Moderné vzdelávanie pre vedomostnú spoločnosť / Projekt je spolufinancovaný zo zdrojov EÚ

RNDr. Beáta Vavrinčíková

Matematické hry v nižšom strednom vzdelávaní

Osvedčená pedagogická skúsenosť edukačnej praxe
Osvedčená skúsenosť odbornej praxe

Košice, 2012

Vydavateľ:	Metodicko-pedagogické centrum, Ševčenkova 11, 850 01 Bratislava
Autor OPS/OSO:	RNDr. Beáta Vavrinčíková
Kontakt na autora:	Gymnázium, Alejová 1, Košice beata.vavrincikova@gmail.com
Názov OPS/OSO:	Matematické hry v nižšom strednom vzdelávaní
Rok vytvorenia OPS/OSO:	2012
Odborné stanovisko vypracoval:	RNDr. Marta Megyesiová

Táto osvedčená pedagogická skúsenosť edukačnej praxe/osvedčená skúsenosť odbornej praxe bola vytvorená z prostriedkov projektu Profesijný a kariérový rast pedagogických zamestnanancov. Projekt je financovaný zo zdrojov Európskej únie.

Kľúčové slová

motivácia žiakov v matematike, matematická hra, optimálna stratégia, druhy a využitie hier, pravidlá hier, prémiové úlohy

Anotácia

Práca sa zaoberá problematikou matematických hier ako jednej z motivačných a aktivizujúcich metód vyučovania matematiky. Je určená učiteľom matematiky v nižšom strednom vzdelávaní (druhý stupeň ZŠ a nižšie triedy osemročného gymnázia). Vymedzuje pojem matematickej hry, rozdelenie a využitie hier na vyučovacích hodinách. Praktická časť obsahuje zbierku matematických hier, ich pravidlá, analýzy, skúsenosti s ich realizáciou. Práca môže poslúžiť všetkým učiteľom, ktorí chcú sprístupňovať učivo zaujímavo, hravo a nenásilnou formou prispievať k rozvoju tvorivosti a myslenia.

OBSAH

ÚVOD

Človek sa stáva až vtedy ozajstným
človekom, keď sa dokáže hrať.

Friedrich Schiller

Dnes si už ťažko spomeniem, kedy som sa s matematickými hrami stretla prvýkrát. Pravdepodobne to bolo na matematickom krúžku v základnej škole. Výborne si však pamätám, akou dôležitou súčasťou programu boli tieto hry na sústredeniach riešiteľov korešpondenčného matematického seminára – hodiny strávené nad štvorčekovým papierom či hracou doskou, stovky odohraných partií, vášnivé diskusie o optimálnej stratégii, radosť z víťazstva aj sklamanie z prehry a nadovšetko pocit, že matematika je krásna a zaujímavá. To je to, čím si ma matematické hry získali.

Vo svojej pedagogickej praxi sa k týmto hrám opäť rada vraciam a objavujem ich novú dimenziu, ktorou je široká škála možností ich využitia na hodinách matematiky, najmä ako motivačného a aktivačného prvku. Svoje skúsenosti som popísala v tejto osvedčenej pedagogickej skúsenosti. Je určená učiteľom matematiky v nižšom strednom vzdelávaní (druhý stupeň ZŠ a nižšie triedy osemročného gymnázia), ktorí svoje hodiny radi obohacujú niečím netradičným.

Práca pozostáva z dvoch častí.
Prvá časť je venovaná objasneniu pojmu matematických hier a ich vzťahu k motivácii žiakov.
Druhá časť obsahuje pravidlá 19 hier, využívaných v nižších triedach osemročného gymnázia. Hry sú realizovateľné vo viacerých tematických celkoch (počtové výkony s prirodzenými číslami, desatinné čísla, celé čísla, percentá, mocniny a odmocniny, deliteľnosť čísel, geometria a meranie, súmernosť v rovine, riešenie aplikačných úloh a úloh rozvíjajúcich špecifické matematické myslenie) v rôznych ročníkoch. Popisujem nielen pravidlá hier, ale aj ich stratégie, skúsenosti s nimi, ako aj prémiové úlohy a ďalšie námety na ich využitie.
Práca môže poslúžiť všetkým učiteľom matematiky, ktorí chcú sprístupňovať učivo zaujímavo, hravo a nenásilnou formou prispievať k napĺňaniu jedného z najdôležitejších cieľov vyučovania matematiky – rozvoja tvorivosti a myslenia.

1 OPIS OSVEDČENEJ PEDAGOGICKEJ SKÚSENOSTI

Kontext:
Existujú rôzne spôsoby, ako vo vyučovaní matematiky sprístupňovať učivo pútavo, zaujímavo, hravo a pritom pozitívne ovplyvňovať postoje žiakov k predmetu. A čo je rozhodujúce – nenásilnou formou prispievať k napĺňaniu jedného z najdôležitejších cieľov vyučovania matematiky, rozvoja tvorivosti a logického myslenia. Vo svojej práci som spracovala tému z oblasti motivácie žiakov formou matematických hier.

Špecifikácia cieľovej skupiny:

- ***podkategória pedagogických zamestnancov*** (podľa zákona č. 317/2009 Z. z.): učiteľ nižšieho stredného vzdelávania
- ***vzdelávacia oblasť:*** matematika a práca s informáciami
- ***škola:*** základná škola (5. – 9. ročník), osemročné gymnázium (1.- 4. ročník)
- ***vyučovací predmet:*** matematika
- ***tematický celok:*** počtové výkony s prirodzenými číslami, desatinné čísla, celé čísla, percentá, mocniny a odmocniny, deliteľnosť čísel, geometria a meranie, súmernosť v rovine, riešenie aplikačných úloh a úloh rozvíjajúcich špecifické matematické myslenie

Hlavné ciele:
Hlavným cieľom mojej práce je poskytnúť učiteľom matematiky metodický materiál zameraný na využitie matematických hier vo vyučovacom procese.
V teoretickej časti práce vymedzujem pojem matematickej hry, rozdelenie hier podľa optimálnej stratégie a ich využitie. Zamerala som sa nielen na využitie v rámci motivácie žiakov, ale najmä na využitie hier pri precvičovaní nového pojmu. Pri realizácii hier som väčšinou volila turnaj jednotlivcov alebo skupinovú prácu. Tým, že hry majú charakter súťaženia, merania síl a schopností, sú veľmi blízke detskej psychike. Vďaka tomu umožňujú dostať matematiku a kauzálne úvahy do sféry spontánneho detského záujmu. Nutnosť vzájomnej komunikácie, prípadne aj riešenia konfliktov počas turnajov umožňuje rozvíjať viaceré spôsobilosti. Dôležitou časťou vyučovacej hodiny môže byť aj spoločné hľadanie a zverejnenie stratégie. Optimálna stratégia (ak je známa) reprezentuje v hre matematiku, logické myslenie.
V praktickej časti práce popisujem svoje skúsenosti s využívaním matematických hier na vyučovaní v nižších triedach osemročného gymnázia. Pravidlá hier, ich stratégie, skúsenosti s nimi, ako aj prémiové úlohy a ďalšie námety na ich využitie môžu byť užitočnou pomôckou pre mnohých učiteľov.

Vymedzenie kompetencií žiakov:
Absolvovaním vyučovacích hodín s využitím matematických hier žiak môže rozvíjať tieto kompetencie:
kompetencia k celoživotnému učeniu sa

- dokáže reflektovať proces vlastného učenia sa a myslenia pri získavaní a spracovávaní nových poznatkov a informácií a uplatňuje rôzne stratégie učenia sa,
- kriticky hodnotí svoj pokrok, prijíma spätnú väzbu,

sociálne komunikačné kompetencie

- vie prezentovať sám seba a výsledky svojej práce,
- dokáže primerane komunikovať v materinskom jazyku,

kompetencie uplatňovať základ matematického myslenia

- používa matematické myslenie na riešenie problémov,
- používa matematické modely logického a priestorového myslenia a prezentácie,

kompetencia riešiť problémy

- uplatňuje pri riešení problémov vhodné metódy založené na analyticko-kritickom a tvorivom myslení,
- je otvorený získavaniu a využívaniu rôznych, aj inovatívnych postupov, formuluje argumenty a dôkazy na obhájenie svojich výsledkov,
- má predpoklady na konštruktívne a kooperatívne riešenie konfliktov,

kompetencie občianske

- vyvážene chápe svoje osobné záujmy v spojení so záujmami širšej skupiny,

kompetencie sociálne a personálne

- dokáže odhadnúť a korigovať dôsledky vlastného správania a konania a uplatňovať sociálne prospešné zmeny v medziosobných vzťahoch,

kompetencie smerujúce k iniciatívnosti a podnikavosti

- dokáže inovovať zaužívané postupy pri riešení úloh,

kompetencie vnímať a chápať kultúru

- správa sa kultivovane, primeranie okolnostiam, situáciám.

2 TEORETICKÁ ČASŤ

2.1 Prečo práve hry

Hra ma veľký význam pre správny duševný vývin dieťaťa. Dieťa si ňou nerozvíja len schopnosti a nenadobúda len nové spôsobilosti, ale hra je preň aj formou seba uplatnenia. Uplatnenia toho čo už vie, je spätnou príležitosťou na prejavenie sa, ale aj na rozvoj spontánnosti. Pri hre si overuje predstavy o svete, a zároveň sa ňou podnecuje rozvoj fantázie. Pri hre dieťa skúša čo sa dá a čo nie, ale aj to čo sa smie alebo nesmie. V hre uskutočňuje svoje možnosti, v porovnaní s dospelosťou má hra pre dieťa taký význam ako pre dospelého práca.

Vývin je plynulý proces a prirodzená detská hravosť nikdy neustúpi náhle. Preto sa aj v školskom veku stretneme s prirodzenou túžbou po hre.

Hravosť je prívlastok detstva, no hra ako taká sprevádza človeka aj v ďalšom živote. Je jednou z dôležitých ľudských činností a dáva veľký priestor fantázii, iniciatíve, pokusnému správaniu a tvorivosti. Obsahuje momenty napätia a uvoľnenia, učí prekonávať zábrany, aj úzkosť, pocit menejcennosti a pomáha nám lepšie sa poznávať. Je jednoduchou stálou súčasťou nášho života - podobne ako práca. A to je dôvod, aby sme sa s ňou zaoberali. Niet hry, v ktorej by sa necvičila nejaká schopnosť, mnohé hry výrazné podnecujú tvorivosť. Hra je formou rozširovania duševného obzoru, príležitosťou na nadobúdanie a rozvíjanie návykov, rozvoj záujmov, ale aj rozširovania vedomostí. Vychováva ku kolektivizmu, učí podraďovať svoje osobné záujmy záujmom kolektívu. Vedie k zodpovednosti voči skupine. Hra cvičí sebaovládanie, sebadisciplínu, zmysel pre dodržiavanie pravidiel. Plní teda určitú výchovnú funkciu.

