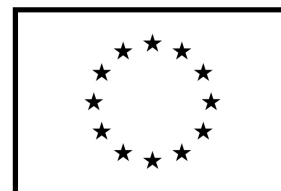




**mpc**  
METODICKO-PEDAGOGICKÉ CENTRUM



**Európska únia**  
Európsky sociálny fond

Moderné vzdelávanie pre vedomostnú spoločnosť / Projekt je spolufinancovaný zo zdrojov EÚ

RNDr. Renáta Kunová PhD.

# Návrh maturitných zadaní v predmete matematika

Osvedčená pedagogická skúsenosť edukačnej praxe

Osvedčená skúsenosť odbornej praxe

Bratislava

2012

**Vydavateľ:** Metodicko-pedagogické centrum, Ševčenkova 11,  
850 01 Bratislava

**Autor OPS/OSO:** RNDr. Renáta Kunová, PhD.

**Kontakt na autora:** Gymnázium Janka Kráľa, Ul. SNP 3, Zlaté Moravce, 953 01  
kunovarenata@gmail.com

**Názov OPS/OSO:** Návrh maturitných zadaní v predmete matematika

**Rok vytvorenia OPS/OSO:** 2012

**Odborné stanovisko vypracoval:** RNDr. Ľuboslava Ferčíková

Za obsah a pôvodnosť rukopisu zodpovedá autor. Text neprešiel jazykovou úpravou.

Táto osvedčená pedagogická skúsenosť edukačnej praxe/osvedčená skúsenosť odbornej praxe bola vytvorená z prostriedkov projektu Profesionálny a kariérový rast pedagogických zamestnancov. Projekt je financovaný zo zdrojov Európskej únie.

## **Kľúčové slová**

Maturitné zadania z matematiky

## **Anotácia**

Tento pracovný materiál je tvorený pre učiteľov matematiky stredných škôl, kde žiaci maturujú z predmetu matematika. Má byť pre nich pomôckou – návodom – bankou úloh. Práca obsahuje dve kapitoly. V prvej kapitole popisujeme reformu maturitnej skúšky – zavedenie externej a internej časti MS a požiadavky, ktoré musí zvládnuť žiak – maturant v matematike. Druhá kapitola je hlavnou časťou práce, je to návrh 30 maturitných zadaní s tromi úlohami, ktoré sú vypracované v súlade s Cieľovými požiadavkami na vedomosti a zručnosti maturantov z matematiky.

Môže slúžiť učiteľovi na precvičovanie učiva, ale je aj vhodnou pomôckou pre žiakov, lebo simuluje atmosféru ústnych maturitných skúšok.

Jednotlivé úlohy v zadaniach si môže učiteľ modifikovať v závislosti od kognitívnej úrovne žiakov, ich individuálnych potrieb.

## OPIS OPS

Takto koncipované maturitné zadania máme overené od školského roku 2007/2008. V priebehu rokov sme zmenili počet zadaní (zo 40 zadaní na 30). Každoročne dochádza k úpravám zadaní v závislosti od skúseností, ktoré získame v priebehu maturít. Snažíme sa, aby úlohy dodržiavali časový harmonogram skúšok, teda neboli príliš zdĺhavé a ani príliš jednoduché. Naša OPS obsahuje návrh 30 maturitných zadaní s tromi úlohami, ktoré obsahom zodpovedajú Štatnému vzdelávaciemu programu a Cieľovým požiadavkam na vedomosti a zručnosti maturantov z matematiky.

### Kontext a rámec

**OPS Matematika.**

**Typ školy:** stredná – gymnázium – vyššie sekundárne vzdelávanie

Maturitné zadania sú vypracované v súlade s Štátnym vzdelávacím programom pre gymnázia v Slovenskej republike, ISCED 3A – vyššie sekundárne vzdelávanie a Cieľovými požiadavkami na vedomosti a zručnosti maturantov z matematiky.

### Špecifikácia cieľovej skupiny

*OPS je určená pre:*

**Kategórie pedagogických zamestnancov:** učiteľ

**Podkategória kategórie učiteľ:** učiteľ strednej školy - stredné všeobecné vzdelávanie

**Vzdelávacia oblasť:** matematika a práca s informáciami

**Škola, ročník:** stredná – gymnázium, štvrtý

**Predmet:** matematika

### Hlavný cieľ

**Hlavným cieľom je:**

Cieľom OPS je poskytnúť učiteľom návod – možnosť ako koncipovať maturitné zadania z matematiky, ako žiakom pomôcť prekonať obavy z maturity z matematiky.

### Vymedzenie kompetencií

Kompetencie, ktoré má získať žiak – maturant z predmetu matematika:

- Má vedomosti, schopnosti a zručnosti z rôznych oblastí učiva stredoškolskej matematiky – algebra, analýza, planimetria, stereometria, kombinatorika, pravdepodobnosť a štatistika
- Je schopný riešiť úlohy komplexného charakteru, to znamená spája vedomosti a zručnosti z viacerých matematických celkov
- Rozvíjať kognitívne kompetencie – vyhľadať problém, nájsť spôsob na jeho vyriešenie, poznať a aplikovať vhodné metódy riešenia, vyriešiť úlohu a ústne ju prezentovať
- Ovládať matematickú terminológiu v písomnej aj ústnej podobe
- Logicky dôvodiť, argumentovať, zdôvodňovať svoje myšlienkové operácie aplikované pri riešení matematických úloh
- Rozvíjať intrapersonálne kompetencie – schopnosť adekvátne sa vyrovnávať so stresovou situáciou, nájsť riešenie a prezentovať svoje vedomosti a názory

# **OBSAH**

Úvod

## **1 NOVÁ MATURITA**

1.1 Maturitné zadanie

1.2 Hodnotenie predmetu matematika na vysvedčení

## **2 KOMPLEXNÉ VYPRACOVANIE MATURITNÝCH ZADANÍ**

Záver

Príloha

*„Medzi všetkými vedami, ktoré odкрývajú ľudstvu cestu k poznaniu zákonov prírody, najmohutnejšia a najvznešenejšia je matematika“*

*S.V. Kovalevská*

## ÚVOD

V časoch mojich štúdií (80.roky) bol predmet matematika povinným maturitným predmetom. Po vysokoškolskom štúdiu a mojom návrate do školy (90.roky) sa zmenila koncepcia maturitných skúšok a žiak si mohol vybrať, či bude maturovať z matematiky alebo cudzieho jazyka. V súčasnosti je matematika voliteľným predmetom na maturitnej skúške. Vyberajú si ho študenti, ktorí svoje ďalšie pôsobenie vidia na vysokých školách technického alebo ekonomického zamerania.

Ústna maturitná skúška v 90. rokoch pozostávala z dvoch častí, ktoré spolu nesúviseli, napr. jedna z oblasti aritmetiky alebo analýzy, druhá z oblasti geometrie, stereometrie. Podľa vtedy platného maturitného poriadku pri výslednej klasifikácii mal učiteľ zohľadňovať aj prospech z predmetu počas štvorročného pôsobenia žiaka v škole. Teda boli pripravené zvyčajne tri sady príkladov – pre žiakov s výborným prospechom (1), pre žiakov s priemerným prospechom (2,3) a pre ostatných žiakov (4).

Žiak bol úspešný pri maturitnej skúške, ak samostatne alebo s pomocou skúšajúceho vyriešil úlohu, ktorú mu určil skúšajúci. Nebolo vôbec jednoduché klasifikovať a byť presvedčený, že známka je objektívna. Nastávali situácie, že žiak vyriešil samostatne obe úlohy, ale nižšej náročnosti, lebo jeho študijné výsledky boli priemerné. Mal pocit, že všetko vyriešil, a predseda bol hodnotený horšou známkou ako žiak, ktorý riešil úlohy s vyššou náročnosťou s pomocou učiteľa a bol vo výslednej klasifikácii úspešnejší ako prvý. Reflektoval len svoju momentálnu odpoveď, aj to často neobjektívne, a hlavne neuvedomoval si rozdielnu náročnosť zadaných úloh v sade. Hodnotil sa často vyjadreniami typu „však som všetko povedal, a dali mi .....“. Žiakom veľmi často chýbala sebakritika, sebareflexia.

Učiteľ mal veľmi ťažkú pozíciu, aby objektívne zhodnotil momentálnu odpoveď žiaka, zároveň vo výslednej známke zohľadnil štvorročné štúdium.

Taká dôležitá situácia si vyžadovala vždy skúseného pedagóga, ktorý mal objektívne navrhnúť výslednú známku. Navrhnutú známku schvaľovala maturitná komisia (5 členná), v ktorej boli predseda maturitnej komisie, podpredseda, triedny učiteľ, prísediaci a skúšajúci.

Začiatkom nového tisícročia prišlo obdobie modernizácie školskej matematiky, ktoré zasiahlo aj zadania maturitnej skúšky. Niektoré školy prešli na monotematické otázky, iné zostávali pri starých dvojiciach.

Od školského roku 2007/2008 sa spustila reforma maturitnej skúšky. Po prvýkrát sa realizovala externá časť – test (30 úloh), interná časť písomná práca (4 úlohy) a interná ústna skúška s dvoma úrovňami A (vyššia), B (nižšia). Od školského roku 2009/2010 nie sú v predmete matematika legislatívne dané úrovne. Externý test je rovnaký pre všetkých maturantov a interná časť pozostáva len z ústnej skúšky pred trojčlennou odbornou komisiou (predseda – učiteľ matematiky z inej školy a dvaja členovia komisie – učelia matematiky)

Zadania ústnej maturitnej skúšky sú plne v kompetencii školy, pripravované sú učiteľmi matematiky danej školy. Tieto musí prerokovať predmetová komisia, schváliť riaditeľ školy a predseda predmetovej maturitnej komisie.

# 1 NOVÁ MATURITA

Od školského roku 2007/2008 sa maturuje podľa Vyhlášky MŠ SR č. 390/2007 Z.z, ktorou sa mení a dopĺňa Vyhláška MŠ SR č. 510/2004 Z.z o ukončovaní štúdia na stredných školách, na stredných odborných učilištiach, učilištiach a praktických školách v znení neskorších predpisov.

