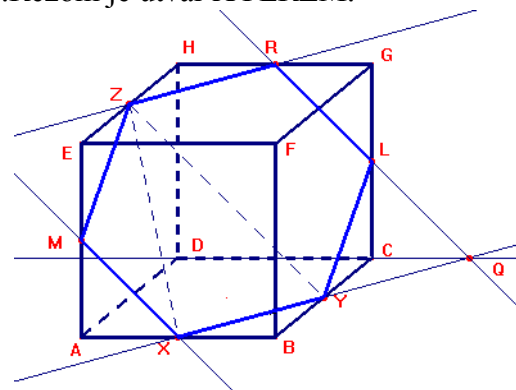
3. Zostrojíme priesečník RQ a CG, bod L. Bod L spojíme s bodom Y.



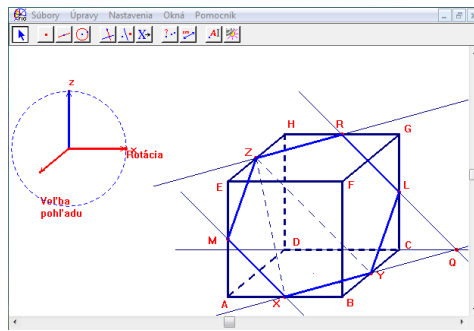
4. Bodom X zostrojíme rovnobežku s RL. Jej priesečník s AE je bod M. Bod M spojíme s bodom Z.



5. Rezom je útvar XYLRZM.



Riešenie v Cabri:

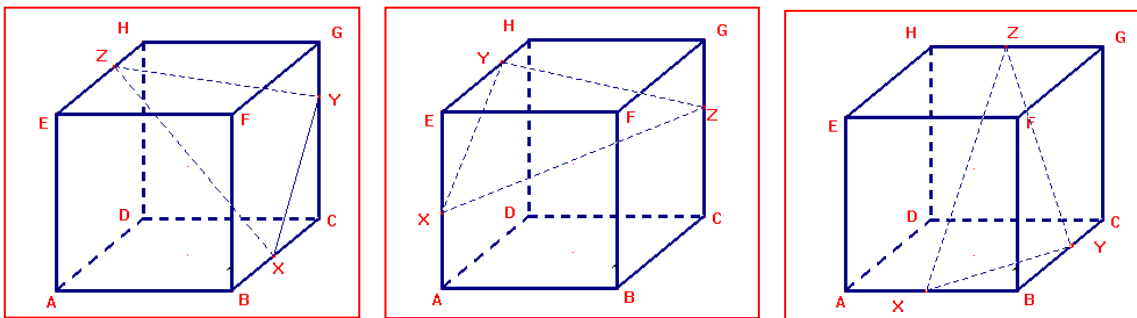


Obrázok 30 Riešenie v Cabri

Prameň: vlastný návrh

Úloha 4

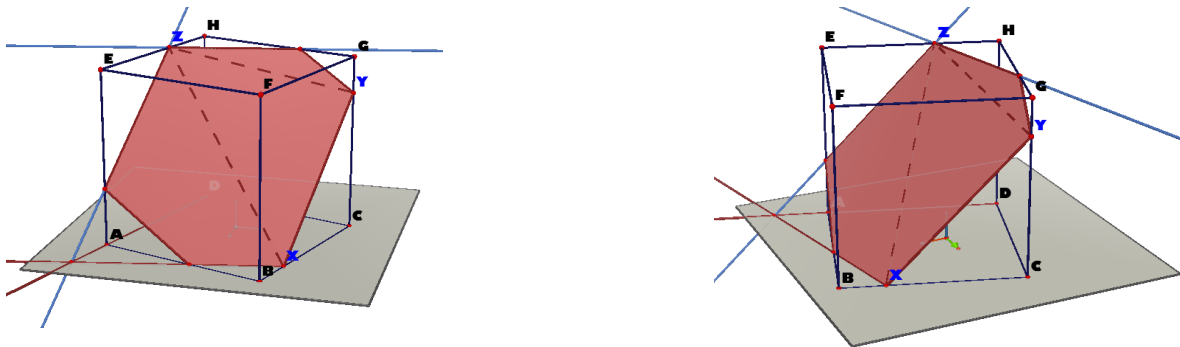
Zostrojte rezy kocky rovinou XYZ



Obrázok 31 Zadanie

Prameň: vlastný návrh

Pomôcka: priestorová konštrukcia zo zadania podľa obrázku 29. Priestorová konštrukcia je znázornená v dvoch pozíciách a je zostrojená v programe Cabri 3D.