2.2 Motivácia žiakov v matematike

Motiváciou (z lat. moveo - hýbem) rozumieme istý stav vnútornej aktivácie jednotlivca, vyplývajúcej z jeho potrieb a upriamenej na uspokojenie týchto potrieb. Jednotlivé motívy možno chápať ako vnútorné príčiny správania sa človeka. Rozlišujeme motiváciu primárnu a sekundárnu (spracované podľa Gábor – Kopanev – Križalkovič, 1989, s. 224-225):

Primárna motivácia - hvoríme o nej ako o vnútornej, nakoľko núti žiaka učiť sa pre uspokojenie vlastného ja, pre vnútorný zážitok. K vnútorným motívom patrí napr. zvedavosť, úsilie o získanie zručnosti, sklon k napodobňovaniu inej osoby, potreba reagovať na iných ľudí a spolupracovať s nimi. Ďalším vnútorným motívom podstatným pre štúdium matematiky je radosť z práce, tvorby, objavu, hry. Riadené znovuobjavovanie pri riešení problémových situácií v matematike, kedy sa radosť z objavu priamo rodí, prináša silný psychický účinok. Experimentácia s matematickými objektami - napríklad aktívnou hrou - je podnetom pre radosť z práce, vzbudzuje záujem žiakov o matematiku.

Sekundárna motivácia je založená na vonkajších podnetoch. V tomto prípade nie je činnosť sama o sebe cieľom, ale len prostriedkom k dosiahnutiu istého cieľa. Žiak sa napríklad neučí z vnútorného záujmu, ale preto, aby získal dobrú známku, pochvalu rodičov, aby sa v živote uplatnil a pod. Motívy však môžu byť aj negatívne - strach z trestu, zlej známky, obava z neúspechu a pod.

Pôsobiť na žiaka prostredníctvom sekundárnej motivácie je ľahké, ale oveľa náročnejšie a dôležitejšie je dosiahnuť, aby sa sekundárny motív postupne zmenil v primárny. K tomu možno prispieť aj dodržiavaním nasledujúcich zásad (Jedinák, 1982):

a) Využívať netradičné organizačné formy a metódy.
b) Zainteresovanosťou vyučujúceho strhávať k záujmu aj samotných žiakov.
c) Vytvárať podmienky pre uvoľnenú podnecujúcu atmosféru, zvýrazňovať radosť z vlastnej matematickej činnosti.
d) Zdôrazňovať význam učebnej látky v matematike, ukazovať životné perspektívy pri voľbe povolania a spoločenský význam matematickej kultúry.

Domnievam sa, že matematická hra je práve jednou z veľmi motivujúcich a aktivizujúcich metód vo vyučovaní matematiky. Už svojou podstatou je blízka detskej psychike. Dáva možnosť k uplatneniu množstvu motívov. Najmä pozitívnych - túžba zvíťaziť, zvedavosť, radosť z hry, túžba objaviť optimálnu stratégiu, byť najlepší; ale aj negatívnych ako sklamanie z prehry či obava z neúspechu. Podporovaním pozitívnych motívov sa hra môže stať pre žiakov obľúbenou formou práce.

2.3 Vymedzenie pojmu matematická hra

Pojem hra je veľmi široký, každý si pod ním môže predstaviť niečo iné - od hrania sa s kockami po šach, od zábavy po súťaž, od hry pre jednotlivca až po kolektívnu hru. Na odlíšenie jednotlivých foriem od seba navrhujú Bujan – Burjanová (1991, s. 9-10) nasledovnú terminológiu:

Matematické hlavolamy
Ide o jednoduché činnostné úlohy (typu „preložte zápalku tak, aby vznikla rovnosť“).

Solitéry
Pod solitérom rozumieme zložitú činnostnú úlohu, ktorá žiada pretransformovať predpísaným spôsobom (t.j. povolenými ťahmi) istú počiatočnú pozíciu na zadanú cieľovú pozíciu.

Matematické súťaže
Pod matematickou súťažou rozumieme úlohu, ktorá sa zadáva viacerým ľuďom súčasne, aby ju mohli paralelne riešiť. Súťažiaci pracujú nezávisle, po skončení sa výsledky jednotlivých súťažiacich porovnajú a autor najlepšieho z nich je vyhlásený za víťaza.

Matematická hra
Matematickú hru v našom ponímaní vymedzujeme pomocou šiestich charakteristických znakov. Prvých päť je všeobecných – tieto popisujú pomerne širokú triedu hier, do ktorej patria aj mnohé spoločenské hry (šach, dáma) a kartové hry (Bridge, Canasta). Šiesty znak vyčleňuje spomedzi nich tie hry, ktoré budeme nazývať matematickými.

1. Hry sa zúčastňujú dvaja alebo viacerí hráči (na rozdiel od solitéru).
2. Činnosť hráčov prebieha striedavo (na rozdiel od matematickej súťaže).
3. Konanie každého z hráčov je bezprostredne ovplyvnené konaním ostatných.
4. Zásahy hráčov do hry sú presne vymedzené pravidlami v podobe povolených ťahov.
5. Každý z hráčov sa usiluje dosiahnuť cieľ, ktorý mu hra predpisuje. Ciele jednotlivých hráčov (prípadne koalícií) sú protichodné.
6. Hru považujeme za matematickú, ak nastáva niektorý z nasledovných prípadov:

a) pravidlá obsahujú isté matematické pojmy,
b) na vykonanie predpísaných ťahov sú potrebné isté matematické znalosti,
c) kombinačné a najmä kauzálne úvahy umožňujú takú analýzu hry, z ktorej vyplýva pre niektorého z hráčov optimálna stratégia alebo aspoň čiastočný návod na výhru.

Treba poznamenať, že je ťažké presne vymedziť, ktorú hru máme považovať za matematickú a ktorú nie. Za "rýdzomatematické" možno považovať hry spĺňajúce body 6a,b a tie, u ktorých je známa pre niektorého z hráčov optimálna stratégia. Z ostatných hier sem zaraďujeme tie, u ktorých je reálny predpoklad, že sa kauzálnymi úvahami, prípadne efektívnym prebratím možností podarí optimálnu stratégiu objaviť.

Vo svete sa matematické hry tešia veľkej obľube. Spomeňme aspoň dve mená - Martin Gardner a John Horton Conway, ktorí vo svojich dielach venovali veľa priestoru práve hrám. V našej literatúre sa s hrami môžme stretnúť najmä v prácach Milana Hejného, Vladimíra Burjana a Ľudmily Burjanovej.

V praktickej časti svojej práce popisujem 19 hier, s ktorými mám dobré skúsenosti. Hry v tejto zbierke pochádzajú z rôznych prameňov. Mnohé z hier sa vyskytujú vo viacerých dielach a to v rozmanitých modifikáciách. Aj ja som pri vytváraní zbierky niektoré z hier prispôsobila svojim požiadavkám. Preto v zbierke pri samotných hrách uvádzam ten prameň, z ktorého som námety na jednotlivé hry čerpala pri písaní tejto práce. Pri dvoch hrách (Prim, Mentala) mi ich pôvod nie je jasný, našla som ich medzi svojimi viac ako dvadsaťročnými rukou písanými poznámkami, bez uvedenia pôvodného zdroja.

V nadväznosti na vyššie uvedených šesť charakteristických znakov matematických hier treba poznamenať, že tri hry uvedené v zbierke (Kto to má, Ukryté príklady, Cesta domov) nespĺňajú úplne všetky podmienky. Môžeme ich však zaradiť medzi didaktické hry, ktoré žiakom umožnia precvičovať učivo matematiky hravou formou. Touto problematikou sa podrobnejšie zaoberá napr. Vankúš (2010) a Kolbaská (2006).

2.4 Rozdelenie matematických hier podľa optimálnej stratégie

V každej hre má hráč viac možností, ako do hry zasiahnuť. Ak chce konať racionálne, musí si všetky možnosti premyslieť a zvoliť presný plán konania. Každý plán konania hráča v hre, ktorý nemôže byť narušený činnosťou súperov, sa v teórii hier nazýva stratégia.

Pod **optimálnou stratégiou** rozumieme postup, ktorý zabezpečuje hráčovi najlepší možný výsledok v prípade, že jeho súper sa bude v partii riadiť svojou optimálnou stratégiou. V istých prípadoch je optimálna stratégia niektorého z hráčov vyhrávajúca. Vtedy môže druhý z hráčov remizovať alebo vyhrať iba pri chybe súpera.

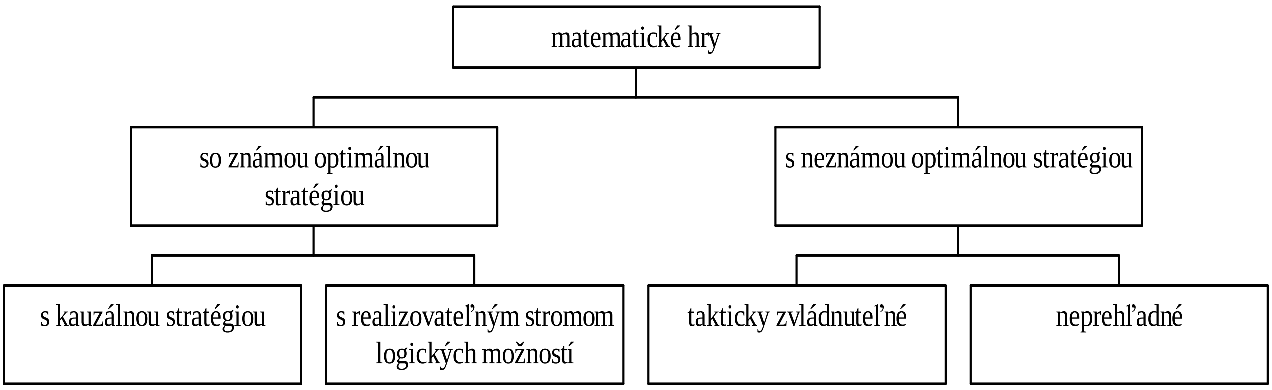
Z hľadiska optimálnej stratégie možno matematické hry rozdeliť nasledovne (podľa Burjan-Burjanová, 1991, s.11):

- **hry s kauzálnou optimálnou stratégiou** (napr. Sto) – v týchto hrách je známa vyhrávajúca stratégia pre niektorého z hráčov. Objavenie takejto stratégie je možné iba cestou logických úvah, preto sú takéto hry z hľadiska výuky matematiky zvlášť cenné.

– **hry s realizovateľným stromom logických možností** (napr. Aritmomachia s kockou) – v prípade, že hra pripúšťa pomerne malý počet pozícií a rôznych kombinácií, je možné dopracovať sa k množine vyhrávajúcich pozícií systematickým prebratím potrebého množstva konkrétnych príkladov.

– **neprehľadné hry** (napr. Mechúrik Koščúrik) – vzhľadom k veľkému počtu možností a kombinácií nie sú prístupné systematickému rozboru. Často do poslednej chvíle nie je jasné, kto vyhrá.

– **hry takticky zvládnuteľné** (napr. Čajová hra) – tešia sa u žiakov veľkej obľube. Hoci nie je známa optimálna stratégia, dlhším tréningom možno objaviť určité zákonitosti a vytipovať vhodné a nevhodné ťahy.