Vyhláška Ministerstva školstva, vedy, výskumu a športu Slovenskej republiky č. 209/2011 Z. z. z 24. júna 2011, ktorou sa mení a dopĺňa vyhláška Ministerstva školstva Slovenskej republiky č. 318/2008 Z. z. o ukončovaní štúdia na stredných školách nadobudla účinnosť 1. septembra 2011, okrem trinásteho a štrnásteho bodu v čl. I, ktoré nadobúdajú účinnosť až 1. septembra 2012, a prvého a štvrtého bodu v čl. I, ktoré nadobúdajú účinnosť 1. septembra 2016.

Od školského roku **2012/2013** (Maturita 2013) dochádza k novým zmenám aj v klasifikácii predmetu matematika. Kladie sa vyšší dôraz na výsledky písomnej skúšky. Doteraz žiak zmaturoval bez ohľadu na to, aké hodnotenie získal z EČ MS, ak z ústnej časti MS odpovedal aspoň na známku dobrý.

Podľa nových zmien z matematiky bude musieť získať viac ako 25 % z EČ MS, ak odpovie z ústnej časti MS aspoň na známku dobrý, alebo získať viac ako 33 % z EČ MS, ak odpovie z ústnej časti MS na známku dostatočný.

Na gymnáziu sa maturuje zo štyroch predmetov (slovenský jazyk a literatúra, cudzí jazyk a dva voliteľné predmety). Matematika je zaradená medzi voliteľné predmety.

Maturitná skúška z predmetu **matematika** má dve časti:

- externú časť (písomný test centrálne zadávaný v časovej dotácii 120 minút)
- internú časť (ústna odpoveď žiaka pred trojčlennou odbornou maturitnou komisiou)

Cieľové požiadavky na vedomosti a zručnosti maturantov z matematiky udávajú nasledovné zastúpenie jednotlivých častí stredoškolskej matematiky:

- 10 % - 20% zo všetkých otázok zo základov matematiky
- 15% - 30 % zo všetkých otázok u funkcií
- 15% - 30% zo všetkých otázok z planimetrie
- 10% - 20% zo všetkých otázok zo stereometrie
- 10% - 20% zo všetkých otázok z kombinatoriky, pravdepodobnosti a štatistiky

Pomocné podrobné členenie jednotlivých oblastí podľa Cieľových požiadaviek je nasledujúce:

## 1. Základy matematiky

*Logika a množiny*

*Čísla, premenné a výrazy*

*Teória čísel*

*Rovnice, nerovnice a sústavy*

## 2. Funkcie

*Funkcia a jej vlastnosti, postupnosti*

*Lineárna a kvadratická funkcia, aritmetická postupnosť*

*Mnohočleny a mocninové funkcie, lineárne lomená funkcia*

*Logaritmické a exponenciálne funkcie, geometrická postupnosť*

*Goniometrické funkcie*

## 3. Planimetria

*Základné rovinné útvary:*

- *lineárne útvary*

- trojuholník
- kružnica a kruh
- štvoruholníky a mnohouholníky

*Analytická geometria v rovine*

*Množina bodov daných vlastností a ich analytické vyjadrenie*

*Zhodné a podobné zobrazenia*

*Konštrukčné úlohy*

#### 4. Stereometria

*Základné spôsoby zobrazenia priestoru do roviny*

*Súradnicová sústava v priestore*

*Lineárne útvary v priestore – polohové úlohy*

*Lineárne útvary v priestore – metrické úlohy*

*Telesá*

#### 5. Kombinatorika, pravdepodobnosť a štatistika

*Kombinatorika a pravdepodobnosť*

*Štatistika*

### 1.1 Maturitné zadanie

Každé maturitné zadanie má tri časti – tri úlohy z rôznych oblastí matematiky.

V **prvej úlohe** má žiak opísať, definovať dané pojmy, sformulovať ich vlastnosti a súvislosti medzi uvedenými pojмами a faktami. Žiakova odpoveď má mať prevažne charakter monológu, v ktorom žiak preukáže schopnosť reprodukovať, pomenovať, charakterizovať určené pojmy. Načrtnúť grafy, vedieť čítať z grafu základné vlastnosti, orientovať sa v danej problematike.

**Druhá úloha** – dôkaz – je zameraná na argumentáciu a dôvodenie a realizuje sa formou dialógu s členmi skúšobnej komisie.

**Tretia úloha** je zameraná na postup riešenia danej úlohy s rôznymi alternatívami.

**Všeobecné pomôcky:** MFCH tabuľky, kalkulačka bez grafického displeja.

**Časová dotácia** zadania je 20 minút na prípravu a 20 minút na odpoveď – z celkového času ústnej žiakovej odpovede má na prvú otázku asi 4 minúty, na zvyšné dve po 8 minút.

**Hodnotenie ústnej MS:** Každá úloha sa hodnotí osobitne známku 1 až 5. Výslednú známku určí vážený priemer známok z jednotlivých čiastkových odpovedí podľa vzorca:

$$\frac{2 \cdot z_1 + 4 \cdot z_2 + 4 \cdot z_3}{10}$$

### 1.2 Hodnotenie predmetu matematika na vysvedčení

Externá časť – test sa hodnotí percentami a percentilom. Interná časť – ústna skúška sa hodnotí známku.

## 2 KOMPLEXNÉ VYPRACOVANIE MATURITNÝCH ZADANÍ

V tejto časti OPS podávame vypracovanie 30 zadaní internej časti maturitnej skúšky.

Maturitné zadania majú nasledovné zastúpenie:

**Základy matematiky** – logika, množiny, čísla, premenné a výrazy, teória čísel, rovnice, nerovnice a ich sústavy – 26,6%



**Funkcie** - funkcia a jej vlastnosti, lineárna, kvadratická funkcia, mocninové funkcie, lineárne lomené funkcie, logaritmická a exponenciálna funkcia goniometrické funkcie, postupnosti, aritmetická a geometrická postupnosť – 25,5%

**Planimetria** – základné rovinné útvary, lineárne útvary, trojuholník, kružnica, kruh, štvoruholníky a mnohouholníky, analytická geometria v rovina, množiny bodov danej vlastnosti a ich analytické vyjadrenie, zhodné a podobné zobrazenia, konštrukčné úlohy- 25,5%

**Stereometria** – základné spôsoby zobrazovania priestoru do roviny, súradnicová sústava v priestore, lineárne útvary v priestore – polohové vlastnosti, lineárne útvary v priestore – metrické vlastnosti, telesá – 12,2%

**Kombinatorika, pravdepodobnosť a štatistika** – kombinácie, variácie, permutácie, výpočet pravdepodobnosti a charakteristika štatistického súboru – 10%

Tabuľka 1: Číslo úlohy v tematických celkoch

Téma	Úloha č.1	Úloha č.2	Úloha č.3
Základy matematiky	1;2;3;4;5;22	3;7;10;11;13;16;18;24;26;30	6;8;9;19;21;23;25;28
Funkcie	6;7;8;9;10;11;12;13;14;15;22	4;5;20;27;28	1;2;14;15;17;18;30
Planimetria	16;18;19;20;21;23;28;30	1;2;6;9;10;12;13;14;16;25;29	5;22;26;27
Stereometria	24;25;29	8;17;23	3;4;7;11;20
Kombinatorika, pravdepodobnosť a štatistika	17;26;27	15;19;21	12;24;29

Prameň: Kunová, 2012

# Zadanie 1

---

## Úloha č. 1: Logika

Vysvetlite obsah pojmov: Výrok, pravdivostná hodnota výroku, negácia výroku, hypotéza

*Aplikujte svoje vedomosti:* Z daných viet vyberte výroky, zistite ich pravdivostnú hodnotu a vytvorte ich negáciu:

- a) Číslo dva je prvočíslo.
- b) Hurá, prázdniny!
- c) Na Marse je život.
- d) Uhlopriečky v kosoštvorci sú na seba kolmé.

Kvantifikovaný výrok je oznamovacia veta, ktorá udáva určitý počet, alebo odhad počtu. V týchto výrokoch sa vyskytujú kvantifikátory a číslovky.

Vyslovte negácie kvantifikovaných výrokov:

- a) Táto kniha má najviac 50 strán.
- b) Existuje aspoň jeden pravouhlý trojuholník.

Definujte vznik zložených výrokov a vyplňte tabuľku pravdivostných hodnôt zložených výrokov:

A	B	$A \wedge B$	$A \vee B$	$A \Rightarrow B$	$A \Leftrightarrow B$

---

## Úloha č. 2: Planimetria

Dokážte, že v kosoštvorci s dĺžkou strany  $a$ , a kratšou uhlopriečkou  $p$ , pre obsah platí vzťah

$$S = \frac{p\sqrt{4a^2 - p^2}}{2}$$

---

## Úloha č. 3: Funkcie

Historická úloha: Kupec si chcel dať okovať koňa. Kováč žiadal tento spôsob platenia: „ Na všetky pokovy potrebujem 24 klincov. Za prvý klinec mi zaplatíš 1 halier, za druhý 2 haliere, za tretí 4 haliere, vždy za každý klinec dvakrát toľko“. Kupec radostne súhlasil, neskôršie však oľutoval. Koľko musel zaplatiť iba za posledný klinec?

---

## Zadanie 2

---

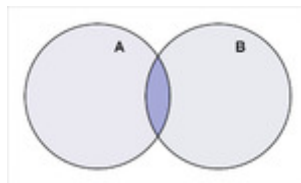
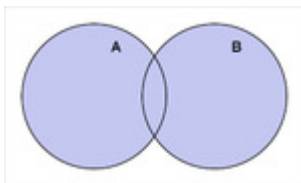
### Úloha č. 1: Množiny

Množina je súbor, systém nejakých prvkov.

- Akým spôsobom môže byť množina zadaná?
- Kedy nastáva rovnosť dvoch množín?
- Ako definujeme vzťah podmnožiny?
- Nájdite vzájomné antagonistické dvojice množín a vyslovte ich charakteristickú vlastnosť:

	Prirad'te šípku $\rightarrow$	
prázdna		nekonečná
disjunktná		neprázdna
konečná		nedisjunktná

- Na obrázku sú dve množiny A a B, ktoré znázorňujú množinové operácie. Pomenujte ich a definujte



- Nájdite doplnok množiny  $A = \langle -2; 6 \rangle$  v obore reálnych čísel.