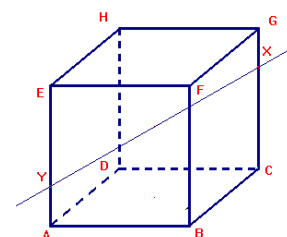


Obrázok 32 Riešenie

Prameň: vlastný návrh

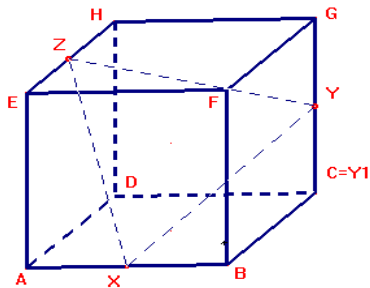
Úloha 5

Zostrojte priesečník priamky XY s rovinou dolnej podstavy kocky.

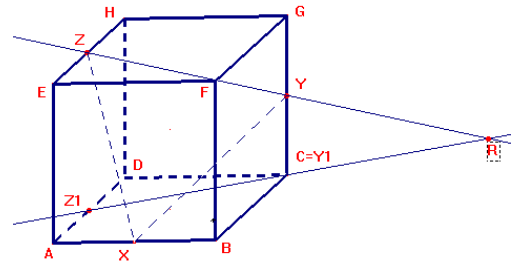


Úloha 6

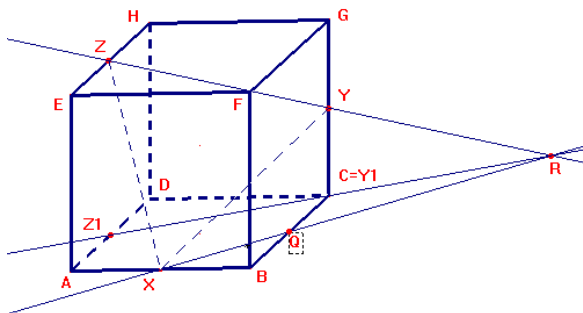
Zostrojte rez kocky ABCDEFGH rovinou XYZ, kde X je stred AB, Y je stred CG a Z je stred EH.



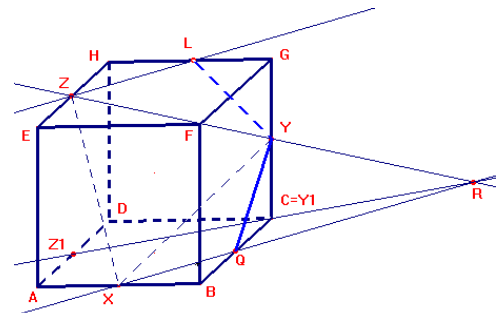
1. Zostrojíme priesečník priamky ZY s rovinou ABC. Y_1 a Z_1 sú pravouhlé priemety bodu Y a Z do roviny ABC, spoločný bod ZY a Z_1Y_1 bod R je hľadaný priesečník.



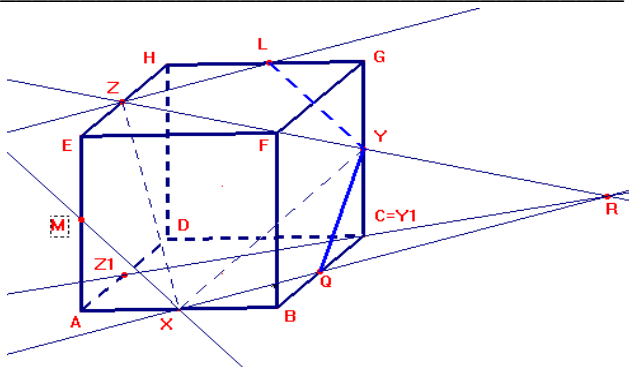
2. Spojíme bod X s bodom R. Bod Q je priesečník XR a BC. Rovina XYZ pretína podstavu ABCD v úsečke XQ.



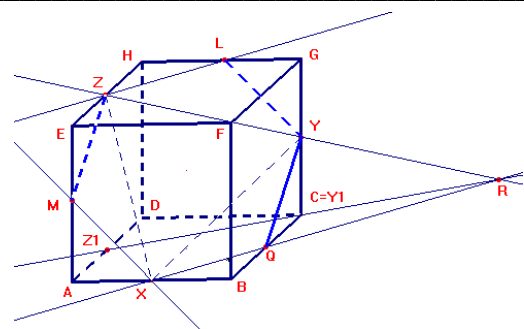
3. Bodom Z zostrojíme rovnobežku s XQ a jej priesečník s HG označíme L. Vyznačíme priesečnice QY a LY.