Obrázok 1: Schéma rozdelenia matematických hier

Prameň: vlastný návrh

2.5 Využitie matematických hier

Okrem možnosti využiť matematické hry vo sfére motivácie, je možné ich využitie na vyučovacej hodine aj s jedným z konkrétnych didaktických cieľov (Burjan, 1984, s. 77-81):

a) **upevnenie nového pojmu** - po prebratí nového pojmu je potrebné ho precvičiť, t.j. dať žiakom príležitosť s ním narábať, používať ho, objavovať jeho vlastnosti. Jednou z možností je naučiť ich hru, v ktorej hrá nový pojem ústrednú úlohu a pri hraní sa s ním narába.
b) **propedeutika pojmov** - príprava pre objav nového pojmu napríklad z teórie grafov,
c) **ilustrácia pojmu alebo metódy** - napr. izomorfizmus, nekonštruktívny, existenčný dôkaz,
d) **aplikácia metódy alebo kalkulu** - napr. invarianty, kódovanie do dvojkovej sústavy,
e) **trénovanie rôznych kognitívnych funkcií** - napr. priestorovej predstavivosti.

Vo svojej práci som sa zamerala na prvú možnosť didaktického využitia matematických hier. Hry som rozdelila podľa tematických celkov, v ktorých môžu poslúžiť na upevňovanie nového pojmu a precvičovanie učiva. Keďže podľa rámcových učebných osnov už rozdelenie počtu hodín matematiky (a tým aj učiva) v Štátnom vzdelávacom programe do jednotlivých ročníkov nie je záväzné, neuvádzam rozdelenie hier podľa ročníkov.

Zaraďovaním hier do vyučovacieho procesu však sledujem aj niekoľko ďalších cieľov:

- posilnenie komunikácie o matematike medzi žiakmi a rozvíjanie schopnosti tímovej práce - pri turnaji družstiev je v záujme spoločného víťazstva, aby žiaci medzi sebou o hre komunikovali a naučili ju všetkých členov družstva,
- povzbudenie slabších žiakov - vhodne zvolená neprehľadná hra dáva možnosť vyniknúť aj slabším žiakom, ktorí inak v matematike zaostávajú,
- oboznámenie sa s novými žiakmi, podchytenie žiakov s výbornými kombinačnými schopnosťami - hry na začiatku školského roka,
- hra ako odmena za dobrú prácu - zaradenie hier na Deň detí, poslednú hodinu pred vianočnými a letnými prázdninami a pod.

2.6 Realizácia matematických hier

Pri **príprave** hier je potrebné (Kolbaská, 2006, s. 10):

1. Stanoviť herný cieľ.
2. Stanoviť didaktický cieľ hry (aké kompetencie v hre budú rozvíjané, ktoré kompetencie žiaci získajú, aké skúsenosti nadobudnú).
3. Stanoviť pravidlá hry - dynamické (môžu sa meniť v priebehu hry) alebo statické (nemôžu sa v priebehu hry meniť).
4. Stanoviť, aké skúsenosti a kompetencie deti v hre uplatnia.
5. Stanoviť druh pedagogickej intervencie (rola pedagóga v hre).
6. Stanoviť charakter a množstvo herných symbolov a spôsoby ich zabezpečenia, pripraviť pomôcky.
7. Stanoviť hrací čas, počet možných opakovaní a spôsob ukončenia hry.
8. Stanoviť maximálny a minimálny počet účastníkov hry.
9. Stanoviť spôsoby a zameranie hodnotenia hry.

Hry uvedené v tejto práci hrávam so žiakmi nižších tried nášho osemročného gymnázia už od roku 1992. Využívam na to najčastejšie delené hodiny matematiky.

Postup pri **realizácii** hier:

1. S pravidlami žiakov oboznamujem ústne na začiatku hodiny, táto forma umožňuje pohotovo reagovať na prípadné nejasnosti zo strany detí. Veľmi vhodné je zaradiť aj komentovanú ukážku na tabuli.
2. Zoznámenie sa s novou hrou v deťoch spravidla vyvoláva túžby hru si hneď vyskúšať. Preto nasleduje čas na prípravu, ktorý považujem za najdôležitejšiu časť hodiny - žiaci v ľubovolných skupinkách hru hrajú, vnikajú do nej, analyzujú ju, snažia sa nájsť optimálnu stratégiu a vyhrať nad súperom. Pritom však aktívne narábajú s ústredným pojmom, na ktorý je hra zameraná a tak vlastne plnia ciele hodiny - upevnenie vzťahu k matematike, intenzívne prežívanie radosti z hry i z objavu, rozvíjanie logického myslenia a rozumových schopností a v neposlednom rade precvičenie nového pojmu. Zároveň sa v priebehu zohrávky upresňujú pravidlá a riešia spory, ktoré medzi žiakmi vzniknú.
3. Niekedy nasleduje turnaj, ktorý vystupňuje súťaživú klímu, inokedy sa len venujeme rozboru hry a riešeniu problémov. Pracovnú klímu, ktorá na hodinách vzniká, sa snažím využiť aj ďalej - k niektorým hrám som pripravila na ne nadväzujúce

prémiové úlohy. Tieto žiaci riešia buď priamo na hodine alebo doma, písomne a získavajú za ne body do celkového hodnotenia .

4. V prípade organizácie turnaja volím najčastejšie vyraďovací turnaj jednotlivcov. Žrebovaním sa vytvoria dvojice žiakov, ktorí spolu odohrajú jednu alebo dve partie. Porazení vypadávajú, z víťazov sa vytvoria nové dvojice atď. Tento typ turnaja sa dá zvládnuť aj s celou triedou, časovo nie je až tak náročný. Problémy môžu vzniknúť, ak sú veľké časové rozdiely v dĺžke trvania jednotlivých partií. Nevýhodou je, že veľa žiakov rýchlo zo súťaže vypadne, preto porazení hráči pokračujú vo svojom „podturnaji“. Iným spôsobom je rozdeliť žiakov do družstiev a zorganizovať turnaj družstiev systémom každé proti každému. Pokiaľ žiaci súťaž citovo prežívajú, je vhodné dôstojne ukončiť celý turnaj slávnostným vyhlásením výsledkov.

3 PRAKTICKÁ ČASŤ

Na nasledujúcich stranách popisujem 19 hier, pričom uvádzam ich pravidlá, stratégie (ak sú známe), skúsenosti z hodín a pri niektorých aj prémiové úlohy. Hry sú roztriedené podľa tematických celkov, v ktorých sa dajú vhodne využiť.

3.1 Počtové výkony s prirodzenými číslami

3.1.1 Sto

Sto je hra s kauzálnou optimálnou stratégiou, k jej pochopeniu a zvládnutiu je potrebné ovládať sčitovanie v obore prirodzených čísel do 100. Táto hra je veľmi vhodná na prvé oboznámenie sa žiakov s pojmom matematickej hry – má veľmi jednoduché pravidlá, je vhodná na organizovanie súťaží a má peknú optimálnu stratégiu.

Zdroj: Burjan-Burjanová, 1991, s. 26

Pomôcky: nie sú potrebné, pre lepšiu kontrolu ťahov je však vhodné ich zapisovať na papier

Pravidlá: Hru hrajú dvaja hráči, ktorí striedavo hlásia čísla z množiny $\{1, 2, ..., 10\}$, pričom ich hlášky sa sčitujú. Jednotlivé hlášky nemusia byť navzájom rôzne. Vyhráva hráč, ktorého hláškou sa dosiahne celkový súčet 100.

Stratégia: Dôležitým poznatkom je fakt, že ľubovoľný ťah súpera možno doplniť tak, aby súčet týchto dvoch ťahov bol 11. Preto analýzou hry od konca prídeme na tieto kritické pozície: 100, 89, 78, 67, 56, 45, 34, 23, 12, 1. Existuje teda vyhrávajúca optimálna stratégia pre 1. hráča – začať číslom 1 a potom dopĺňať súperove ťahy do súčtu 11.

Skúsenosti: Hra žiakov okamžite zaujala, pravidlá boli pre nich pochopiteľné, hneď sa pustili do zohrávok. Pomerne rýchlo objavili kritickú pozíciu 89, k hľadaniu ďalších takýchto pozícií som ich však musela vyprovokovať. Niekoľkým žiakom sa potom podarilo objaviť celú stratégiu. Ich radosť z objavu a túžba podeliť sa s ním s ostatnými bola taká veľká, že o chvíľu ju už poznali všetci. Nemalo preto zmysel organizovať turnaj a druhá časť dvojhodinovky bola venovaná rozboru hry. Žiak, ktorý prvý objavil úplnú stratégiu, ju demonštroval na tabuli a nasledovali modifikácie hry:

a) Vyhrá hráč, ktorý ako prvý dosiahne súčet 50. Každá dvojica žiakov vo vzájomnej hre a diskusii objavila všetky kritické pozície: 6, 17, 28, 39, 50.
b) Hlásime čísla z množiny $\{1, 2, ..., 9\}$, prípadne $\{1, 2, ..., k\}$ - niekoľkí žiaci dokázali povedať stratégiu aj tejto hry – rozdiel medzi kritickými pozíciami musí byť $k+1$, čím preukázali mimoriadne dobrý prehľad o problematike.

Prémiové úlohy:
1. V hre Sto sme dosiahli súčet 49. Môže vyhrať hráč, ktorý je na ťahu? Ako?
2. Si v nevýhodnej pozícii druhého hráča, avšak prvý hráč začal číslom 5. Ako budeš postupovať, aby si vyhral?
3. Hráme hru Sto bez opakovania, teda nikto nemôže povedať také isté číslo, ako pred chvíľou jeho súper.
   a) Aká je vyhrávajúca stratégia pre prvého hráča?

b) Prvý hráč začal číslom 3. Čo má urobiť druhý hráč?
c) Prvý hráč začal číslom 6. Čo má urobiť druhý hráč?

Žiacke riešenia:

1. Môže vyhrať. Môže vyhrať tak, že povie číslo 7. Vyjde číslo 56. A to je predsa strategické číslo hry „100“.
2. Postupovať budem tak, že poviem 7. Vyjde 12 a to je strategické číslo. A on môže povedať číslo aké chce od 1 do 10, vždy to ja dotiahnem do nejakého nasledujúceho startegického čísla!
3. Hra bez opakovania:
   a) Stratégia pre prvého hráča je normálna. Lebo číslo 11 sa nedá rozdeliť prirodzenými číslami. Číslo 11 znamená vzdialenosť susedných strategických čísel od seba.
   b) Druhý hráč má dať 9.
   c) Keď prvý hráč začal a rozumie stratégii, tak to má vyhraté.

3.1.2 Aritmomachia s kockou

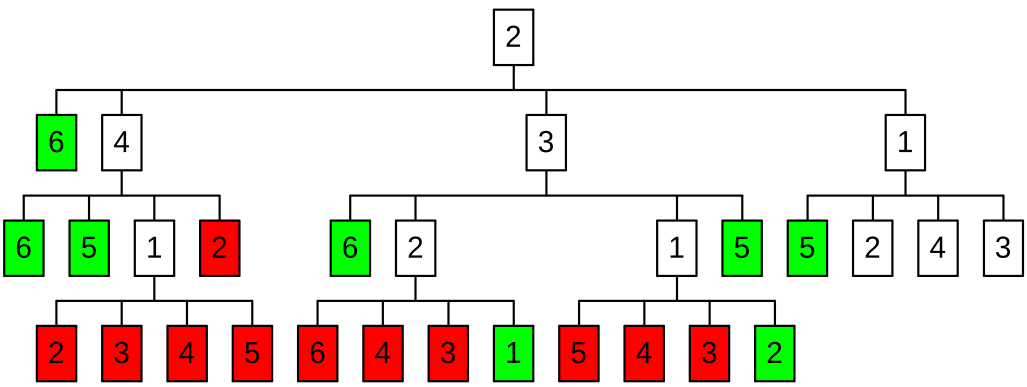
Hra Sto je jednou z obmien hry aritmomachia, ktorú už v roku 1624 opísal Claude Gaspard de Bachet Méziriac. Hra sa stane zaujímavejšou, ak ju budeme hrať s hracou kockou, ktorej súčet bodov na protiľahlých stenách je 7.