---

### Úloha č. 2: Planimetria

V rovnostrannom trojuholníku ABC je vedená stredom D strany BC kolmica na stranu AB a jej päťu označte E. Dokážte, že platí vzťah

$$|AE| = \frac{3}{4}|AB|$$

---

### Úloha č. 3: Funkcie

Načrtnite graf lineárnej lomenej funkcie  $f: y = \frac{2x+5}{x+3}$

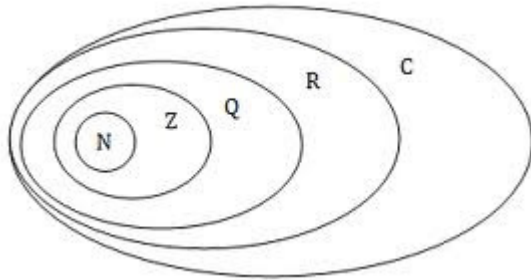
- určte jej definičný obor, obor hodnôt
- zistite priesečníky so súradnicovými osami
- nájdite predpis inverznej funkcie
- porovnajte  $Df, Hf, Df^{-1}, Hf^{-1}$ .

## Zadanie 3

---

### Úloha č. 1: Číselné obory

Číselný obor je množina všetkých čísel určitého druhu, v ktorom je bez obmedzenia definované sčítanie a násobenie



Pomenujte a charakterizujte znázornené číselné obory, odôvodnite znázornenie Vennovým diagramom.

Ako nazývame tieto číselné obory:

$\mathbb{N}_0, \mathbb{I}$ ,

Vyslovte základné vety o operáciách (pre sčítanie a násobenie)

Na číselnej osi vyznačte množiny všetkých  $x \in \mathbb{R}$ , pre ktoré platí :

a)  $|x| \leq 2$     b)  $|x + 2| \leq 3$     c)  $|4 - x| \geq 2$

---

### Úloha č. 2: Čísla, premenné, výrazy

Dokážte, že výraz  $\frac{3}{\sqrt{x-1}} - \frac{3}{\sqrt{x+1}} - \frac{x^2+2}{x-1}$  je rovný nule pre  $x = 2$  a  $x = -2$ .

---

### Úloha č. 3: Stereometria



Koľko  $\text{m}^2$  plechu potrebujeme na pokrytie veže, ktorá má tvar ihlana so štvorcovou podstavou, keď hrana podstavy je 4 m dlhá, odchýlka bočnej hrany od roviny podstavy je  $60^\circ$ ?

Na odpad pri pokrývaní strechy počítajte 4 %.

## Zadanie 4

---

### Úloha č. 1: Teória čísel, deliteľnosť

História teória čísel je spätá so slávnymi menami starogréckych matematikov – Pytagoras, Euklides, Diofantos.

Objasnite základné pojmy teórie čísel :

- číslo, číslica (cifra), deliteľ, násobok
- prvočíslo, Eratostenovo sito, zložené číslo, prvočíselný rozklad – základná veta aritmetiky
- aplikujte vedomosti pri hľadaní najmenšieho spoločného násobku, najväčšieho spoločného deliteľa – *popíšte spôsob vyhľadávania pre dvojicu (72;90)*

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

---

### Úloha č. 2: Funkcie

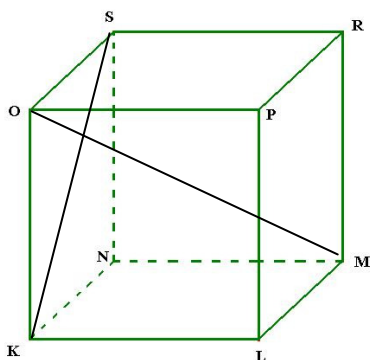
Zjednodušte zápis funkcie  $f_{(x)}$  a dokažte, že jej grafom je **hyperbola**.

Načrtnite graf funkcie; z grafu odčítajte vlastnosti funkcie:

$$f_{(x)} : y = \frac{x^3}{x^3 + 2x^2} + \frac{x^2}{x^2 + 2x} - \frac{2x + 1}{x + 2}$$

---

### Úloha č. 3: Stereometria



Daná je kocka KLMNOPRS s hranou veľkosti  $a = 2$  cm. Výpočtom určte uhol priamok OM a KL.

## Zadanie 5

---

### Úloha č. 1: Rovnice, nerovnice a ich sústavy

Lineárna rovnica je rovnica typu  $ax + b = 0$ , kde  $x$  je neznáma a  $a, b \in \mathbb{R}$ .

Pomocou tabuľky objasnite možnosti riešenia lineárnej rovnice a určte množinu koreňov:

$a = 0 \wedge b = 0$	$a = 0 \wedge b \neq 0$	$a \neq 0, b \neq 0$

Pri riešení rovníc využívame dva typy úprav: *ekvivalentné*, pri ktorých sa nezmení obor pravdivosti a *neekvivalentné (implikačné)*, pri ktorých obor pravdivosti je nadmnožinou oboru pravdivosti pôvodnej rovnice – uveďte príklady takýchto úprav.

Nájdite chyby, ktorých sa „dopustil“ autor pri riešení rovnice v  $\mathbb{R}$

$$x^3 + 12x^2 - 4x - 48 = 0$$

$$x^2(x + 12) - 4(x + 12) = 0 / : (x + 12)$$

$$x^2 - 4 = 0$$

$$x^2 = 4$$

$$x = 2 \dots \dots \dots K = \{2\}$$

---

### Úloha č. 2: Geometrická postupnosť

Dokážte, že dĺžky strán istého pravouhlého trojuholníka tvoria rastúcu geometrickú postupnosť

s kvocientom  $\sqrt{\frac{1+\sqrt{5}}{2}}$ .

---

### Úloha č. 3: Planimetria

Je daný pravidelný deväťuholník ABCDEFGHI. Vypočítajte

- Veľkosti uhlov v trojuholníku ACD
- Uhol priamok BF a CI.

## Zadanie 6

---

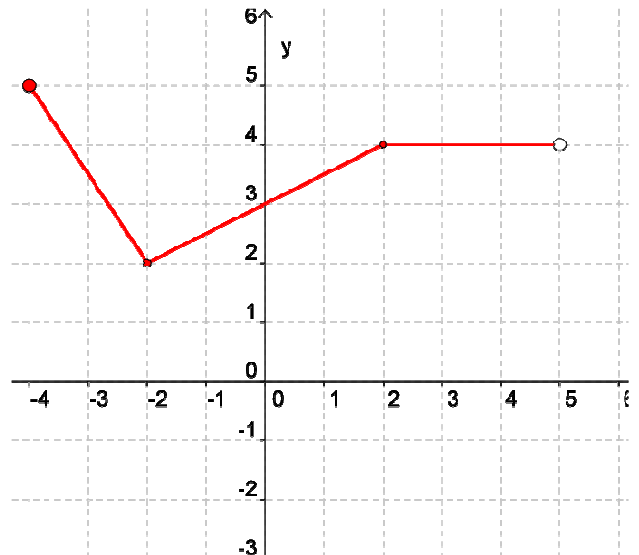
### Úloha č. 1: Funkcia

Zadefinujte pojmy:

funkcia – definičný obor – obor hodnôt funkcie

- graf funkcie
- vlastnosti funkcií – monotónnosť – extrémny
- ohraničenie funkcie – prostá funkcia

Určte z grafu funkcie  $f$  jej  $D(f)$  a  $H(f)$ , monotónnosť, extrémny, ohraničenosť, priesečníky so súradnicovými osami.



---

### Úloha č. 2: Trigonometria

Dokážte, že trojuholník ABC, v ktorom platia vzťahy  $b : a = \sqrt{3} : 1$ ,  $\beta = 2\alpha$  je pravouhlý.

---

### Úloha č. 3: Množiny

Branný pretek mal tri disciplíny – strelbu zo vzduchovky, prekonávanie bariéry a hod granátom na cieľ. Podľa záznamov 18 hliadok prekonalo bariéru bez chyby, 29 hliadok splnilo bodový limit strelby, 32 zasiahlo granátom cieľ. Podmienku hod granátom a prekonanie bariéry splnilo 7 hliadok, strelbu a bariéru 0 hliadok, Strelbu a hod granátom 7 hliadok. Iba 5 hliadok splnilo všetky tri disciplíny. Koľko hliadok splnilo podmienku hodu granátom alebo strelby a koľko prekonalo len bariéru.

## Zadanie 7

---

### Úloha č. 1: Lineárna funkcia

Definujte predpis lineárnej funkcie

- v závislosti od koeficientov  $a, b$  určte vlastnosti lineárnej funkcie
- o funkcii  $g$  vieme, že je lineárna, pričom  $g(4) = 5$  a  $g(6) = 10$  – načrtnite graf tejto funkcie a navrhните postup, ako určíme predpis tejto funkcie

Vysvetlite podstatu metódy grafického riešenia sústavy dvoch lineárnych rovníc s dvoma neznámymi.

---

### Úloha č. 2: Teória čísel

Dokážte, že číslo  $(\sqrt{14 + 6\sqrt{5}} - \sqrt{14 - 6\sqrt{5}})^2$  je deliteľné desiatimi.

---

### Úloha č. 3: Polohové vzťahy priamok v rovine

Napíšte rovnicu priamky, ktorá prechádza priesečníkom priamok  $p: 3x + y - 2 = 0$ ,  $q: x - y - 6 = 0$  a je rovnobežná s priamkou  $r: 2x - y + 4 = 0$ .