4. Bodom X zostrojíme rovnobežku s LY a jej priesečník s AE označíme M.

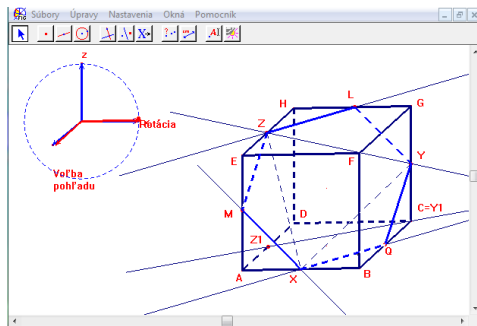


5. Spojíme bod M s bodom Z a vyznačíme rez XQYLZM kocky ABCDEFGH rovinou XYZ.



Úloha 7

Riešenie v Cabri:

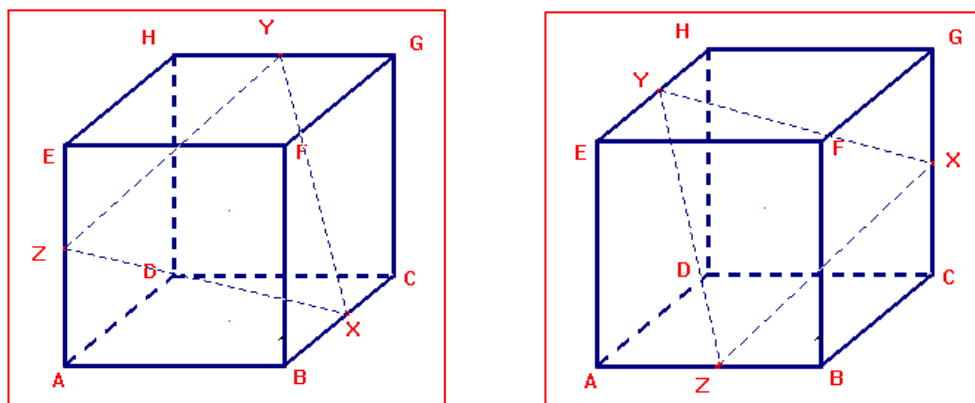


Obrázok 33 Riešenie v Cabri

Prameň: vlastný návrh

Úloha 8

Zostrojte rez kocky rovinou XYZ.



Obrázok 34 Zadanie

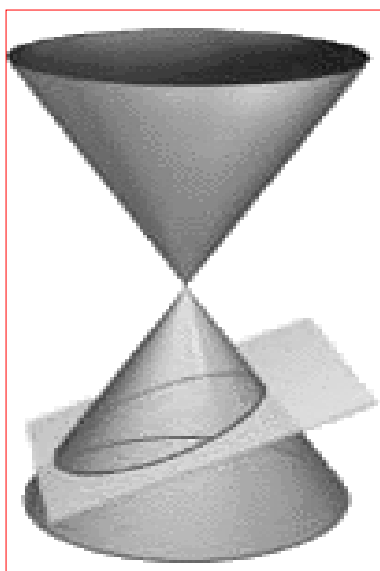
Prameň: vlastný návrh

5 POUŽITIE CABRI V DESKRIPTÍVNEJ GEOMETRII

5.1 Kuželosečky

Program Cabri sme použili napr. pri preberaní tematického celku kuželosečky. Zvolili sme nasledovný postup:

Kuželosečky sú krivky, ktoré vznikajú prienikom kužela s rovinou. Ak rovina zvierá s rovinou podstavy uhol menší, ako je uhol povrchových priamok kužela s rovinou podstavy, potom prienikom je elipsa. Priestorový obrázok, ktorý nám znázorňuje uvedenú situáciu je nasledovný:

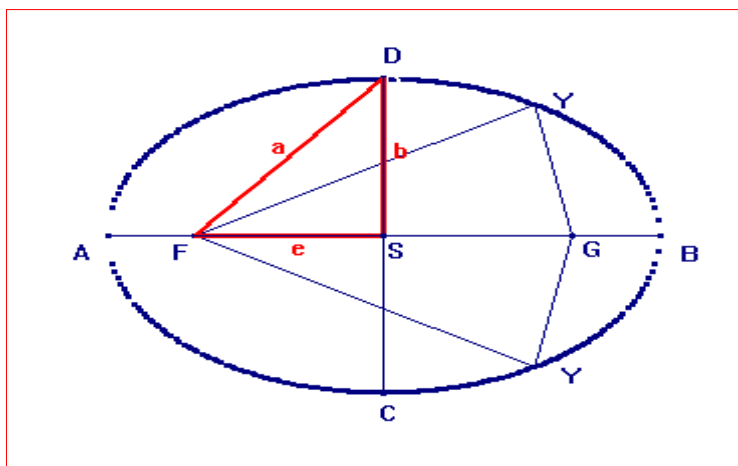


Obrázok 35 elipsa

Prameň: 6.

Elipsa je množina všetkých bodov v rovine, ktoré majú od dvoch rôznych bodov rovnaký súčet vzdialeností. Výklad tejto definície môžeme spraviť pomocou konštrukcie v programe Cabri, keď pomocou tlačidla stopu zapni pohybom bodu Y dostávame elipsu.