Zdroj: Grošek-Horák, 1980, s. 89

Pomôcky: hracia kocka

Pravidlá: Začínajúci hráč určí svoje prvé číslo tým, že hodí kocku. Ďalej sa kocka nehádže, ale len preklápa na jednu zo susedných stien. Druhý hráč teda môže voliť a pripočítať už iba to číslo, ktoré dosiahne preklopením kocky. Prehráva hráč, ktorý pripočítaním svojho čísla prekročí súčet 8.

Skúsenosti: Je to veľmi pekná ukážka hry s realizovateľným stromom logických možností. Do jeho vykresľovania možno zapojiť celú triedu. Na obrázku 2 je časť takéhoto diagramu pre prípad, ak prvý hráč hodí číslo 2. V každom ďalšom ťahu sú vždy štyri možnosti, na ktoré číslo možno kocku preklopiť. Červenou farbou sú vyznačené pozície, v ktorých vyhráva prvý hráč, zelenou druhý hráč.



Obrázok 2: Časť stromu logických možností

Prameň: vlastný návrh

3.2 Celé čísla

3.2.1 Hry s kartami

Pomôcky: Každá dvojica žiakov si pripravila sadu 21 kariet - červené A, 2, 3,…,10, čierne A, 2, 3,…,10 a žolíka.

Cieľ: Precvičiť učivo o celých číslach. Keďže sme pri zavádzaní celých čísel spomínali čínskych pisárov, ktorí červeným a čiernym atramentom rozlišovali majetok a dlh v účtovnej knihe, dohodli sme sa, že červené karty budú predstavovať kladné čísla (eso znamená 1), čierne karty záporné čísla a žolík prevezme úlohu nuly. Takto pripravené karty boli súčasťou pomôcok na každú vyučovaciu hodinu.

1. **Porovnávanie celých čísel**
   Zdroj: vlastný návrh
   Pravidlá: Zamiešané karty sa rozdajú (1 zvýši), hráči si ich uložia na kôpku. Hrá sa klasická "vojna" - hráči otočia vrchné karty a porovnajú ich. Väčšie číslo vyhráva - hráč získava súperovu kartu.
   Skúsenosti: Žiakov nadchla známa hra, hrali s veľkým nasadením. Po čase si však niektorí uvedomili, že hra nie je spravodlivá - hráč s červenou (teda kladnou) desiatkou nemôže prehrať, o čom sa v triede rozvinula diskusia.
   Námet: Vyskúšať hru s dvoma sadami kariet a 3-4 hráčmi, čím sa stane spravodlivejšou a prípadné "vojny" pridajú prvok napätia.

2. **Navzájom opačné čísla**
   Zdroj: vlastný návrh
   Pravidlá: Všetky karty sa rozdajú, hráči si ich uložia na ruky. Hrá sa známy "Čierny Peter" - striedavo ťahajú kartu jeden od druhého. Kto má dvojicu navzájom opačných čísel, vyloží ju na stôl a získava bod. Žolík (čiže číslo 0) predstavuje Čierneho Petra, pretože je to číslo opačné k sebe samému.
   Skúsenosti: Hra sa deťom páčila, ešte lepší bol variant s 3 hráčmi.
   Námet: Môže hrať aj viac hráčov s dvoma sadami s jednou nulou.

3. **Znázornenie na číselnej osi**
   Zdroj: vlastný návrh
   Pravidlá: Zamiešané karty ostávajú na jednej kôpke. Prázdna lavica pred žiakmi predstavuje číselnú os, uprostred lavice je nula. Žiaci postupne otáčajú kartu z kôpky a ukladajú na lavicu tam, kam podľa ich odhadu na číselnej osi patrí. Cieľom je uložiť všetky karty správne tak, aby sa na lavicu zmestili bez dodatočného presúvania.
   Skúsenosti: Umiestňovanie čísel na číselnej osi nerobilo problémy, ukázalo sa, že výhodu mali žiaci s menšími kartami.
   Námet: Pripevňovanie kariet na magnetickú tabuľu alebo štipcami na bielizeň na natiahnutú šnúru.

4. **Zavedenie sčitovania celých čísel**
   Zdroj: prednáška Mgr. Zuzany Pytlovej - Celé čísla na ZŠ - EXOD Pytagoras, Detvianska Huta, júl 1994

Realizácia: Karty predstavujú počty červených a čiernych vojakov, ktorí sa stretávajú vo vzájomných súbojoch. Ak sa stretnú nepriateľskí - rôznofarební vojaci, likvidujú sa v pomere 1:1, napr.: **4** + **7** = **3**, **5** + **9** = **4.**
Rovnakofarební vojaci sa nebijú, odchádzajú z bojiska spolu: **7 + 5 = 12**, **4** + **3** = **7**
Pomocou kariet sa tvoria príklady, ktoré sa zapisujú na tabuľu farebnými kriedami. Potom sa všetky príklady zapíšu pomocou kladných a záporných čísel: 4 + (-7) = -3, (-5) + 9 = 4, (-7) + (-5) = -12, 4 + 3 = 7 .
Karty sa opäť zamiešajú a tvoria sa pomocou nich príklady, ktoré sa zapisujú už len pomocou kladných a záporných čísel.
Námet: Namiesto vojakov môžu karty predstavovať počty chlapcov a dievčat. Vytvárame z nich tanečné páry a zapisujeme počty tých, ktorí nemajú s kým tancovať.

5. **Sčitovanie a porovnávanie celých čísel**
Zdroj: Repáš a kol., 1995, s. 64
Pravidlá: Karty sa rozdajú (1 ostane). Hráč otočí dve karty zo svojej kôpky, zahlási ich súčet, to isté urobí spoluhráč. Výsledky sa porovnajú, vyhráva hráč s vyšším súčtom (získava bod alebo súperove karty). Ak niekto zle spočíta čísla, vyhráva jeho spoluhráč. Ak vzniknú rovnaké výsledky, hra sa opakuje, až kým sa nerozhodne o víťazovi.
Skúsenosti: Hra veľmi dobre poslúžila na precvičenie sčitovania a porovnávania, opakovali sme ju viackrát. Ani červená desiatka nezaručovala víťazstvo a prípadné rovnaké súčty pridali hre na dramatičnosti. Takisto kontrola súperom sa ukázala ako dobrá spätná väzba.
Námet: Vyskúšať pre odčitovanie alebo násobenie celých čísel. Ďalšou alternatívou je nechať žiakom možnosť voľby, ktorú početnú operáciu so svojimi číslami vykonajú - umožní im to viac taktizovať a premýšľať nad možnými výsledkami.

6. **Sčitovanie celých čísel**
Zdroj: Česenek a kol., 1990, s. 79
Pravidlá: Pred začatím hry sa hráči dohodnú, kto si bude zapisovať kladné, kto záporné výsledky, nulové sa nezapisujú. Z kariet sa vyradí nula a buď sa nechajú na jednej kôpke, alebo sa rozdajú na dve. Každý hráč si vezme po jednej karte, obe karty sa sčítajú a výsledok si zapíše príslušný hráč. Po vyčerpaní všetkých kariet sa výsledky u jednotlivých hráčov spočítajú - vyhrá hráč s vyšším súčtom v absolútnej hodnote.
Skúsenosti: Väčšina hier skončila remízou, z čoho vyplynulo isté rozčarovanie. V diskusii však niekoľko najlepších žiakov prišlo na to, ža hra musí skončiť remízou a tak vlastne usvedčí tých, čo urobili chybu vo výpočtoch.

7. **Sčitovacia reťaz**
Zdroj: vlastný návrh
Pravidlá: Zo sady sa vyradí jedna karta, ostatné karty sa rozdajú a uložia na kôpku. Hráč postupne otáča všetky karty zo svojej kôpky a nahlas ich sčituje, spoluhráč ho kontroluje. Potom to isté urobí spoluhráč. Kontrola správnosti - ich konečné výsledky spolu s vyradenou kartou musia dať súčet nula.
Námet: Môžu hrať aj traja žiaci s celou sadou kariet.

8. **Tvorba príkladov**
Zdroj: vlastný návrh
Pravidlá: Z kariet sa vyradí nula, ostatné sa rozdajú a hráči si ich uložia na ruky. Učiteľ zahlási číslo - výsledok príkladu. Úlohou žiaka je z kariet, ktoré drží v ruke, vybrať dve tak, aby ich súčet alebo rozdiel dával požadovaný výsledok. Ak sa mu to podarí, získava

bod, ak urobí chybu vo výpočte, získava bod protihráč. Ak sa príklad nedá zostaviť, nezískava bod nikto.To isté robí zároveň aj protihráč. Učiteľ potom oznámi ďalšie číslo atď. Použité karty môžu ostávať v hre alebo sa vyraďujú.
Skúsenosti: Hra prebehla veľmi dobre. Ak sa karty do hry vracajú, môže sa hrať ľubovoľne dlho, v opačnom prípade je po čase nemožné zostaviť príklad s daným výsledkom.
Námet: Vyskúšali sme aj takýto variant: Na tabuli bolo napísaných 7 čísel - výsledkov príkladov. Pomocou čo najväčšieho počtu kariet mala dvojica spoločne vytvoriť 3 príklady na sčitovanie s danými výsledkami. Najlepšie sa to podarilo dvojiciam, ktoré použili 19 kariet.

3.2.2 Kto to má

Cieľ hry:
Hra sa môže používať pri akomkoľvek precvičovaní pamäťového počítania, je vhodná pre všetky ročníky ZŠ a nižšie ročníky osemročného gymnázia. Môže byť zameraná na precvičovanie počítania s konkrétnym číselným oborom, na konkrétne počtové výkony alebo môže mať širší záber. Žiaci sa učia pohotovo reagovať, vnímať, sústreďovať sa a cibriť rýchlosť v počítaní. Cennou skúsenosťou je, ak hru vytvárajú samotní žiaci. Ak chcú, aby hra bola pre spolužiakov zaujímavá, ak ju dokážu vytvoriť tak, aby fungovala, musia zapojiť svoje logické myslenie a tvorivosť. Zároveň sa pri tvorbe hry rozvíjajú aj charakterové vlastnosti: čestnosť, spolupráca v skupine a kolektívna zodpovednosť za svoju prácu.