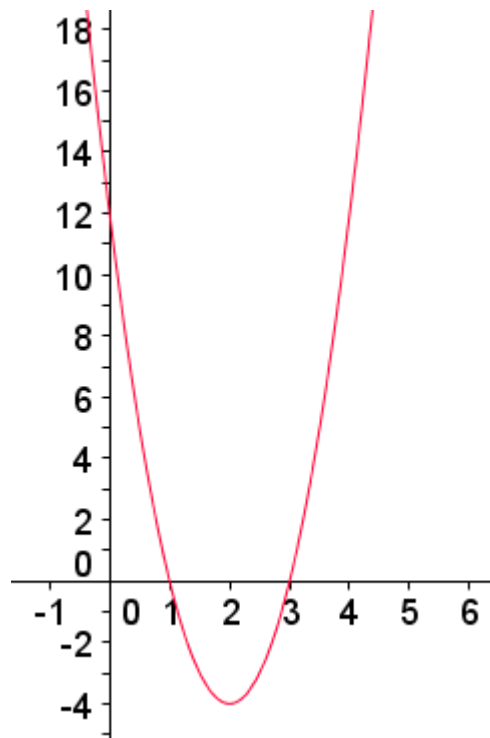
## Zadanie 8

---

### Úloha č. 1: Kvadratická funkcia

Definujte predpis kvadratickej funkcie (všeobecne)

- Obrázok využite na určenie vlastností kvadratickej funkcie -  $D(f)$  a  $H(f)$ , monotónnosť, extrém, ohraničenosť, priesečníky so súradnicovými osami
- Pomenujte danú krivku a určte jej vrchol
- Naznačte spôsob nájdenia predpisu danej kvadratickej funkcie



---

### Úloha č. 2: Analytická geometria

Dokážte, že vrcholy  $X$  všetkých trojuholníkov  $ABX$ , pre ktoré platí  $|AX| = \sqrt{2}|BX|$ , sú časťou kružnice.

Riešte analyticky pre  $A[-2; 0]$ ,  $B[2; 0]$  a danú situáciu znázornite.

---

### Úloha č. 3: Rovnice, nerovnice a ich sústavy

Zadefinujte logaritmus a aplikujte pravidlá logaritmu súčinu a podielu pri riešení logaritmickej rovnice s neznámou  $x \in \mathbb{R}$ :

$$\frac{\log_5 9x}{\log_5 81x^2} = \frac{3}{2}$$

## Zadanie 9

---

### Úloha č. 1: Mocninové funkcie

Zadefinujte základné pojmy mocnina, mocnina s prirodzeným, celočíselným a racionálnym exponentom,  $n$  – tá odmocnina

- Vyslovte pravidlá pre počítanie s mocninami a odmocninami
- Schematicky načrtnite grafy funkcií :  $y = x^n$  pre rôzne hodnoty  $n \in \mathbb{Z}$
- Z grafu odčítajte základné vlastnosti týchto funkcií -  $D(f)$ ,  $H(f)$ , monotónnosť, extrémny, ohraničenosť
- Objasnite pojem – funkcia je *prostá*
- Aplikujte poznatky pri načrtnutí grafov: a)  $y = (x - 2)^{-2}$

$$\text{b) } y = -x^{-4} + 2$$

---

### Úloha č. 2: Trigonometria

V trojuholníku ABC platí  $\alpha = 45^\circ$ ,  $\beta = 120^\circ$ . Dokážte, že pre strany  $a$ ,  $b$  platí rovnosť:

$$\frac{a+b}{b-a} = (\sqrt{2} + \sqrt{3})^2$$

---

### Úloha č. 3: Sústava rovníc

Daná je sústava rovníc:

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 &= 10 \\ x \cdot y &= 4 \end{aligned}$$

- Predpisy daných rovníc predstavujú rôzne krivky. Pokúste sa ich načrtnúť a pomenovať.
- Grafické znázornenie využite na odhad počtu riešení.
- Riešte sústavu v  $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$  výpočtom

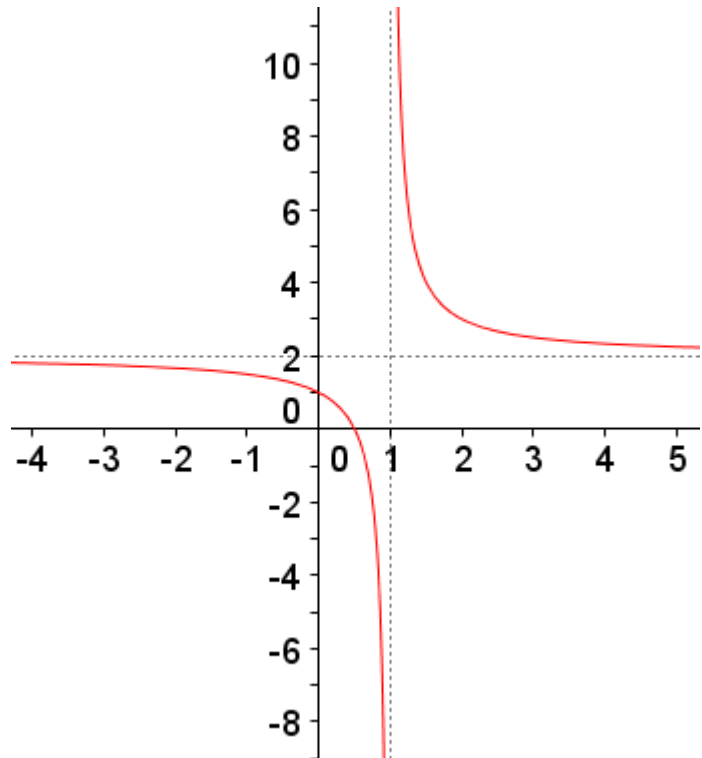
## Zadanie 10

---

### Úloha č. 1: Nepriama úmernosť a lineárne lomená funkcia

Definujte predpis lineárne lomenej funkcie a podmienky, kedy z nej dostávame predpis nepriamej úmernosti

- Pomenujte graf funkcie
- Určte jeho stred a asymptoty
- Určte, ako nájdeme priesečníky grafu funkcie so súradnicovými osami
- Z obrázku odčítajte stred, asymptoty, priesečníky so súradnicovými osami a nájdite predpis danej lineárne lomenej funkcie



---

### Úloha č.2: Teória čísel

Odôvodnite platnosť nerovnosti  $a < b$ , ak  $a = \frac{9}{\sqrt{11}-\sqrt{2}}$ ;  $b = \frac{6}{3-\sqrt{3}}$ .

---

### Úloha č. 3: Analytická geometria

Bod  $S[-1;4]$  je stredom štvorca ABCD s vrcholom  $A[2;3]$ . Určte súradnice vrcholov B, C, D.

## Zadanie 11

---

### Úloha č.1: Exponenciálna funkcia a logaritmická funkcia

Definujte pojem exponenciálna funkcia

- určte predpis
- načrtnite a pomenujte graf funkcie
- určte vplyv základu na jej vlastnosti

Definujte pojem logaritmická funkcia

- určte predpis
- načrtnite a pomenujte graf funkcie
- určte vplyv základu na jej vlastnosti

Na základe predchádzajúcich poznatkov vysvetlite pojem *inverzná funkcia* – vzťah definičného oboru a oboru hodnôt pôvodnej a inverznej funkcie – súmernosť grafu pôvodnej a inverznej funkcie

---

### Úloha č. 2: Rovnice

Dokážte, že v intervale  $\left(-\frac{3}{7}; \frac{5}{8}\right)$  má čitateľ aj menovateľ výrazu  $V = \frac{5-8x}{7x+3}$  rovnaké znamienko.

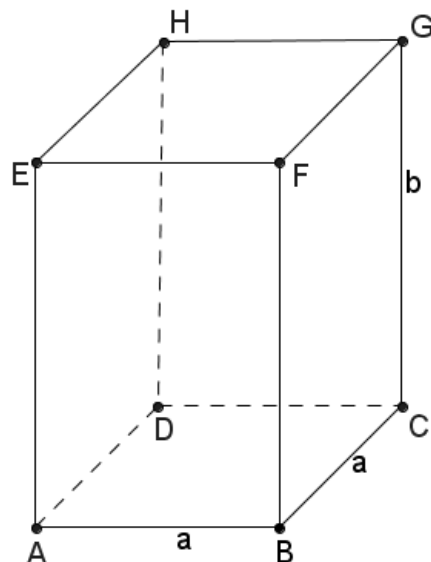
---

### Úloha č. 3: Stereometria

Daný je štvorboký hranol s podstavnou hranou dlhou  $a$  a bočnou hranou  $b$ .

Určte:

- vzdialenosť  $d$  vrcholu G od telesovej uhlopriečky BH
- odchýlku uhlopriečok BG a BH

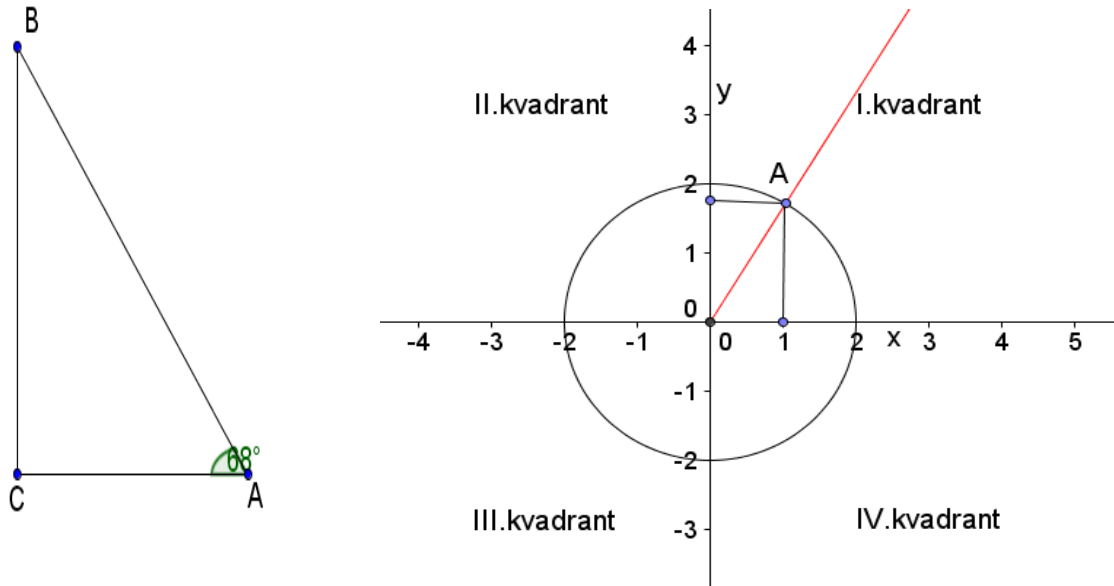


## Zadanie 12

---

### Úloha č. 1: Goniometrické funkcie

Definujte goniometrické funkcie pomocou pravouhlého trojuholníka a jednotkovej kružnice



- Na goniometrických funkciách vysvetlite vlastnosť *periodickosť funkcií*
  - Dané sú tri funkcie  $f_1 : y = 4 \sin \frac{x}{2}$ ,  $f_2 : y = \cos \frac{x}{4}$ ,  $f_3 : y = 2 \operatorname{tg} \frac{x}{4}$ . Určte, ktoré dve z týchto funkcií majú rovnakú najmenšiu periódu ?
  - Vyberte si jednu goniometrickú funkciu, načrtnite jej graf a určte charakteristické vlastnosti funkcie
- 

### Úloha č. 2: Analytická geometria

Dokážte, že dané dve priamky  $p_1: 2x + 3y - 1 = 0$  a  $p_2: y = \frac{-3x+2}{4}$  sú navzájom rôznobežné s priesečníkom  $P[2; -1]$ .