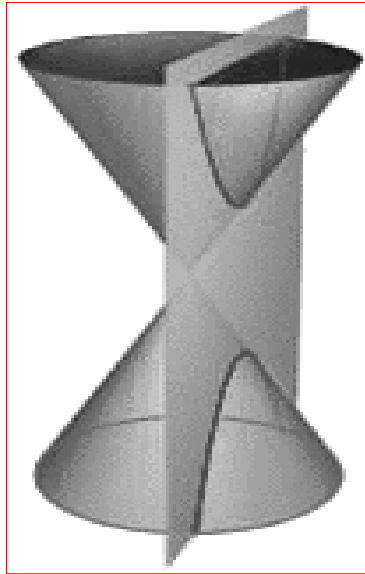
Konštrukcia v Cabri :



Obrázok 36 elipsa

Prameň: vlastný návrh

Ak rovina zviera s rovinou podstavy uhol väčší, ako je uhol povrchových priamok kužela s rovinou podstavy, potom prienikom je hyperbola. Priestorový obrázok, ktorý nám znázorňuje uvedenú situáciu je nasledovný:

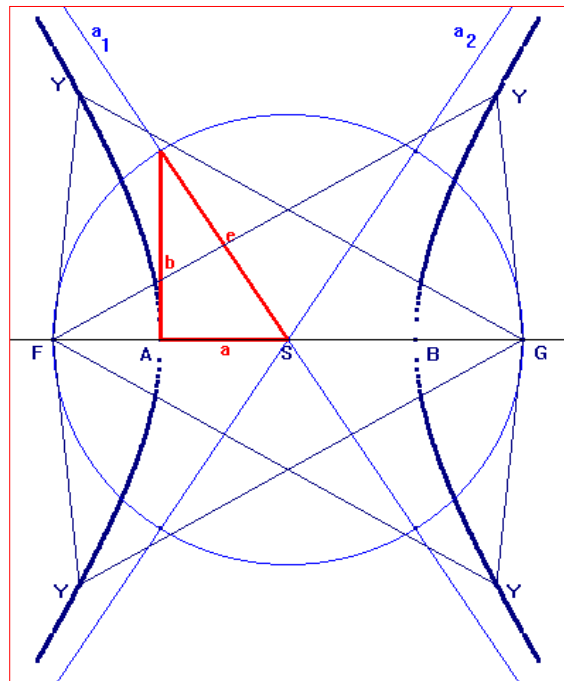


Obrázok 37 hyperbola

Prameň: 6.

Hyperbola je množina všetkých bodov v rovine, ktoré majú od dvoch rôznych bodov rovnaký rozdiel vzdialeností. Výklad tejto definície môžeme spraviť pomocou konštrukcie v programe Cabri, keď pomocou tlačidla stopu zapni pohybom bodu Y dostávame hyperbolu.

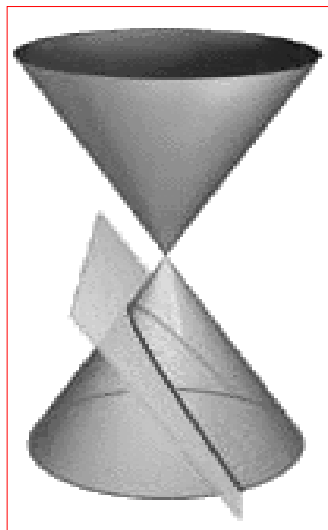
Konštrukcia v Cabri:



Obrázok 38 hyperbola

Prameň: vlastný návrh

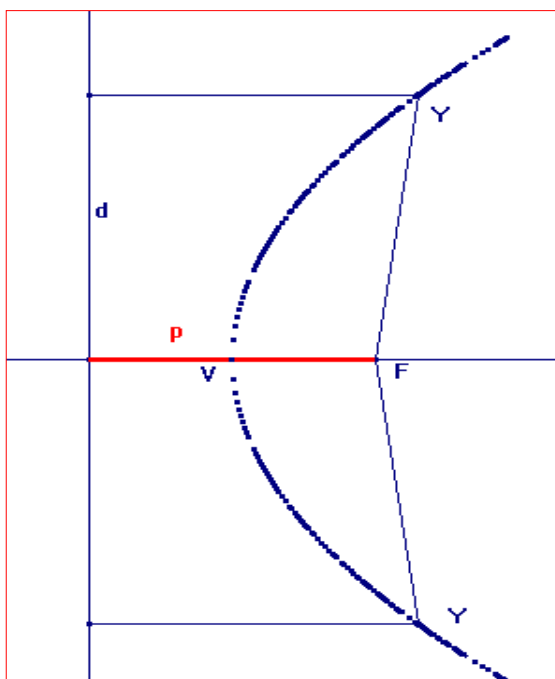
Ak rovina zvierá s rovinou podstavy ten istý uhol, ako je uhol povrchových priamok kužela s rovinou podstavy, potom prienikom je parabola. Priestorový obrázok, ktorý nám znázorňuje uvedenú situáciu je nasledovný:



Obrázok 39 parabola

Prameň: 6.