Zdroj: Facunová, 2000

Pomôcky: kartičky s príkladmi a kľúčmi

Popis hry:
K hre je potrebné mať pripravené kartičky, ktoré na začiatku hry rozdáme žiakom. Na každej kartičke je uvedené číslo a kľúč, ktorý povedie k ďalšiemu číslu. Určíme prvého žiaka, ktorý prečíta prvú kartičku. Ďalšiu kartičku číta žiak, ktorý má na svojej kartičke správnu odpoveď na predchádzajúci kľúč. Takto postupne čítajú všetci žiaci svoje kartičky, až kým sa nedôjde znovu k prvej a tým sa hra končí. Žiaci teda musia byť v strehu, počítať spamäti a porovnávať výsledky so svojimi kartičkami. Istou nevýhodou je, že žiaci, ktorí už prečítali svoju kartičku, sa môžu začať nudiť. Preto neodporúčam hru hrať často alebo viackrát za sebou.

Ukážka hry vytvorenej mojimi žiakmi:
Hru vytvorili žiaci tercie. Bola zameraná na počtové výkony s celými číslami, vyskytujú sa v nej aj druhé mocniny, odmocniny a percentá.

Mám 38.	Kto má o 42 menej?
Mám –4.	Kto má 3-krát viac?
Mám –12.	Kto má o 17 viac?
Mám 5.	Kto má jednu polovicu?
Mám 2,5.	Kto má 4-krát viac?
Mám 10.	Kto má 12-krát viac?
Mám 120.	Kto má 80% ?
Mám 96.	Kto má opačné číslo?
Mám –96.	Kto má o 112 viac?
Mám 16.	Kto má druhú odmocninu?

Mám 4.	Kto má 28-krát viac?
Mám 112.	Kto má o 9 viac?
Mám 121.	Kto má 3-krát viac?
Mám 363.	Kto má o 364 menej?
Mám –1.	Kto má o 398 menej?
Mám –399.	Kto má o 412 viac?
Mám 13.	Kto má 9-krát viac?
Mám 117.	Kto má o 105 menej?
Mám 12.	Kto má druhú mocninu?
Mám 144.	Kto má jednu štvrtinu?
Mám 36.	Kto má 6-krát menej?
Mám –220.	Kto má o 380 menej?
Mám –600.	Kto má o 889 viac?
Mám 289.	Kto má druhú odmocninu?
Mám 17.	Kto má o 43 viac?
Mám 60.	Kto má o 22 menej?

Aplikácia a skúsenosti:
Na začiatku hodiny si žiaci zahrali hru, ktorú som im pripravila ja. Tým sa oboznámili s jej pravidlami. Následne sa žiaci rozdelili do trojčlenných skupín a boli vyzvaní k tomu, aby vytvorili podobnú hru na precvičovanie počtových výkonov, ktoré už poznajú. Pri tvorbe hry je potrebné zohľadniť niekoľko faktorov – čísla sa nesmú opakovať, vytvorené kľúče nesmú byť veľmi jednoduché (hráči by sa nudili) ani veľmi zložité (nedali by sa spamäti vypočítať). Tvorbe hry bola venovaná jedna vyučovacia hodina, žiaci potom dostali niekoľko dní na prípravu kartičiek. Nasledovala fáza predvedenia hier – vždy na začiatku vyučovacej hodiny v rámci rozcvičky jedna skupina rozdala spolužiakom svoje kartičky. Po odohraní hry žiaci zhodnotili, ako sa im hra páčila, či príklady boli primerane náročné. Vyskytli sa aj situácie, keď žiaci odhalili, že autori hry urobili pri jej tvorbe numerické chyby. Po vystriedaní všetkých skupín sme spoločne zhodnotili ich prácu a vybrali tri najvydarenejšie hry, ktoré žiaci prezentovali aj v iných triedach.

3.3 Desatinné čísla

Dôležitým pojmom v aritmetike v nižšom strednom vzdelávaní je pojem desatinného čísla. Niekoľko desiatok hodín je venovaných precvičovaniu a upevňovaniu operácií s desatinnými číslami. Na jednej z hodín môžeme žiakov vhodne aktivizovať uvedenými hrami, v ktorých si precvičia sčitovanie, prípadne porovnávanie a násobenie desatinných čísel.

3.3.1 Hry s desatinnými číslami

Zdroj: vlastný návrh

Pomôcky: pero, papier

Verzia A
Pravidlá: Hrajú 3 hráči. Prvý hráč si zvolí číslo z množiny $\{1; 2,4; 3,3; 4; 5,6\}$. Druhý hráč si tiež vyberie číslo z tejto množiny (môže byť aj to isté) a pripočíta ho k číslu prvého hráča.

Rovnako urobí aj tretí hráč a postup sa opakuje. Hráč, ktorý prvý dosiahne (alebo prekročí) súčet 25, získava 2 body a v hre pokračujú iba zvyšní dvaja hráči. Kto z nich prvý dosiahne (alebo prekročí) súčet 40, získava 1 bod. Hra sa opakuje trikrát a body sa sčítajú. Víťazí ten, kto má nakoniec najviac bodov.

Skúsenosti: Hra žiakov zaujala, väčšina trojíc skončila s výsledkom 4 – 3 – 2 body. Často sa dvaja hráči spojili proti tretiemu, prípadne ten, kto už dosiahol (prekročil) súčet 25, taktizoval, komu z dvoch súperov má „nahrať".

Prémiové úlohy:

1. V hre sa dosiahol súčet 20,3. Čo má urobiť hráč, ktorý je na ťahu, aby vyhral?
2. V hre sa dosiahol súčet 31,5. Čo má urobiť hráč, ktorý je na ťahu, aby vyhral? (už sú len dvaja hráči)

Verzia B

Pravidlá: Hrajú dvaja hráči. Prvý hráč napíše ľubovoľné desatinné číslo väčšie ako 0 a menšie ako 5. Druhý hráč k nemu pripočíta opäť ľubovoľné desatinné číslo, ktoré je menšie ako 5, ale ktoré je väčšie ako číslo prvého hráča. Takto hra pokračuje ďalej – každý hráč pripočíta nejaké desatinné číslo, väčšie ako to predchádzajúce, ale menšie ako 5. Vyhrá hráč, ktorý prvý dosiahne (alebo prekročí) súčet 20.

3.3.2 Hra s kockami

Zdroj: Langdon-Cook, 1994, s. 7

Pomôcky: hracia kocka, tabuľky ku hre, malé predmety na zakrývanie (mince, figúrky dvoch farieb)

Pravidlá: Hrajú dvaja hráči, ktorí postupne hádžu kockou. Násobia niektoré z čísel v ľavej tabuľke číslom na hodenej kocke. Zisťujú, či sa výsledok vyskytuje v pravej tabuľke. Ak áno, zakryjú ho. Zvíťazí ten hráč, ktorý prvý ukončí pokrytie troch čísel v rade (riadku, stĺpci alebo uhlopriečke).

Tabulka 1: Tabuľky ku hre s kockami

2,5	3	0,05
1,5	2	0,75
0,5	1	0,25

0,25	2,5	3	15	12	3
6	2	2,5	0,75	1,5	5
1,5	0,5	1,25	1	6	0,05
1	3	0,25	0,5	2	0,75
0,2	1,5	6	4,5	3	1
1,5	1,2	2	7,5	1,5	4

Prameň: Langdon-Cook, 1994, s. 7

Skúsenosti: Nakoľko v pravej tabuľke sa výsledky opakujú, umožňujú žiakom taktizovať, ktoré výsledky zakryjú, aby súperovi znemožnili pokrytie troch čísel. Namiesto zakrývania čísel môžeme použiť aj vyfarbovanie políčok.

3.4 Percentá

Tieto hry je možné zaradiť v období, keď žiaci na hodinách matematiky preberajú výpočet percent a je potrebné, aby túto činnosť precvičovali.

3.4.1 Percentový NIM

Zdroj: Metodické materiály pre učiteľov, 2005, s. 146

Pomôcky: zápalky

Pravidlá: Hru hrajú dvaja hráči. Na začiatku jeden z nich (určený žrebom) vezme napr. 30 zápaliek a rozdelí ich podľa uváženia na dve kôpky. Druhý hráč si potom smie z niektorej kôpky vziať zápalky, pričom je povolené vziať si najviac 30% väčšej kopy a najviac 70% menšej kopy. Ak napríklad prvý hráč rozdelil zápalky na kopy 20 a 10, smie si druhý hráč vziať maximálne 6 zápaliek z väčšej kopy a maximálne 7 zápaliek v menšej kopy (nie však oboje naraz). Po odobratí zápaliek zvyšné zápalky opäť rozloží (podľa vlastného uváženia) na dve kopy a predloží ich súperovi, ktorý si z niektorej z nich môže vziať zápalky. Platia však rovnaké obmedzenia. Vyhráva hráč, ktorý má na konci hry viac zápaliek. Hra končí v okamihu, keď už zo žiadnej kopy nemožno odobrať zápalky zachovajúc pravidlá.

Skúsenosti: Keďže existuje istá výhoda začínajúceho, je vhodné hrať hru dvakrát, pričom sa úlohy hráčov vymenia a získané počty zápaliek sa spočítajú.

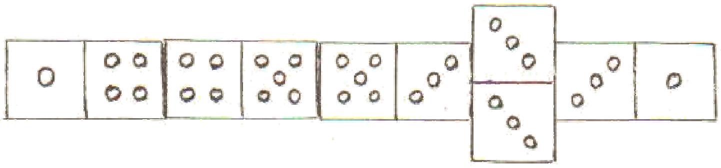
3.4.2 Percentové domino

Domino je veľmi známa hra, pôvabné čierne drevené doštičky so striebornými očkami sú iste v mnohých domácnostiach, kde majú deti. Do Európy sa domino dostalo pomerne nedávno, až v 18. storočí, ale na Ďalekom východe má omnoho staršiu tradíciu. Vymysleli ho Číňania, podľa niektorých historických prameňov v ôsmom, podľa iných v treťom storočí. Jednu sadu tvorí 28 hracích kameňov.

Zdroj: Zapletal, 1986, s. 424-425

Pravidlá hry Domino so zálohou: Dominové kamene sa položia lícom dole na stôl, zamiešajú sa a obaja hráči si vezmú po 7 kameňoch. Zvyšných 14 kameňov ponechajú v zálohe, lícom dole. Kto vyhrá los, položí prvý kameň doprostred stola lícom nahor, vytvorí tak základ radu. Potom sa hráči striedajú a prikladajú kamene podľa týchto pravidiel:

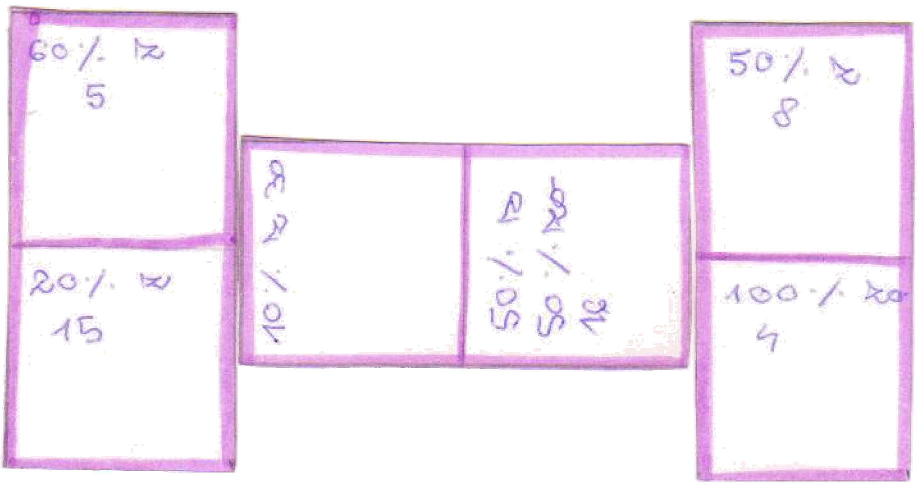
1. Kamene sa môžu k sebe prikladať iba políčkami s rovnakým počtom bodov.
2. Kamene s rôznymi polovicami sa kladú na dĺžku, kamene s dvoma rovnakými polovicami na výšku (obrázok 3).