---

### Úloha č. 3: Kombinatorika

V obore prirodzených čísel riešte rovnicu:

$$\binom{n+1}{n-1} \cdot \binom{n+1}{2} - 9 \binom{n+1}{2} + 18 = 0$$

## Zadanie 13

---

### Úloha č. 1: Pojem a vlastnosti postupnosti

Definujte postupnosť ako funkciu  $f: N \rightarrow R$

Vpíšte do tabuľky spôsob zápisu daných postupností:

$\{a_n\}_{n=1}^{25}$	
$\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$	
$a_n = \frac{n-1}{n+1}$	
$[1; 1], [2; \frac{1}{2}], [3; \frac{1}{3}] \dots$	
$a_{n+1} = a_n + 4; a_1 = 4$	

- Vymenujte a zdefinujte základné vlastnosti postupností
  - Na danej postupnosti overte ohraničenie a monotónnosť  $\left\{ \frac{2n+5}{n+1} \right\}_{n=1}^{\infty}$
- 

### Úloha č. 2: Teória čísel

Dokážte, že výrazy M a N predstavujú navzájom opačné čísla.

$$M = \frac{\cos 50^\circ + \cos 70^\circ}{\cos 50^\circ - \cos 70^\circ} \quad \text{a} \quad N = \frac{\cotg 170^\circ}{\sqrt{3}}$$

---

### Úloha č. 3: Množina bodov daných vlastností a ich analytické vyjadrenie

Zostrojte všetky kružnice s polomerom 1,5 cm, ktoré sa dotýkajú danej kružnice  $k(O; 4 \text{ cm})$  a priamky  $p$ , pre ktorú platí  $|Op| = 3 \text{ cm}$ .

## Zadanie 14

---

### Úloha č. 1: Aritmetická postupnosť

Definujte aritmetickú postupnosť

- Vysvetlite monotónnosť aritmetickej postupnosti v závislosti od diferencie  $d$
- Určte vzťah medzi  $a_n$  a  $a_1$  členom aritmetickej postupnosti
- Určte vzťah pre súčet prvých  $n$  členov aritmetickej postupnosti
- Napíšte štyri členy postupnosti  $\left\{ \frac{a+1-2n}{b} \right\}_{n=1}^{\infty}$  kde  $b \neq 0; a, b \in \mathbb{R}$ . Ukážte, že táto postupnosť je aritmetická a určte diferenciu.

---

### Úloha č. 2: Analytická geometria

Dokážte, že vrcholy  $X$  všetkých trojuholníkov  $ABX$ , pre ktoré platí  $|AX| = \sqrt{2}|BX|$ , sú časťou kružnice.

Riešte analyticky pre  $A[-2; 0]$ ,  $B[2; 0]$  a danú situáciu znázornite.

---

### Úloha č. 3: Goniometrické funkcie

Určte, pre ktoré  $p \in \mathbb{R}$  má rovnica  $\sin x = \frac{p}{p+1}$  aspoň jedno riešenie v obore reálnych čísel.

## Zadanie 15

---

### Úloha č. 1: Geometrická postupnosť

Definujte geometrickú postupnosť

- Vysvetlite monotónnosť geometrickej postupnosti v závislosti od kvocienta  $q$  a od  $a_1$
- Určte vzťah medzi  $a_n$  a  $a_1$  členom geometrickej postupnosti
- Určte vzťah pre súčet prvých  $n$  členov geometrickej postupnosti
- Overte, či postupnosť  $\{2^{3n}\}_{n=1}^{\infty}$  je geometrická. Určte kvocient  $q$ .

---

### Úloha č. 2: Štatistika

Aritmetický priemer ôsmich kladných reálnych čísel  $a_1, a_2, \dots, a_8$  je 10,5. Aritmetický priemer čísel  $a_1, a_2, a_3$  je 8. Dokážte, že aritmetický priemer čísel  $a_4, a_5, a_6, a_7, a_8$  je 12.

---

### Úloha č. 3: Funkcie

Pre ktoré hodnoty parametra  $p \in \mathbb{R}$ , má rovnica  $|2x - 3| + 1 = p$  množinu všetkých koreňov:

- a) prázdnu
- b) jednoprvkovú
- c) dvojprvkovú

Pri riešení úlohy využite graf funkcie s absolútnou hodnotou.



## Zadanie 16

---

### Úloha č. 1: Množina bodov daných vlastností a ich analytické vyjadrenie

Čo rozumieme pod množinou bodov danej vlastnosti v rovine? Ktoré dve podmienky musí daná množina spĺňať?

Geometricky opíšte a načrtnite množiny bodov, ktoré využívame pri konštrukcii trojuholníkov a štvoruholníkov a ktoré majú rovnakú vzdialenosť od

- dvoch bodov
  - dvoch rovnobežných priamok
  - dvoch rôznobežných priamok
  - Talesova kružnica
- 

### Úloha č. 2: Algebraické rovnosti a nerovnosti

Dokážte sporom, že pre každú dvojicu reálnych čísel  $a, b$  platí nerovnosť:

$$\frac{a+b}{2} \leq \sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}$$

Zistite, kedy nastáva rovnosť?

---

### Úloha č. 3: Trigonometria

Zo stanice súčasne vyšli dva vlaky na priamych tratiach, zvierajúcich uhol  $\varphi = 156^\circ$  rýchlosťami  $v_1 = 13 \text{ ms}^{-1}$ ,  $v_2 = 14,5 \text{ ms}^{-1}$ . Ako sú od seba vzdialené za čas  $t = 5 \text{ min}$ ?

## Zadanie 17

---

### Úloha č. 1: Pravdepodobnosť

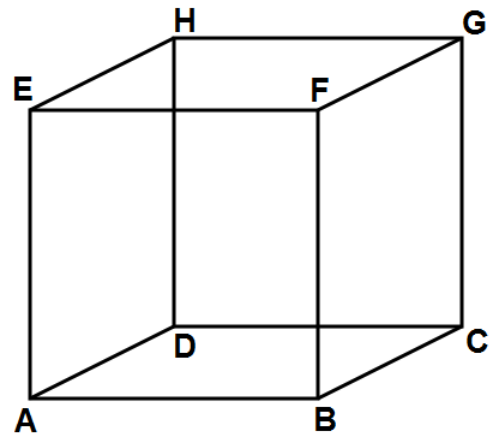
Porovnajte pojem pokus (experiment) z fyziky a náhodný pokus v pravdepodobnosti.

- Aké podmienky musí spĺňať náhodný pokus?
  - Formulujte najjednoduchšiu tzv. klasickú definíciu pravdepodobnosti náhodného pokusu
  - Objasnite rozdiely medzi istým a nemožným javom, opačným (doplnkovým) javom
  - Vyslovte vzťahy pre pravdepodobnosť prieniku dvoch nezávislých javov, zjednotenia dvoch javov
- 

### Úloha č. 2: Stereometria

Dokážte, že vzdialenosť vrcholu kocky od roviny určenej koncovými bodmi hrán vychádzajúcich z tohto vrcholu je tretina telesovej uhlopriečky.

**Návod:** Určte vzdialenosť vrcholu  $E$  od kocky  $ABCDEFGH$  od roviny  $HAF$ .



### Úloha č. 3: Funkcie

Určte definičný obor funkcie  $f(x): y = \frac{\sqrt{8x - x^2}}{\sqrt{x^2 + 2x - 3}} + \frac{1}{x^2 - 4}$

## Zadanie 18

---

### Úloha č. 1: Planimetria – základné pojmy – trojuholník

Definujte základné pojmy v planimetrii – bod, priamka, polpriamka, úsečka, polrovina, uhol, Rozdeľte trojuholníky podľa zadaných kritérií

Podľa dĺžok strán	Podľa veľkosti uhlov

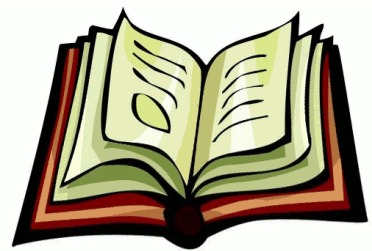
Zadefinujte základné pojmy v trojuholníku

- výška, ťažnica, stredná priečka
- stred kružnice vpísanej a opísanej trojuholníku
- vnútorný a vonkajší uhol
- obvod a obsah trojuholníka

---

### Úloha č. 2: Teória čísel

Traja chlapci Ivo, Vlado a Alan čítajú tú istú knihu, pričom si dal podmienku, že počas celého čítania budú každý deň čítať vždy rovnaký počet strán, až kým knihu nedočítajú do konca. Ivo z nej denne prečíta 18 strán, Vlado 24 strán a Alan 20 strán. Overte, či kniha má viac ako 500 strán?



---

### Úloha č. 3: Goniometrické funkcie

Bez toho, aby ste určili  $x$ , vypočítajte  $\sin(x + y)$  ak platí :

$$\cos x = \frac{5}{7}, x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right) \wedge \sin y = \frac{1}{5}, y \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$$

## Zadanie 19

---

### Úloha č. 1: Planimetria – štvoruholníky – pravidelné n - uholníky

Definujte konvexný a nekonvexný štvoruholník.