Parabola je množina všetkých bodov v rovine, ktoré majú od daného bodu a danej priamky rovnakú vzdialenosť. Výklad tejto definície môžeme spraviť pomocou konštrukcie v programe Cabri, keď pomocou tlačidla stopu zapni pohybom bodu Y dostávame parabolu. Konštrukcia v Cabri:

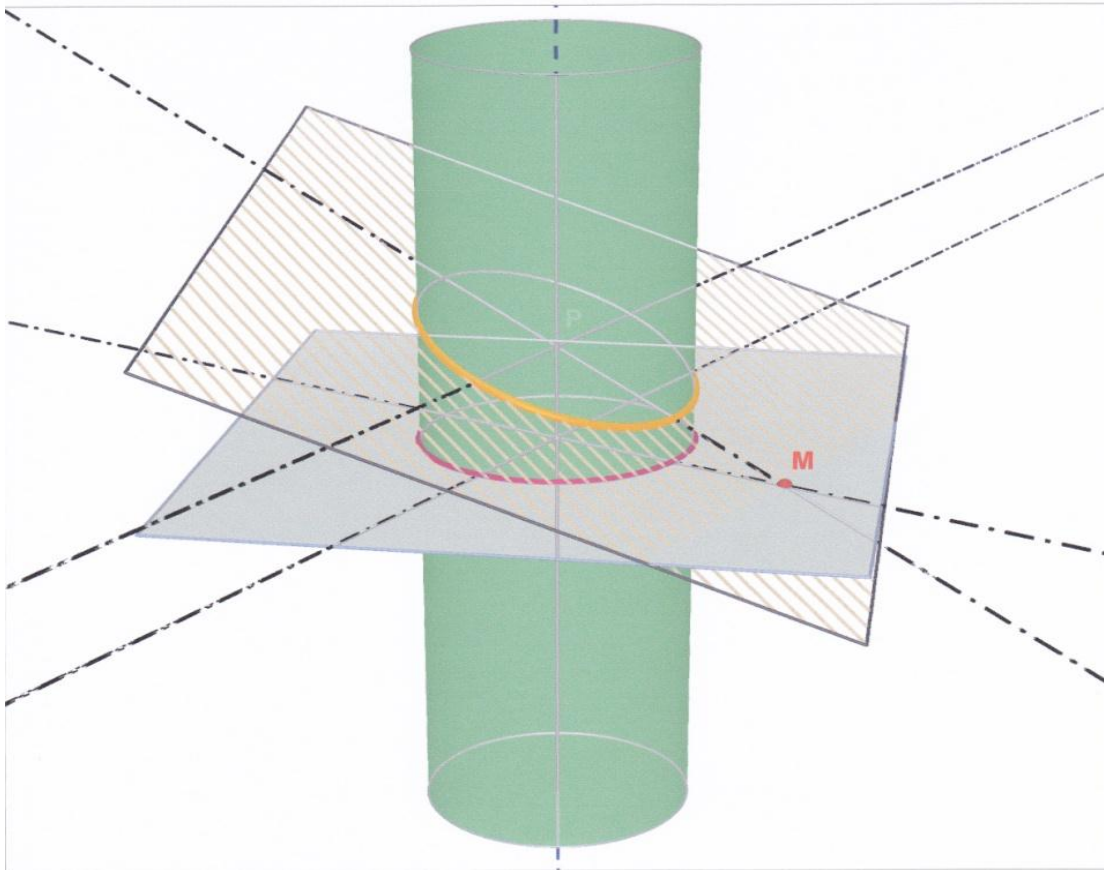


Obrázok 40 parabola

Prameň: vlastný návrh

5.2 Priestorové konštrukcie v Cabri 3D

Deskriptívna geometria sa na gymnáziách vyučuje ako voliteľný predmet alebo v rámci krúžku. Ak chceme podporovať záujem žiakov o technické formy štúdia, vyučovanie tohto predmetu je veľmi dobrým prostriedkom na potvrdenie tohto záujmu. Program cabri 3D ponúka na 3. výborné priestorové konštrukcie, ktoré pomáhajú pri získavaní priestorovej predstavivosti. Pomocou nasledujúcich obrázkov informujeme o niektorých konštrukciách.



Prienik valca a roviny

Prienik valca a roviny je elipsa (v prípade, že rovina je na os valca kolmá, prienikom je kružnica).