Obrázok 3: Ukážka kladenia dominových kameňov
Prameň: Zapletal, 1986, s. 424

3. Každý ďalší kameň môže byť priložený iba na jeden či druhý koniec radu.
4. Hráč, ktorý nemôže priložiť vhodný kameň, smie si vziať jeden kameň zo zálohy. Ak sa mu nehodí ani tento, berie kamene zo zálohy tak dlho, až dostane taký, ktorý môže priložiť, alebo pokiaľ celú zálohu nevyčerpá. Zo zálohy vezme kameň aj v takom prípade, ak sa mu podarilo všetky svoje kamene priložiť a prišiel práve na rad.
5. Po vyčerpaní zálohy hra pokračuje ďalej. Kto priloží k radu posledný zo svojich kameňov, zvolá „domino“ a stáva sa víťazom.
6. Ak majú obaja hráči v rukách ešte kamene, ale žiaden už nemôže priložiť k radu svoj kameň, hra sa ocitla v slepej uličke. Súperi si vzájomne ukážu dominové kamene, ktoré im ostali. Víťazí ten, kto má na svojich zvyšných kameňoch menší súčet bodov.

Percentové domino: V tomto variante hry na dominových kameňoch nie sú body, ale jednoduché príklady na počítanie spamäti. Kamene sa k sebe prikladajú políčkami, ktoré dávajú rovnaký výsledok (obrázok 4).



Obrázok 4: Ukážka kladenia hracích kameňov v hre Percentové domino
Prameň: vlastný návrh

Dominové kamene vytvárali dvojice žiakov, vznikla tak zbierka domín, ktoré sa používali na začiatku vyučovacej hodiny ako rozcvička.

Pomôcky: kartičky s príkladmi

Ukážka hry vytvorenej mojimi žiakmi:

príklad	výsledok	príklad	výsledok	príklad	výsledok
25% z 0	0	1% z 1000	1	50% z 50% z 12	3
0% z 1	0	1% z 4000	4	50% z 50% z 20	4
0% z 9	0	100% z 50% z 2	1	50% zo 6	3
10% z 10	1	10% z 50	5	33,3% z 18	6
0% z 8	0	10% zo 100	1	50% z 8	4
10% z 20	2	6% zo 100	6	100% zo 4	4
78% z 0	0	1% z 2000	2	25% zo 16	4
25% z 12	3	33,3% zo 6	2	50% z 10	5
58% z 0	0	50% z 50% z 8	2	33,3% z 12	4
4% zo 100	4	100% z 50% zo 6	3	50% zo 100% z 12	6
0% zo 100	0	40% z 5	2	20% z 25	5
33,3% z 15	5	25% z 8	4	100% z 50% z 10	5
50% z 0	0	80% z 2,5	2	12,5% zo 40	5
100% z 50% z 12	6	100% z 5	5	10% z 60	6
1% zo 100	1	5% zo 40	2	50% z 12	6
20% z 5	1	12,5% zo 48	6	100% z 6	6
25% zo 4	1	60% z 5	3		
100% z 50% zo 4	2	20% z 15	3		
50% z 2	1	10% z 30	3		
3% zo 100	3	50% z 50% zo 16	4		

3.5 Mocniny a odmocniny

3.5.1 Kvadrát

Táto hra sa dá pekne využiť v tematickom celku druhá mocnina a odmocnina. Je veľmi podobná hre Sto, najmä vo svojej stratégii. Žiaci si tu musia uvedomiť, ktoré čísla do 80 sú druhými mocninami. Navyše však musia zistiť, že druhé mocniny nie sú v postupnosti prirodzených čísel rozmiestnené rovnomerne, a že rozdiel medzi nimi sa postupne zväčšuje.

Zdroj: Burjan-Burjanová, 1991, s. 27

Pomôcky: nie sú potrebné, pre lepšiu kontrolu ťahov je však vhodné zapisovať ich na papier

Pravidlá: Hru hrajú dvaja hráči, ktorí striedavo hlásia čísla z množiny $\{1, 2, ..., 10\}$, pričom ich hlášky sa sčitujú. Jednotlivé hlášky nemusia byť navzájom rôzne. Hra končí po sčítaní 8 čísel. Cieľom prvého hráča je, aby výsledný súčet nebol druhou mocninou prirodzeného čísla. Druhý hráč sa snaží o opak. Vyhráva hráč, ktorý dosiahne svoj cieľ.

Optimálna stratégia: Začínajúci hráč vyhrá, ak začne hláškou 3, 4 alebo 5. V ďalšom bude hlášky súpera dopĺňať do súčtu 11.

3.5.2 Dyáda

Zdroj: Burjan-Burjanová, 1991, s. 30

Pomôcky: nie sú potrebné, pre lepšiu kontrolu ťahov je však vhodné zapisovať ich na papier

Pravidlá: Hru hrajú dvaja hráči, ktorí striedavo od počiatočného čísla napr. 100 odpočítavajú ľubovoľné mocniny dvoch (tieto sa môžu opakovať). Hráč, ktorý po odčítaní dostane výsledok 0, vyhráva.

Skúsenosti: Hru sme hrali v kvarte na cvičeniach z matematiky. Jeden týždeň prebehol turnaj chlapcov proti dievčatám, ktorý bol však dosť dlhý. O týždeň sme sa vrátili ku hre, i keď záujem žiakov značne ochabol. Analýzou hry od konca sme hľadali strategické pozície. Už po 3 číslach deti prišli na to, že ide o násobky troch. Spoločnými silami sme zdvôvodnili, že sa na takúto pozíciu vieme vždy dostať, ale súper nie. Žiaci už potom sami povedali začiatočný víťazný ťah: 100 – 1 = 99 alebo 100 – 4 = 96 alebo 100 – 16 = 84 alebo 100 – 64 = 36.

3.5.3 Ukryté príklady

Zdroj: Vankúš, 2010, s. 50

Pomôcky: každý žiak dostane číselnú tabuľku (tabuľka 2)

Tabuľka 2: Číselná tabuľka k hre Ukryté príklady, zameraná na druhú a tretiu mocninu

2	3	8	3	5	- 1
11	2	121	3	7	2
$\frac{1}{2}$	4	125	27	2	1
- 5	2	- 2	1	49	77
64	16	$\frac{1}{4}$	3	3	$-\frac{1}{2}$
$\frac{1}{2}$	3	$\frac{1}{8}$	36	- 8	1

Prameň: Vankúš, 2010, s. 50

Pravidlá: Úlohou žiakov je v rámci radov, stĺpcov a diagonál tabuľky vyhľadať trojice čísel. Pre trojicu musí platiť vzťah, že ako výsledok numerickej operácie, ktorej argumentmi sú prvé dva údaje (ich sčítaním, odčítaním, násobením, delením, umocnením prvého na mocninu, ktorej mocniteľ je daný druhým údajom atď.) dostaneme tretí údaj v poradí. Vyhľadané trojice vo forme početnej operácie zapisujú žiaci na hárok papiera. Cieľom je nájsť čo najviac „ukrytých príkladov“.

Riešenie: V tejto tabuľke možno nájsť tieto príklady: $2^3 = 8;\ 11^2 = 121;\ \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8};\ 4^2 = 16;$ $3^3 = 27;\ 7^2 = 49;\ (-1)^2 = 1;\ \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4};\ (-2)^3 = -8;\ 1^3 = 1;\ 5^3 = 125.$

3.6 Deliteľnosť čísel

Základnými pojmami teórie čísel sú deliteľ a násobok. Nasledujúce hry umožňujú žiakom pracovať s týmito pojmami v netradičnej polohe, všimnúť si aj také vlastnosti čísel, ktoré pri bežnom riešení úloh z učebnice unikajú.

3.6.1 Prim

Hra Prim je zameraná na pojem súdeliteľných a nesúdeliteľných čísel. Má kauzálnu optimálnu stratégiu, ktorú je možné nájsť logickou analýzou hry.

Zdroj: neznámy (autorom hry je pravdepodobne Allan Tritter)

Pomôcky: zápalky

Pravidlá: Dvaja hráči hrajú takúto hru: Na začiatku sú na stole dve kopy po 7 zápaliek. Hráč, ktorý je na ťahu, môže z ľubovoľnej kopy zobrať taký počet zápaliek, ktorý je nesúdeliteľný s počtom zápaliek na kope. Hráč však môže vziať aj naraz z oboch kôp rovnaký počet zápaliek, ktorý však musí byť nesúdeliteľný s oboma počtami zápaliek na kopách. Vyhráva hráč, ktorý zo stola vezme poslednú (alebo posledné) zápalky.

Stratégia: Začínajúci hráč vyhrá, ak po každom jeho ťahu ostane na oboch kôpkach párny počet zápaliek. Druhý hráč z takýchto kôp môže vziať iba nepárne počty zápaliek, tzn. že po ťahu druhého hráča ostane aspoň v jednej kope nepárny počet zápaliek. Začínajúci hráč tieto kopy jednoduchým ťahom (napr. vezme 1 zápalku) upraví opäť na párne. Takto hra pokračuje, kým nevezme poslednú (alebo posledné) zápalky.

Skúsenosti:
Hru som odskúšala v dvoch rôznych kolektívoch. V prvom, zvyknutom hrávať matematické hry, sa po vysvetlení pravidiel žiaci hneď pustili do zohrávok. Väčší problém spôsobilo iba číslo 1 – je alebo nie je súdeliteľné s ostatnými číslami? Po čase niekoľko žiakov prišlo na vyhrávajúci ťah – na začiatku zobrať z oboch kôp po 5 zápaliek. Tento ťah od nich odpozorovali ďalší žiaci a tak odmietli zorganizovať turnaj – považovali ho za nespravodlivý pre druhého hráča. Preto som ich vyzvala, aby vyhrali nado mnou, ak ani jeden z nás nepoužije nimi objavený strategický ťah. V triede vznikla vášnivá hráčska klíma, túžba vyhrať nado mnou bola obrovská. Žiaci si robili poradovník, kto bude so mnou hrať, všetky súboje komentovali. Tí, ktorým sa podarilo vyhrať, sa stali hviezdami triedy.
V druhom kolektíve sa žiakom pravidlá spočiatku zdali jasné, ale v priebehu hry sa ukázali viaceré nejasnosti, často si chodili pýtať radu. Najproblémovejšia bola situácia, keď na stole

ostanú dve zápalky – ak sú z jednej kopy, nesmú sa vziať obe naraz, ale ak sú z rôznych kôp, môžu sa vziať naraz. Po vysvetlení chýb sa uskutočnil rýchly vyraďovací turnaj jednotlivcov. Ukázalo sa však, že aj v jeho priebehu niektorí žiaci nedodržiavali pravidlá a ani víťazka turnaja nebola schopná vysvetliť, ako postupovala.