Pomocou tabuľky preveďte klasifikáciu štvoruholníkov podľa vzájomnej polohy strán:

Rôznobežník	Lichobežník	Rovnobežník	
		Pravouhlý	Kosouhlý

- Vzhľadom na polohu kružnice – vpísaná a opísaná pomenujte dva špeciálne štvoruholníky a uveďte ich charakteristické vlastnosti
  - Uveďte príklady pravidelných mnohoúhelníkov
- 

### Úloha č. 2: Kombinatorika

$$\forall n \in \mathbf{Z}, n \geq -2: (n+2)! + (n+3)! + (n+4)! = (n+2)! \cdot (n+4)^2$$

---

### Úloha č.3: Rovnice, nerovnice a ich sústavy

Využitím pravidiel pre počítanie s mocninami, definície logaritmu riešte danú sústavu rovníc pre premenné  $x, y$  :

$$2^{x+y} \cdot 4^{2x-y} = 8$$

$$\log_3(x+y) = 2$$

## Zadanie 20

---

### Úloha č. 1: Zhodné zobrazenia

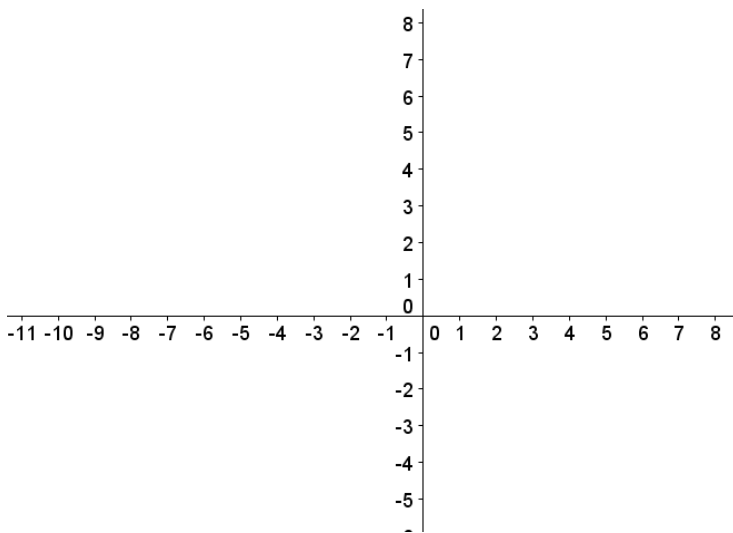


*Súmernosť* alebo *symetria* je rozložiteľnosť celku na dve súmerné, rovnaké časti.

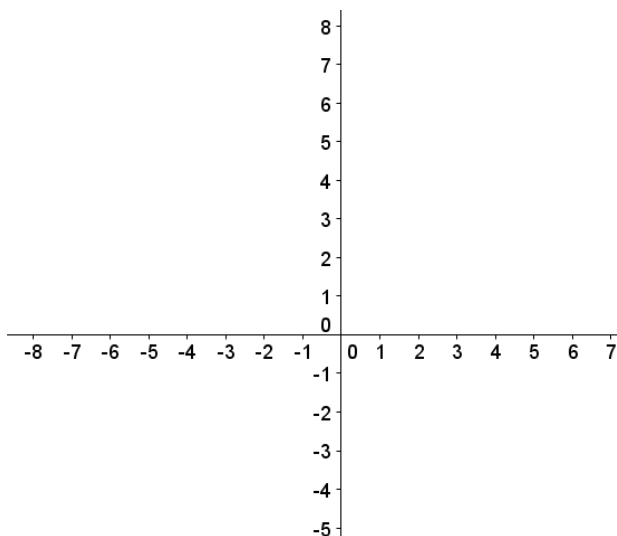
Definujete geometrické zobrazenie, ktoré určitému bodu priradí iný bod súmerný podľa **stredú**, **osi** alebo **roviny**.

Načrtnite grafy daných funkcií a rozhodnite o akom type súmernosti hovoríme:

a)  $y = x^2$  a  $y = (x + 8)^2$



b)  $y = 3 + \frac{7}{x}$



O danom útvare rozhodnite, či je stredovo, osovo súmerný, koľko osí súmerností má:

Útvár	Stredovo súmerný	Osovo súmerný	Počet osí súmerností
Štvorec			
Obdĺžnik			
Kosoštvorec			
Rovnostranný trojuholník			
Rovnoramenný trojuholník			
Rôznostranný trojuholník			
Kruh			
Rovnoramenný lichobežník			
Pravidelný šesťuholník			
Pravidelný päťuholník			

---

### Úloha č.2: Goniometria

Použitím kosínusovej vety dokážte, že v rovnoramennom trojuholníku ABC so základňou AB platí:  $c = 2a \cos \alpha$

---

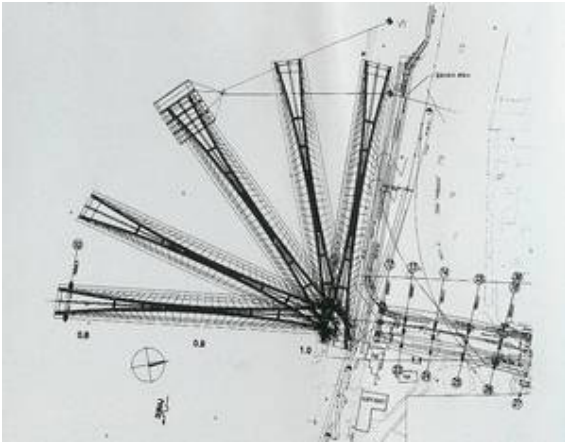
### Úloha č. 3: Telesá

Záhradné jazierko chceme cez zimu zakryť vrchnákom v tvare rotačného kužeľa. Z plechu sme vystrihli kruhový výsek s polomerom 3m a stredovým uhlom 120°. Vypočítajte polomer záhradného jazierka a objem vzduchu pod vrchnákom.

---

## Zadanie 21

---



### Úloha č. 1: Zhodné zobrazenia

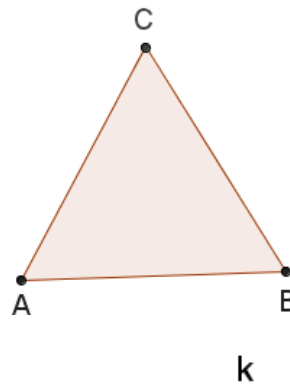
Otáčanie mosta Apollo malo pôvodne začať 18.9.2004 no kvôli technickým problémom sa otáčanie muselo preložiť na nasledujúci deň.

Objasnite základy **zhodného zobrazenia**, ktoré posunulo hranicu vo výstavbe mostov ďalej.

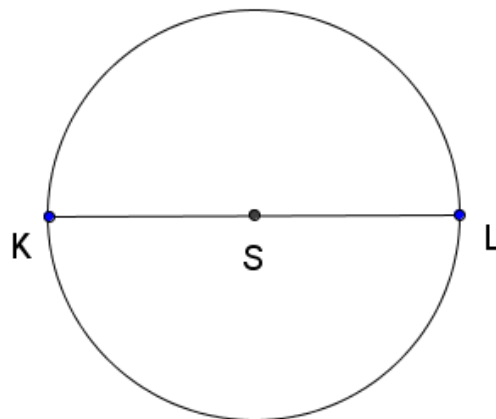
Pomenujte a vysvetlite **pohyb** lokomotívy v depe pomocou zhodného zobrazenia.

Aplikujte teoretické poznatky na dané úlohy:

- a) Daný rovnostranný trojuholník ABC zobrazte v otočení  $R_{B,60^\circ}$  a pomenujte vzniknutý útvar.



- b) Daná je kružnica  $k$  s priemerom  $KL$ . Zostrojte kružnicu  $k'$  ako obraz kružnice  $k$  v posunutí, ktoré je dané vektorom  $\mathbf{u} = 0,5 \cdot \overline{KL}$ . Koľko spoločných bodov majú kružnice  $k$  a  $k'$ ?



---

### Úloha č. 2: Pravdepodobnosť

Na lodi sa stretlo 12 pasažierov, z toho 5 detí. Do člna nastúpilo 6 pasažierov. Zistite, ktorá z nasledovných možností je najpravdepodobnejšia ?

- a) do člna nastúpili práve 3 deti
  - b) do člna nastúpili aspoň 4 deti
  - c) do člna nastúpili najviac dve deti
  - d) do člna nastúpili samé deti
- 

### Úloha č. 3: Rovnice, nerovnice a sústavy

Pre ktoré hodnoty parametra sú korene rovnice

$$(p - 1)x^2 + (1 - 2p)x + p = 0 \text{ v pomere } 2 : 3 ?$$



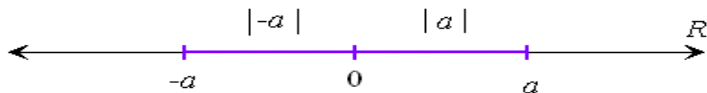
## Zadanie 22

---

### Úloha č.1: Rovnice a nerovnice s absolútnou hodnotou

Vyslovte definíciu absolútnej hodnoty

- Vysvetlite, ako sa pozeráme na absolútnu hodnotu z geometrického hľadiska?



- Ktoré vlastnosti absolútnej hodnoty platia pre všetky reálne čísla  $a, b$ ?
  - V závislosti od parametra  $b$  určte počet koreňov rovnice  $|x| = b$
  - Navrhните rôzne spôsoby riešenie danej rovnice  $|x| + |x + 8| = 3$
- 

### Úloha č. 2 : Logaritmická funkcia

Dokážte, že pre pomer výrazov platí rovnosť  $V_1 : V_2 = 1$

$$V_1 = \frac{1}{2} \log_6 36 - \log_{\frac{1}{7}} 49 + \log_{0,5} 4 + \log \frac{1}{0,01}$$

$$V_2 = \log 1 + \frac{1}{3} \log_5 0,008 - \log_3 \frac{1}{81}$$

---

### Úloha č. 3: Geometria – konštrukčné úlohy

Dané sú 2 rôznobežky  $p, q$  a bod  $C$ , ktorý na nich neleží. Zostrojte všetky rovnostranné trojuholníky  $ABC$  tak, aby bod  $A \in p \wedge B \in q$ .