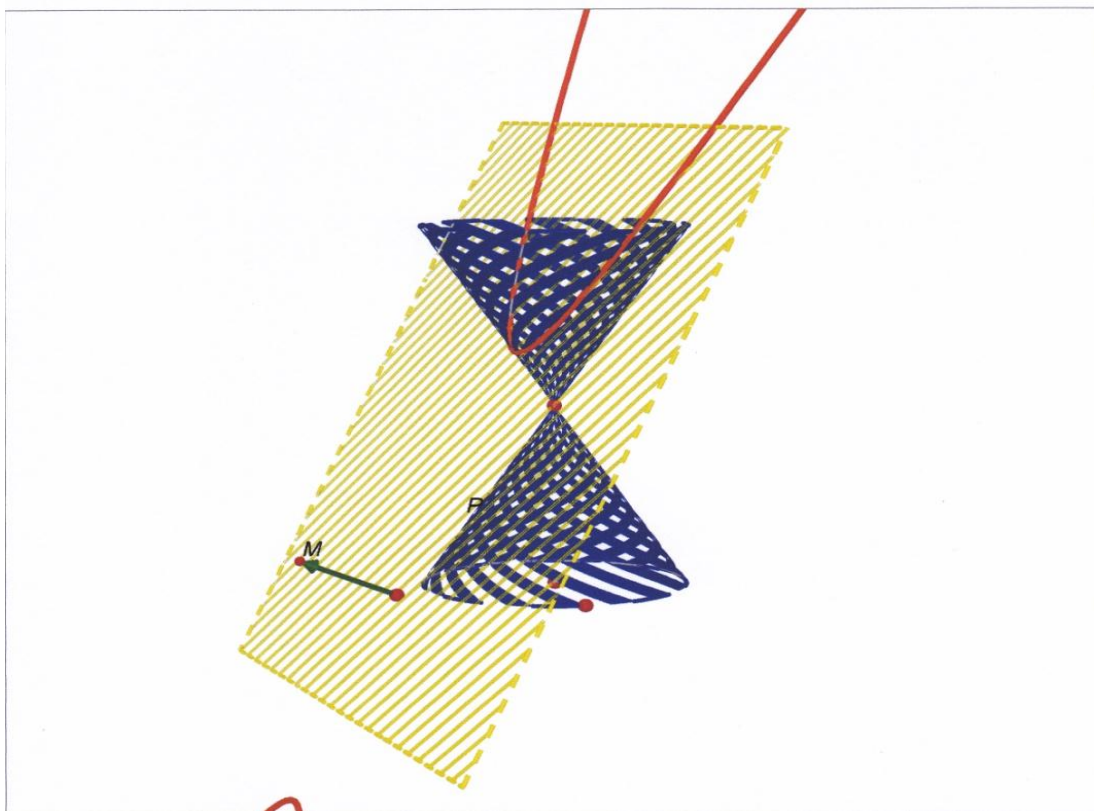
Meň polohu bodu M a tým aj sklon roviny P.

Obrázok 41 Rez valca

Prameň: 3.

Použitie:

Táto úloha zostrojená v Cabri 3D sa dá podľa návodu použiť pri konštrukcii rezu valca rovinou. Ak rovina zvierá s rovinou podstavy valca ostrý uhol, rezom je elipsa. Hlavná a vedľajšia os elipsy sa dá zostrojiť pomocou povrchových priamok valca, ktoré sa na tomto priestorovom obrázku dajú vyznačiť. Rezom môže byť aj kružnica alebo obdĺžnik. Tieto situácie podľa návodu sa dajú znázorniť.



Priesečník rotačného kužeľa a roviny je kužeľosečka - hyperbola, parabola alebo elipsa.

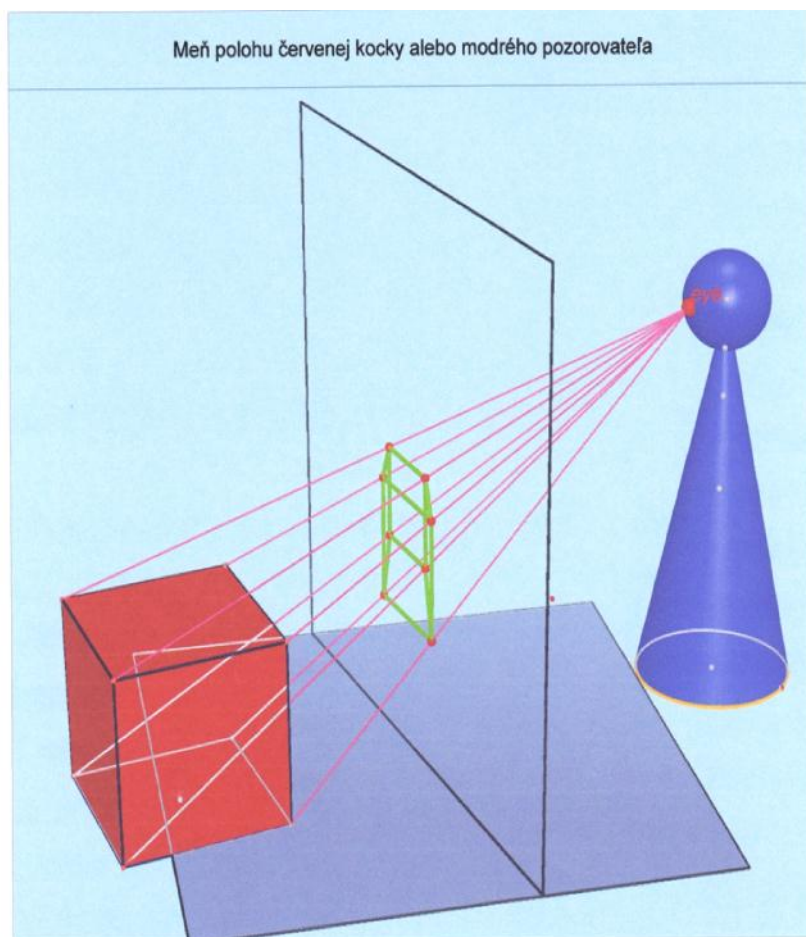
Meň polohu bodu M a tým aj sklon roviny P.