3.6.2 Žraloci a kosatky

Zdroj: Houška, 1991, s. 270

Pomôcky: K tejto hre dvoch hráčov je potrebný hrací plán (obrázok 5) a 2 x 15 figúrok.

Pravidlá: Na začiatku hráči rozostavia figúrky v časti označenej hrubou čiarou. Potom striedavo ťahajú. Pohyb figúrok je možný vo zvislom a vodorovnom smere, ale iba o toľko polí, koľkými možno deliť číslo, na ktorom figúrka stojí. Preskočením nepriateľskej figúrky je táto vyradená z hry. Víťazí hráč, ktorému sa podarí znemožniť súperovi ťah.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Obrázok 5: Hrací plán k hre Žraloci a kosatky

Prameň: Houška, 1991, s. 271

Skúsenosti: Hra trvá pomerne dlho a väčšinou končí nerozhodne.

3.6.3 Cesta domov

Zdroj: Vankúš, 2010, s. 27

Pomôcky: Žiaci dostanú tabuľku číselných údajov (tabuľka 3) s označením vstupu (začiatok cesty) a výstupu (dom).

Tabuľka 3: Číselná tabuľka k hre Cesta domov, určená pre deliteľnosť šiestimi

174	9	51	135	18	26	39	54	44	18
36	25	39	18	21	156	81	27	333	31
84	12	42	82	36	57	63	54	32	35
8	127	78	99	204	111	9	303	49	108
144	16	18	102	96	6	47	36	105	42
72	64	6	101	44	60	103	261	77	51
11	98	19	24	67	24	25	222	29	36
45	106	15	21	108	48	132	30	72	168
33	24	12	66	94	13	27	42	90	24
18	72	55	14	22	18	38	204	108	54

Prameň: Vankúš, 2010, s. 28

Pravidlá: Úlohou žiakov je nájsť cestu spájajúcu začiatok cesty s domom. Pritom sa žiak môže pohybovať len po číslach, ktoré sú deliteľné daným číslom a to len vodorovným a zvislým smerom, nikdy nie diagonálne. Úlohou je nájsť správnu cestu domov resp. ak existujú, tak čo najviac správnych ciest domov.

Riešenie: V tejto tabuľke existuje 12 rôznych ciest domov, uvediem jedno žiacke riešenie (tabuľka 4).

Tabuľka 4: Žiacke riešenie hry Cesta domov

174	9	51	135	18	26	39	54	44	18
36	25	39	18	21	156	81	27	333	31
84	**12**	**42**	82	36	57	63	54	32	35
8	127	**78**	99	204	111	9	303	49	108
144	16	**18**	**102**	**96**	**6**	47	36	105	42
72	64	6	101	44	**60**	103	261	77	51
11	98	19	24	67	**24**	25	222	29	36
45	106	15	21	108	**48**	**132**	**30**	**72**	168
33	24	12	66	94	13	27	42	**90**	24
18	72	55	14	22	18	38	204	**108**	**54**

Prameň: vlastný návrh

3.6.4 Domino so štvorkami

Zdroj: Zapletal, 1986, s. 426-427

Pomôcky: 28 dominových kameňov, počítacie drievka (napríklad zápalky)

Pravidlá: S dominovými kameňmi sa hrá základná hra (pravidlá sú uvedené v kapitole 3.4.2), ale priebeh partie sa hodnotí inak. Každý hráč sa snaží priložiť kamene tak, aby súčet bodov na vonkajších políčkach oboch krajných kameňov v rade bol deliteľný štyrmi. Zakaždým, keď sa to niektorému hráčovi podarí, dostane zo spoločného banku jedno, dve alebo tri počítacie drievka. Jedno drievko za súčet štyri (napríklad na jednom konci končí rad políčkom s jedným bodom, na druhom konci políčkom s tromi bodmi). Dve drievka za súčet osem (napríklad tri a päť). Tri drievka za súčet dvanásť (šesť a šesť). Na konci hry sa neprihliada na počet zvyšných kameňov a bodov, víťazí hráč s väčším počtom drievok.

Skúsenosť: Na začiatku hry je potrebné dohodnúť, či sa na kameňoch uložených na šírku (s rovnakými políčkami), bude počítať len jedno políčko alebo obe. V prípade, že sa počítajú obe políčka, môže vzniknúť aj súčet 16. Rozdávanie počítacích drievok je možné nahradiť zapisovaním bodov.

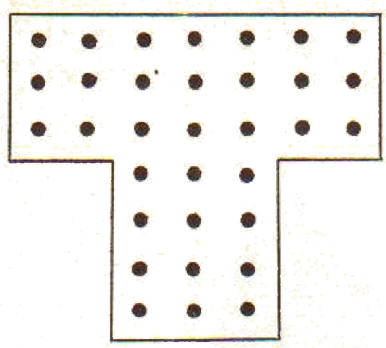
3.7 Geometria a meranie

3.7.1 Čajová hra

V učive geometrie žiaci upevňujú a prehlbujú svoje poznatky o štvorci. Ak však majú štvorec znázorniť, v drvivej väčšine budú strany štvorca rovnobežné s krajmi zošita či tabule. Tým ale dochádza k určitému schématizmu – žiaci majú problém spoznať štvorec v inej polohe, zamieňajú ho s kosoštvorcom a pod. Formou matematickej hry však môžeme veľmi dobre všetkých žiakov aktivizovať pri spoznávaní štvorca v rôznych polohách a veľkostiach.

Zdroj: Burjan-Burjanová, 1991, s. 109

Pomôcky: hrací plán (obrázok 6), farebné ceruzky

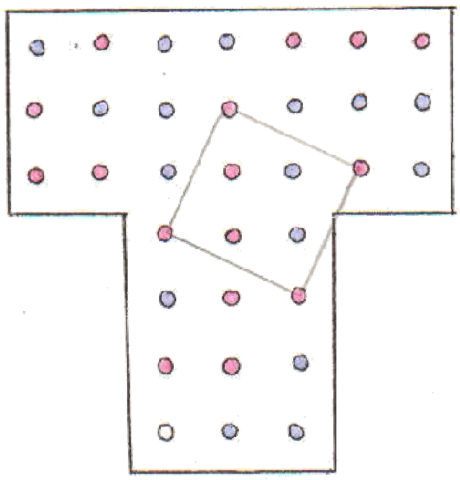


Obrázok 6: Hrací plán k Čajovej hre

Prameň: Burjan-Burjanová, 1991, s. 109

Pravidlá: Dvaja hráči striedavo zafarbujú kolieska v hracom pláne svojou farbou s cieľom vytvoriť čo najviac štvorcov, t.j. zafarbiť svojou farbou 4 kolieska nachádzajúce sa na vrcholoch ľubovoľného, aj šikmo umiestneného štvorca. Po 32 ťahoch (jedno koliesko ostane prázdne) sa spočíta, ktorý hráč utvoril väčší počet štvorcov (ich veľkosť nerozhoduje) – ten vyhráva.

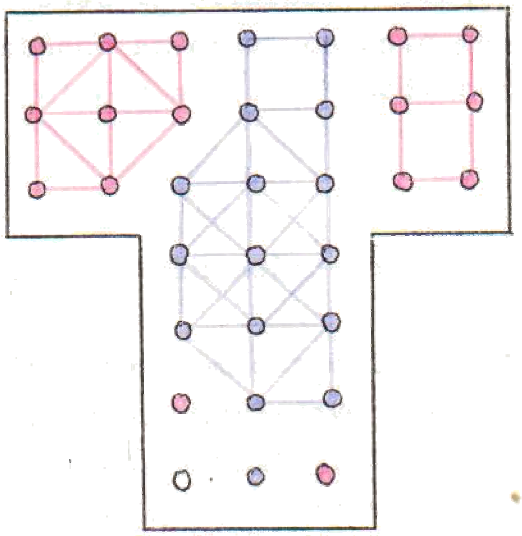
Skúsenosti: Ako som predpokladala, žiaci spočiatku vyznačovali aj útvary, ktoré neboli štvorcami – kosoštvorce a obdĺžniky. Njadlhšie trvalo objavenie štvorca v netypickej šikmej polohe (celkovo možno na pláne nájsť 37 štvorcov 5 rôznych druhov). V sporných prípadoch som musela žiakov rozsúdiť použitím vopred pripravenej šablóny. Po úvodných rozohrávajúcich partiách sme spoločne na tabuľu znázornili všetky typy štvorcov. Nasledoval turnaj dvojčlenných družstiev, počas ktorého sa súťaživo-hravá klíma vystupňovala. Žiaci so záujmom sledovali priebeh turnaja, radili si a komentovali vzájomné súboje. Keďže ide o hru takticky zvládnuteľnú, hráči postupne získavali cit pre výhodné a nevýhodné ťahy. Väčšina žiakov sa snažila budovať si vlastné štvorce, pričom ale ostražito sledovali súperove ťahy a snažili sa rušiť jeho štvorce. Preto veľa zápasov skončilo s pomerne nízkym bodovým ziskom. Štyri zápasy skončili 0 : 0, avšak dodatočný rozbor ukázal, že žiaci nenašli správne vytvorené štvorce, pričom vždy išlo o ten istý typ štvorca (obrázok 7).



Obrázok 7: Problematický typ štvorca

Prameň: vlastný návrh

Zaujímavý zápas je znázornený na obrázku 8 – je zrejmé, že každý sa usiloval o budovanie vlastných štvorcov a nevšímal si súpera.

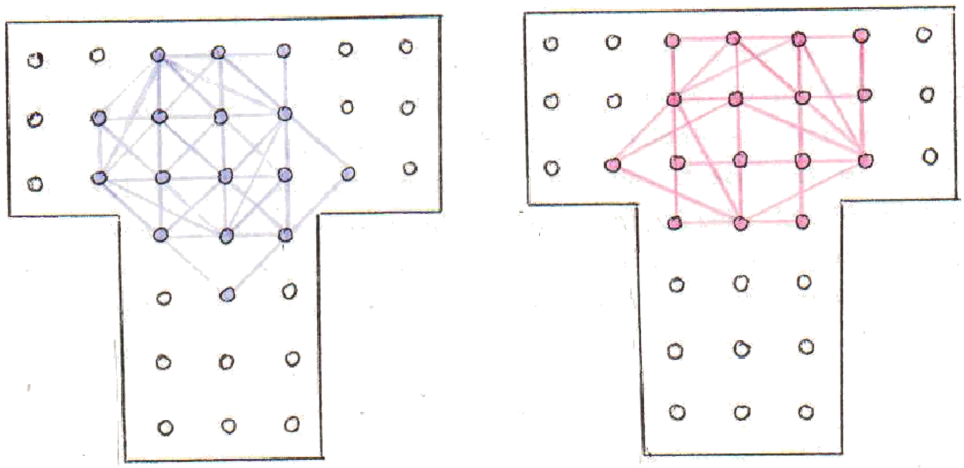


Obrázok 8: Konkrétny priebeh hry

Prameň: vlastný návrh

Prémiová úloha: Aký najväčší počet štvorcov môže teoreticky získať jeden hráč (má 16 ťahov)? Nakresli.