## Zadanie 23

---

### Úloha č. 1: Analytická geometria lineárnych útvarov v rovine

Zadefinujte karteziánsku sústavu na priamke (číselná os) a v rovine

- určte všeobecnú rovnicu priamky pomocou dvoch bodov
  - zo všeobecnej rovnice priamky odvodte smernicový tvar rovnice priamky
  - objasnite pojem *smernica* – objasnite vzťah medzi smernicami dvoch rovnobežných, resp. kolmých priamok
- 

### Úloha č. 2: Stereometria

Dokážte, že rezom kocky ABCDEFG rovinou IJK, kde

$$I \in BF \wedge |FI| = 3|BI|$$

$$J \in CG \wedge |CJ| = 3|GJ|$$

$K \in AD \wedge |AK| = 2|DK|$  je päťuholník.

---

### Úloha č. 3: Výroková logika

Adam, Boris a Cyril pracujú v podniku s nepretržitou prevádzkou. Ich pracovná doba sa riadi určitými pravidlami:

- Vždy je v práci Boris alebo Cyril.
- Cyril nie je v práci práve vtedy ak je v práci Boris.
- Ak je v práci Cyril, tak Boris nie je v práci a je v práci Adam.

Určte všetky možnosti pracovnej doby Adama, Borisa a Cyrila

*Zostavte tabuľku pravdivostných hodnôt a zistite kedy sú splnené všetky podmienky. Úloha môže mať viac riešení.*

## Zadanie 24

---

### Úloha č. 1: Metrické vlastnosti priamok, priamok a rovín, rovín

Zadefinujte vzdialenosť

- *Dvoch bodov v priestore*
  - *Bodu od priamky v rovine a priestore*
  - *Dvoch rovnobežných priamok*
  - *Bodu od roviny*
  - *Dvoch rovnobežných rovín*
- 

### Úloha č. 2: Teória čísel

Metódou *priameho dôkazu* dokážte, že pre každé prirodzené číslo  $n$  platí :  $4 \mid (n^4 + 3n^2)$

---

### Úloha č. 3: Kombinatorika

V krabici je desať výrobkov, z ktorých sú tri chybné. Koľkými spôsobmi môžeme vybrať päť výrobkov tak, aby boli

- a) práve dva chybné
- b) najviac dva chybné
- c) aspoň dva chybné?

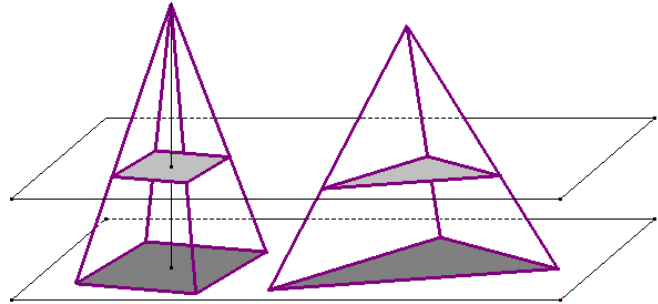
## Zadanie 25

---

### Úloha č. 1: Telesá

Čo rozumieme pod pojmom povrch telesa a objem geometrického telesa?

- Vyslovte základné vety o objeme telies
- Daný obrázok znázorňuje *Cavalieriho princíp* – vysvetlite jeho podstatu
- Roztried'te telesá – *hranol, kváder, ihlan, valec, štvorsten, guľa, kužeľ, rovobežnosten* podľa kritérií – *hranaté; rotačné.*

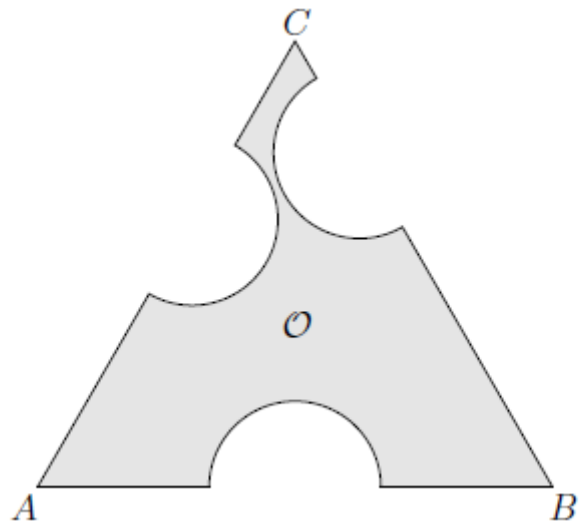


Načrtnite vo voľnom rovobežnom premietaní kocku, hranol, ihlan, kužeľ, valec a doplňte základné charakteristiky týchto telies (výška, telesová a stenová uhlopriečka, povrch, objem)

---

### Úloha č. 2: Planimetria

Na obrázku je znázornená oblasť  $\mathcal{O}$ , ktorá vznikne z rovnostranného trojuholníka so stranou  $a = 6$  cm vyrezaním troch polkruhových výrezov, každý s priemerom 2 cm. Dokážte, že plošný obsah oblasti  $\mathcal{O}$  je  $\frac{3}{2}(6\sqrt{3} - \pi)$ .



### Úloha č. 3: Vlastnosti funkcií

Načrtnite graf funkcie  $g$  a zistite obor hodnôt

$$g_{(x)} = 1 - |8 - 3x|, D_{(g)} = (1; 4)$$

## Zadanie 26

---

### Úloha č. 1: Kombinatorika

Mnoho praktických úloh vieme vypočítať pomocou kombinatorických pravidiel súčtu a súčinu. Vyslovte a aplikujte tieto pravidlá: *V potravinách majú tri druhy vanilkových nanukov, päť druhov ovocných nanukov a dva druhy čokoládových nanukov. Koľkými spôsobmi si môžeme kúpiť tri nanuky z každého druhu?*

*Viktor chce potešiť frajerku Ivku a vymýšľa program na večer. Bud' môžu ísť do jedného z 3 kín, alebo do jednej zo 4 reštaurácií alebo na prechádzku do mesta alebo do parku. Koľko možností má Ivka, ak určite pôjdu na jedno miesto?*

Objasnite pojem  $n!$  a prácu s kombinačným číslom

- vymenujte základné vlastnosti kombinačného čísla
- vyjadrite jedným kombinačným číslom  $\binom{12}{4} + \binom{12}{7}$
- na praktickom príklade vysvetlite základné rozdiely medzi kombináciami a variáciami

---

### Úloha č. 2: Kvadratická rovnica

Overte tvrdenie:

Korene rovnice  $x^2 + 11 + \sqrt{x^2 + 11} = 42$  sú opačné čísla.

---

### Úloha č. 3: Geometria - konštrukčné úlohy

Dané sú 2 rôznobežky  $p$ ,  $q$  a bod  $S$ , pre ktorý platí  $S \notin p \wedge S \notin q$ . Zostrojte všetky štvorce  $KLMN$  so stredom  $S$  tak, aby  $K \in p \wedge M \in q$ .

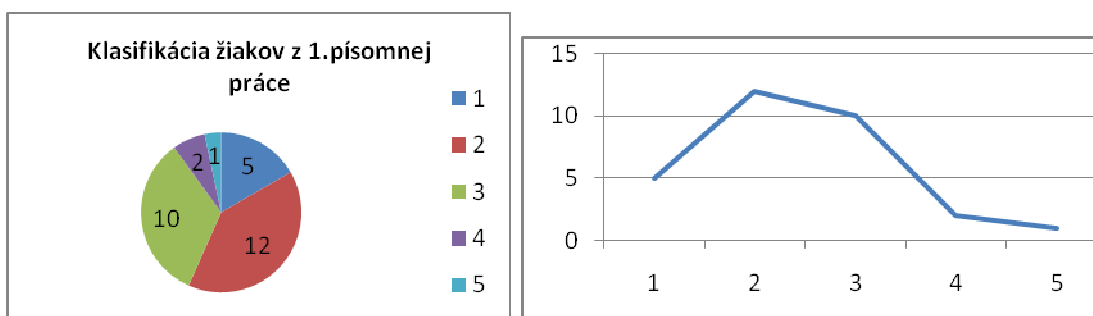
## Zadanie 27

---

### Úloha č. 1: Štatistika

Charakterizujte matematický odbor štatistika, jeho základné pojmy

- štatistický súbor – štatistická jednotka – štatistický znak – kvantitatívny a kvalitatívny
- definujte vlastnosti súboru – rozsah štatistického súboru – absolútna a relatívna početnosť
- grafické znázornenie – porovnajete dva diagramy, ktoré znázorňujú klasifikáciu žiakov a vyhodnoťte, ktorý je prehľadnejší a zhotovte stĺpcový diagram (histogram)



Pre kvantitatívne znaky štatistického súboru rozlišujeme dve charakteristiky:

- *polohy* – priemer, medián, modus
- *variability* – variačné rozpätie, rozptyl, smerodajná odchýlka, variačný koeficient

---

### Úloha č.2: Aritmetická postupnosť

Dokážte, že súčet prvých tisíc párnych prirodzených čísel je väčší ako súčet prvých tisíc nepárnych prirodzených čísel.

---

### Úloha č. 3: Planimetria

Pomer dĺžky a šírky obdĺžnika je 5 : 3. Ak dĺžku zmenšíme o 5 cm a šírku zdvojnásobíme, zväčší sa pôvodný obsah o 45 cm<sup>2</sup>. Určte rozmery pôvodného obdĺžnika.