Obrázok 42 Rez kužela

Prameň: 3.

Použitie:

Táto úloha zostrojená v Cabri 3D sa dá podľa návodu použiť pri konštrukcii rezu kužeľa rovinou. Rezom môže byť kružnica, elipsa, parabola, hyperbola. Tieto situácie podľa návodu sa dajú znázorniť.



Perspektíva

Náčrt je rekonštrukciou modelu používaného Leonom Battistom Albertim pomocou Cabri 3D a ktorý reprezentuje plochy v jeho známej knihe *De pictura – O malovaní* - vydaná v 1436.

Pomôcka, ak chceš do modelu zasahovať

Máš možnosť zasahovať do modelu tým, že budeš meniť polohu niektorých jeho bodov. Ak chceš zistiť, ktoré to sú, drž tlačidlo myši stlačené niekde v prázdnej časti scény - body sa zväčšia a zablíkajú.

Pomôcka, ak chceš vedieť, ako bol model zostrojený

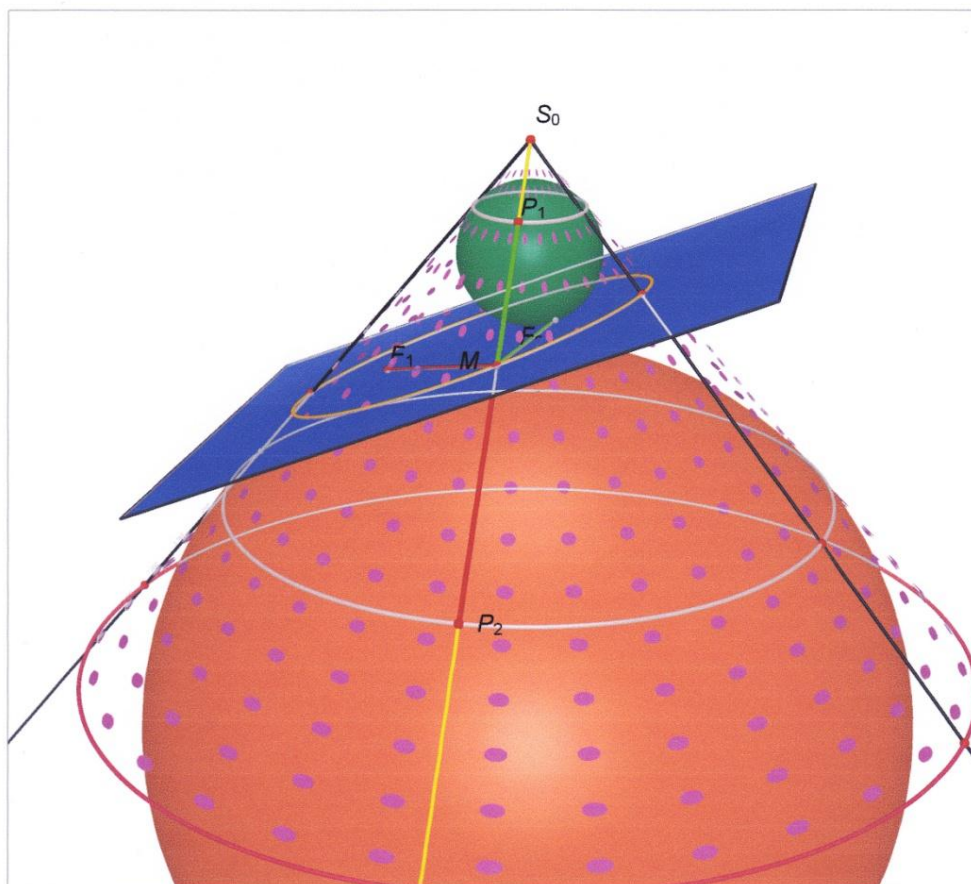
- Klikni do scény
- V menu Okno vyber možnosť Prehrať konštrukciu, potom stlač tlačidlá Zasahovať do konštrukcie a Spustiť prehrávanie.
- V menu Zobrazil vyber možnosť Ukáž skryté objekty (alebo Okno->Upraviť pohľad ->Ukáž skryté objekty)

Obrázok 43 Lineárna perspektíva

Prameň: 3.