Žiacke riešenia: Ako najväčší možný počet štvorcov dvaja žiaci zhodne uviedli číslo 17 (obrázok 9). Na oboch plánoch je však možné nájsť 19 štvorcov – obaja zabudli na niektoré šikmo umiestnené štvorce, v pláne vpravo je navyše vyznačený jeden deltoid a jeden kosodĺžnik.



Obrázok 9: Riešenie prémiovej úlohy

Prameň: vlastný návrh

3.7.2 Štvorcofóbia

S rovnakým zámerom ako predchádzajúcu hru možno použiť aj Štvorcofóbiu.

Zdroj: Burjan-Burjanová, 1991, s. 108

Pomôcky: štvorčekový papier, pero

Pravidlá: Hru hrajú dvaja hráči na štvorčekovom papieri, na ktorom je vyznačený štvorec $n \times n$ $(n \geq 6)$. Striedavo umiestňujú do jeho voľných políčok svoje znaky (krížiky, kolieska). Prehráva hráč, ktorého niektoré 4 znaky vytvoria vrcholy mysleného štvorca, hoci aj šikmo umiestneného.

3.8 Súmernosť v rovine

Cieľom uvedených hier je aktivizovať žiakov pri práci so stredovo súmernými útvarmi – okrem úlohy zobraziť útvar v stredovej súmernosti musia v priebehu hry riešiť aj ďalšie – nájsť stred súmernosti dvoch útvarov, umiestniť útvar tak, aby sa nedal zobraziť a pod. Aj keď tieto hry patria medzi neprehľadné, je v nich žiaduce uvažovať aspoň jeden krok dopredu.

3.8.1 Mechúrik Koščúrik

Hru môžeme uviesť prečítaním klasickej rozprávky od Pavla Dobšinského Mechúrik-koščúrik s kamarátmi. V jej závere sa Mechúrik nafúkne tak, že praskne.

Zdroj: Hejný, 1990, s. 33

Pomôcky: štvorčekový papier, pero

Pravidlá: Hru hrajú dvaja hráči na štvorčekovom papieri, na ktorom je vyznačený obdĺžnik 8 x 9. Prvý hráč zvolí ľubovoľný štvorček v obdĺžniku, vpíše doň 1 a povie: "Mechúrik sa narodil". Druhý hráč zvolí mrežový bod v obdĺžniku, vyznačí štvorček súmerne združený s prvým podľa tohto bodu a povie: "Mechúrik si poskočil". Potom zvolí jeden zo susedných štvorčekov nového Mechúrika, do oboch vpíše 2 a zahlási: "Mechúrik sa nafúkol, je dvojmechový". Pokračuje prvý hráč. Najprv nechá pomocou stredovej súmernosti Mechúrika poskočiť a potom ho pridaním ďalšieho štvorčeka nafúkne. Takto sa hráči striedajú. Prehráva hráč, ktorému Mechúrik praskne, t.j. padne aspoň jedným štvorčekom von z obdĺžnika alebo do už vyplneného útvaru.

Skúsenosti: Spočiatku žiaci ku hre pristupovali rezervovane, bez výraznejšieho nadšenia, skôr vyčkávali, čo ich čaká - tušili, že to nebude jednoduché. Avšak už v priebehu prvej partie začala vznikať spontánna tvorivá atmosféra, navzájom sa informovali o svojich objavoch, vysvetľovali si príčiny výhry a prehry. Niektorí mali v úvodných zohrávkach problémy s hľadaním obrazu v stredovej súmernosti, postupne si však všetci našli spôsob, ako zobrazovať.

Prémiové úlohy:

1. Zistite, kto vyhrá v rozohratej partii na obrázku 10 a zdvôvodnite.

	1	**3**	**3**	
			3	
		2	**2**	

Obrázok 10: Prémiová úloha č. 1

Prameň: vlastný návrh

2. Aký najväčší Mechúrik môže teoreticky vzniknúť na hracej ploche 8 x 9?
3. Znázornite taký priebeh hry na ploche 8 x 9, v ktorom bude Mechúrik čo najväčší.

Žiacke riešenia:

1. Vyhráva, kto je na ťahu. Ďalší ťah bude číslo 4. Vyšrafované políčka sú miesta umiestnenia ďalšieho štvorčeka. Jasne vidno (obrázok 11), že ďalej sa pokračovať nedá.

	1	**3**	**3**	
/////			**3**	
4	/////			
4	**4**	**2**	**2**	

Obrázok 11: Riešenie 1. prémiovej úlohy

Prameň: žiacke riešenie

2. Všetkých políčok je 8 x 9 = 72. Postupne od toho odpočítavame nasledujúce ťahy, to je: 72 – 1, 71 – 2, ... Až sa dostaneme k číslu, od ktorého sa už nedá nasledujúce číslo odpočítať: 72-71-69-66-62-57-51-44-36-27-17-6. Najväčší môže byť 11-mechový.

3. Mechúrik je najviac 9 – mechový.

		9	**9**	**9**				
		9	**9**	**9**		**8**	**8**	
		9	**9**	**9**	**8**	**8**	**8**	
					8	**8**	**8**	
		7	**7**	**7**	**6**	**6**	**6**	
		7	**7**	**7**	**6**	**6**	**6**	
	2	**3**	**7**	**4**	**4**	**5**	**5**	
1	**2**	**3**	**3**	**4**	**4**	**5**	**5**	**5**

1					**8**	**9**	**9**	
3	**2**			**7**	**8**	**9**		
3	**2**		**6**	**7**	**8**	**9**		
3		**5**	**6**	**7**	**8**	**9**		
	4	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**		
	4	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**		
	4	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**		
	4	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**		

Obrázok 12: Riešenie 3. prémiovej úlohy

Prameň: žiacke riešenie

3.8.2 Mentala

Zdroj: neznámy (autorom hry je pravdepodobne Draján Mentuldesku)

Pomôcky: šachovnica 8 x 8, po 4 figúrky 4 rôznych farieb

Pravidlá: Hru hrajú štyria hráči na šachovnici 8 x 8, každý z nich má štyri figúrky svojej farby. Na začiatku má každý hráč svoje figúrky na štyroch políčkach tvoriacich štvorec 2 x 2 v jednom rohu šachovnice. Hráči ťahajú v poradí určenom smerom pohybu hodinových ručičiek. Ťahať znamená premiestniť figúrku na políčko, ktoré je stredovo súmerné s jeho pôvodnou polohou podľa niektorej svojej figúrky. Ak sa figúrka zobrazí na políčko, kde stojí súperova figúrka, vyradí ju z hry. Ak už hráč nemôže ťahať, hry sa zúčastňuje len pasívne. Cieľom hry je uchovať si čo najväčšiu pohyblivosť. Hra končí, keď sa môže pohybovať len jeden hráč, alebo ked sa už hráči navzájom nemôžu ohroziť. Výsledné poradie sa určuje podľa počtu políčok, na ktoré sa hráč ešte môže dostať.

ZÁVER

Moje viacročné skúsenosti s matematickými hrami potvrdzujú, že ide u žiakov o veľmi obľúbenú formu práce. Dovoľujem si tvrdiť, že pravidelné a premyslené zaraďovanie týchto hier do výchovno-vzdelávacieho procesu prehlbuje a upevňuje kladný vzťah k matematike. Už svojou štruktúrou vzbudzujú záujem žiakov, plne ich aktivizujú, nakoľko sú priamo vtiahnutí do diania. Ďalej im hra okamžite poskytuje spätnú väzbu o správnosti ich uvažovania. I keď každý žiak má iný vzťah k hre, usmernením ich záujmu, pochvalou či odmenou možno strhnúť všetkých. Navyše na hrách, ktorých optimálna stratégia je založená na istej matematickej teórii, im môžeme názorne ilustrovať „moc“ matematiky a logického rozmýšľania. Žiak tak získa cennú skúsenosť, že múdrejší vyhráva.

Žijeme v tisícročí, v ktorom sa doslova na každom kroku stretávame s novými vedeckými poznatkami, sme zavalení množstvom informácií. V takejto situácii neoceňujeme ani tak množstvo vedomostí, ako skôr schopnosť človeka rýchle sa prispôsobiť, obohacovať staré poznatky a prijímať nové. Ako si však udržať nevyhnutnú myšlienkovú sviežosť a pružnosť? Jednou z možností môže byť práve hra. Hra nielen ako spôsob krátenia dlhej chvíle, ale dobrá hra ako spôsob rozvoja tvorivého myslenia, ako zdroj zdravého súťaženia a inšpirácie.

Umožnime teda našim žiakom, aby sa hrali. A hrajme sa s nimi.

ZOZNAM BIBLIOGRAFICKÝCH ZDROJOV

1. BURJAN, V. 1984. Chvála matematických hier. In: *Matematické obzory*, č. 23, 1984, s. 73-83. Bratislava : Alfa

2. BURJAN, V. – BURJANOVÁ, Ľ. 1991. *Matematické hry*. Bratislava : Pytagoras, 1991. ISBN 80-85409-00-3

3. ČESENEK, J. et al. 1990. *Zbierka úloh z matematiky pre 5. ročník ZŠ*. Bratislava : SPN, 1990. ISBN 80-08-00549-1

4. FACUNOVÁ, D. 2000. Matematické hry. In: *Orava Journal*, 2000, [online], máj 2000, [cit. 2001-10-02], < http://www.zdruzenieorava.sk/journal/2000/maj_06.html>

5. GÁBOR, O. – KOPANEV, O. – KRIŽALKOVIČ, K. 1989. *Teória vyučovania matematiky 1.* Bratislava : SPN, 1989. ISBN 80-08-00285-9

6. GROŠEK, O. – HORÁK, P. 1980. Úlohy pre prácu matematických krúžkov. In: *Matematické obzory*, č. 15, 1980. Bratislava : Alfa.

7. HEJNÝ, M. 1990. Aj geometria naučila človeka myslieť, 2. vydanie. Bratislava : SPN, 1990. ISBN 80-08-00542-4

8. HOUŠKA, T. 1991. *Škola hrou.* Praha : Houška Tomáš, 1991. ISBN 80-9007-047-7

9. JEDINÁK, D. 1982. Motivácia ako podstatná súčasť vyučovania matematiky. In: *Matematika a fyzika ve škole*, 1982/83, č. 13, s. 297-301

10. KOLBASKÁ, V. 2006. *Hra ako integračný prostriedok vo vyučovaní matematiky základných škôl*. Bratislava : Metodicko-pedagogické centrum v Bratislave, 2006. ISBN 80-8052-276-6

11. *Metodické materiály pre učiteľov*. Bratislava : P-MAT n.o., 2005. ISBN 80-969395-0-5

12. LANGDON, N. – COOK, J. 1994. *Matematika*. Ostrava : Blesk, 1994

13. REPÁŠ, V. et al. 1995. *Matematika pre 5. ročník ZŠ, 4.časť*, experimentálny učebný text. Bratislava : Orbis Pictus Istropolitana, 1995. ISBN 80-7158-077-5

14. VANKÚŠ, P. 2010. *Zbierka didaktických hier určených pre vyučovanie matematiky na druhom stupni základnej školy*. Bratislava : KEC FMFI UK Bratislava, 2010. ISBN 978-80-89186-61-7

15. ZAPLETAL, M. 1986. Hry v klubovně. Praha : Olympia, 1986.