Použitie:

Je to veľmi jednoduchá ukážka zobrazenia priestorového telesa do roviny. Pri použití tejto konštrukcie postupujeme podľa návodu.



Dandelinho veta - Elipsa ako prienik roviny a rotačného kužeľa

Dvomi guľami, ktoré nemajú žiadny spoločný bod, opíšeme rotačný kužeľ. Body F_1 a F_2 , v ktorých sa rovina dotýka oboch guľ (vnútri daného kužeľa), potom tvoria ohniská elipsy, ktorá tvorí prienik roviny a kužeľa.

Obrázok 44 Dandelinho veta

Prameň: 3.

Použitie:

Priestorová konštrukcia, ktorú používame pri výklade Qeuttel-Dandelinovej vety. Útvary je možné otáčať. Konštrukcia je podstatne efektnejšia a praktickejšia ako na školách dlho používané klasické modely.

ZÁVER

Program Cabri je jednoduchý grafický program, ktorý umožňuje riešiť úlohy prehľadne, presne. Konštrukciu je možné opakovať podľa potreby. Je to výborný prostriedok na znázornenie rôznych polohových situácií, v ktorých nastáva daný počet riešení, čo sa výraznou mierou podieľa aj na zlepšení priestorovej predstavivosti.

Používanie Cabri odhaľuje geometriu v novom svetle. Pre niektorých žiakov je geometria skôr postrachom, no práve využívaním takejto formy výučby sa môže stať geometria pre ne zábavnejšou, menej stresujúcou, ba dokonca hrou a uvoľnením. Cabri, ako prostriedok dynamickej geometrie, odbremeňuje študentov od namáhavých konštrukcií a umožňuje sa tak viac „pohrať“ s úlohou. Žiaci viac experimentujú, skúmajú vlastnosti objektov pri zmene polôh. Cabri pomáha nahradiť zdĺhavé prekresľovanie situácie, pre ktorú bolo treba vyrobiť viac prípadov.

Vo všeobecnosti implementácia ikt do vyučovania matematiky okrem toho, že je predovšetkým nutnou súčasťou prípravy žiakov na reálny život, robí vyučovanie matematiky efektívnejším, aktivizuje žiakov, podnecuje ich samostatnú prácu. Umožňuje im objavovať nové poznatky experimentovaním a vlastnou činnosťou. Iniciatíva jednotlivých žiakov pri riešení úloh a spoluzodpovednosť za pracovné výsledky majú hlboký výchovný význam. Objaviteľský prístup pri získavaní nových poznatkov a radosť zo samostatne vyriešenej úlohy posilňujú pozitívny vzťah žiaka k predmetu.

Súčasnú vyučovanie matematiky nedostatočne využíva skutočnosť, že matematika je predovšetkým nástroj na riešenie problémov, ktoré život prináša, neučí deti používať súčasné technológie pri riešení problémov v reálnom živote. Preto vystupuje úloha implementovať tieto technológie do vyučovania matematiky. V tejto práci uvádzame krátku ukážku takéhoto postupu. Realizovať samostatnú prácu žiakov v tejto oblasti je však možné len pri menšom počte žiakov na vyučovaní, teda väčšinou v rámci voliteľných predmetov.

Používaním grafických programov pri vyučovaní geometrie sa buduje pozitívny vzťah žiakov k tejto časti matematiky. To sa odzrkadľuje napríklad tak, že na našej škole sa pravidelne otvára voliteľný predmet deskriptívna geometria, z ktorého žiaci väčšinou bez problémov absolvujú maturitnú skúšku.

ZOZNAM BIBLIOGRAFICKÝCH ZDROJOV

1. LUKÁČ, S. 2010. Využitie informačných a komunikačných technológií v predmete metematika pre stredné školy. Elfa s.r.o. Košice. ISBN 978-80-8086-149-0.
2. VANÍČEK, J. 2011. Ukázkové dynamické konštrukcie. Dostupné na stránke:
<http://www.pf.jcu.cz>
3. <http://www.cabri.com>
4. <http://www.sccg.sk/nunukova>
5. <http://www.infovek.sk>
6. <http://vscience.euweb.cz>
7. Vaníček, J. 2005. Cabri 3D-cesta do ďalší dimenze? 2.konferencia Užití počítaču ve výuce matematiky, České Budejovice, september 2005