## Zadanie 28

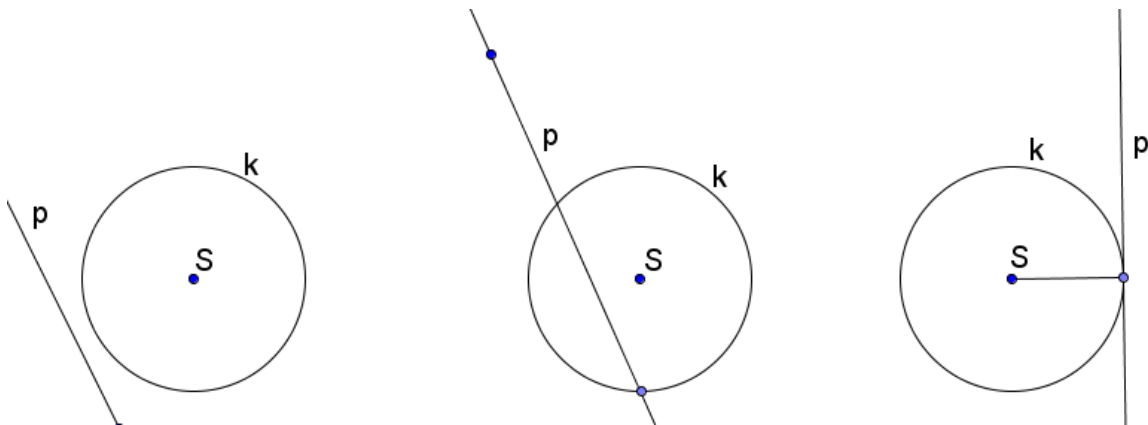
---

### Úloha č.1: Analytická geometria – kružnica

Definujte kružnicu ako množinu bodov danej vlastnosti.

Určte:

- stredový tvar rovnice kružnice, ak jej stred je totožný so začiatkom súradnicovej sústavy a ak  $S[m; n]$
- všeobecný tvar rovnice kružnice
- na obrázku objasnite vzájomnú polohu priamky a kružnice a naznačte spôsob výpočtu takejto úlohy v analytickej geometrii



---

### Úloha č. 2: Goniometria

Dokážte správnosť rovnosti a určte, pre ktoré  $x \in \mathbb{R}$  má daná rovnosť zmysel:

$$\frac{1 + \sin 2x}{\cos 2x} = \frac{1 + \operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg} x}$$

---

### Úloha č. 3: Rovnice, nerovnice a sústavy

Ak zväčšíme šírku obdĺžnika o  $\frac{1}{2}$  cm a dĺžku o 1 cm, zväčší sa jeho obsah o  $6\frac{1}{4}$  cm<sup>2</sup>; ak zväčšíme šírku o 1 cm a dĺžku o  $\frac{1}{2}$  cm, zväčší sa obsah o  $6\frac{3}{4}$  cm<sup>2</sup>. Aké sú rozmery obdĺžnika?

## Zadanie 29

---

### Úloha č. 1: Analytická geometria - Polohové vzťahy priamok, priamok a rovín

Opíšte možnosti pre vzájomnú polohu dvoch lineárnych útvarov

- *vzájomná poloha dvoch priamok*
  - *vzájomná poloha dvoch rovín*
  - *vzájomná poloha priamky a roviny*
- 

### Úloha č. 2: Planimetria

Daný je ostrouhlý trojuholník ABC s obvodom  $2s$ . Dokážte, že platí  $s < v_a + v_b + v_c < 2s$ .

---

### Úloha č. 3: Štatistika

Zistite, aké známky mal na vysvedčení žiak, ak viete, že bol hodnotený z 8 predmetov, priemer jeho známok bol 2,00, medián 1,5 a modus 1. (Nájdite všetky riešenia)

Vypočítajte disperziu, smerodajnú odchýlku a variačný koeficient v prípade, že žiak prepadol.

Na grafické znázornenie si vyberte najvhodnejší graf.



## Zadanie 30

---

### Úloha č. 1: Planimetria – Konštrukčné úlohy

Konštrukčná úloha je úloha, ktorá požaduje zostrojenie všetkých útvarov daného typu, ktoré majú požadované vlastnosti.

- Vymenujte základné eulidovské konštrukcie
  - Charakterizujte časti konštrukčnej úlohy
  - Aké metódy používame pri riešení konštrukčnej úlohy?
- 

### Úloha č. 2: Dokážte rovnosť výrazu a udajte, kedy má zmysel.

$$\left(\frac{2-a\sqrt{a}}{2a-\sqrt{a}}+\sqrt{a}\right)\left(\frac{2+a\sqrt{a}}{2a+\sqrt{a}}-\sqrt{a}\right):\frac{4+a^2}{4a-1}=\frac{1-a}{a}$$

---

### Úloha č.3: Postupnosti

Pod postupnosťou rozumieme funkciu  $f: N \rightarrow R$ , teda môžeme im priradiť vlastnosti funkcií – monotónnosť a ohraničenie.

Priradiťte v tabuľke vlastnosti k daným postupnostiam

$\{-2n+3\}_{n=1}^{\infty}$	aritmetická
$\left\{\frac{5}{n}\right\}_{n=1}^{\infty}$	rastúca
$\left\{\frac{2^n}{3^{n+1}}\right\}_{n=1}^{\infty}$	ohraničená
$\{\log n\}_{n=1}^{\infty}$	klesajúca
$\left\{\frac{5n+2}{n+1}\right\}_{n=1}^{\infty}$	geometrická

## ZÁVER

Predmet matematika žiaci považujú za jeden z najťažších predmetov na strednej škole. Preto ako maturitný predmet si ho vyberajú študenti, ktorí ho budú potrebovať pre svoj ďalší študijný a profesionálny rast. Žiaci sa na túto skúšku musia cieľavedome pripravovať počas štvorročného štúdia. Týždenná hodinová dotácia pre gymnázia podľa ISCED 3A je 4, 3, 3, 1 hodina v jednotlivých ročníkoch. Tento počet hodín je nepostačujúci pre kvalitnú prípravu na maturitnú skúšku. Jednotlivé školy v rámci svojho Školského vzdelávacieho programu môžu zvýšiť hodinovú dotáciu pre žiakov a v treťom a štvrtom ročníku zavádzajú voliteľný predmet seminár z matematiky.

*Naše skúsenosti a odporúčania pre prax:*

- Maturitné zadania vyhotovujeme v štyroch exemplároch (tri pre členov maturitnej komisie) a jeden pre maturujúcich žiakov.
- Každý žiak dostane len jedno, svoje zadanie, ktoré si vylosuje pred maturitnou komisiou. Ostatné zadania sú pre neho irelevantné, neodvádzajú jeho pozornosť pri príprave na odpoveď.
- Prvé skúsenosti s týmto typom maturitných zadaní a odpovedí žiakov nás viedli k poznaniu, že pre žiakov je vhodnejšie, ak si poznámky robia priamo do zadania. Keď si žiaci robili poznámky na pomocné papiere, mali problém zosúladiť zadanie úlohy s ich vypracovanou odpoveďou a takto prezentovať svoje vedomosti. Tento nový postup je efektívnejší pre žiaka, ale náročnejší na prípravu učiteľa, lebo treba nakopírovať duplikáty zadaní pre žiakov (podľa počtu dní, v ktorých sa maturuje).

V **prvej úlohe** má žiak definovať, pomenovať, charakterizovať pojmy. Mnohí žiaci mali problémy s vyjadrovaním teoretických vedomostí, preto sme v niektorých úlohách volili príklady, kde môžu teóriu aplikovať. Napr. lineárna funkcia, riešenie lineárnych rovníc a pod. V **druhej úlohe**, okrem klasických matematických dôkazov (priamy, nepriamy dôkaz, dôkaz sporom), sa osvedčili dôkazy rôznych algebrických rovností (rovnosť lomených výrazov, výrazov s goniometrickými funkciami,...), overenie platnosti rôznych tvrdení.

V **tretej úlohe** sa snažíme dostať vedomostí z matematiky do reálneho života. Na toto nám slúžia aplikačné úlohy, kde dbáme na rozvíjanie kompetencie – pozorné čítanie s porozumením, uvedomenie si správnosti postupu riešenia a overenie reálnosti výsledku. Avšak určité okruhy matematiky si vyžadujú osvojenie poznatkov v teoretickej rovine, čo z hľadiska žiaka znamená poznať isté postupy, algoritmy, vzorce a aplikovať ich pri riešení úlohy. Tu hovoríme o „čisto“ teoretických úlohách.

Výsledky maturitnej skúšky sú dôležitým medzníkom pre každého žiaka. Naším cieľom je, aby všetci žiaci túto skúšku zvládli úspešne. Tomuto podriadujeme prípravu žiakov v dvojročnom kurze – zavedením voliteľného predmetu seminár z matematiky, s týždennou dotáciou 2 hodiny v treťom ročníku a 4 hodiny vo štvrtom ročníku. Učiteľ cez realizáciu obsahových a výkonových štandardov semináru žiakov nielen pripravuje k ústnej maturitnej skúške, ale v rámci rozširujúceho učiva tento predmet slúži ako príprava na úspešné zvládnutie prijímacích skúšok na vysoké školy ďalšie úspešné pôsobenie na týchto školách.

Návrh maturitných zadaní má poslúžiť učiteľom ako pomôcka pre prácu na seminároch, prípadne cvičeniach z matematiky. Úlohy jednotlivých zadaní sú komplexné, k správne výsledku je potrebné mať osvojené vedomosti a zručnosti z rôznych oblastí matematiky. Žiak musí vedieť logicky spájať poznatky, využívať osvojené vzťahy a aplikovať ich na číselné výrazy, musí mať dostatočne rozvinuté morálno-vôľové vlastnosti – presnosť, vytrvalosť, sebadisciplínu, sebaovládanie.

## ZOZNAM BIBLIOGRAFICKÝCH ZDROJOV

1. Bálintová, M., Burjanová, Ľ., Viskupová, I. 2004. Matematika strednej školy v testoch. 2.časť. 1.vydanie. Exam, Bratislava. 2004 ISBN: 80-968815-7-4
2. Burjanová, Ľ., Viskupová, I. 2003. Matematika strednej školy v testoch. 1.časť. 1.vydanie. Exam, Bratislava. 2003 ISBN: 80-968815-3-1
3. Cieľové požiadavky na vedomosti a zručnosti maturantov z matematiky [[online](#)].  
Dostupné  
na:[http://www.statpedu.sk/files/documents/katalog%20cielovych%20poziadaviek/matematika\\_cp.pdf](http://www.statpedu.sk/files/documents/katalog%20cielovych%20poziadaviek/matematika_cp.pdf). [cit.2012 – 31 – 10]
4. [gymno.sk/files/Objem\\_a\\_povrch\\_telies\\_2.doc](#) [cit.2012 – 30 – 10]
5. Kohanová, I., Babišová, V., Ševerová, D., Tichá, H. 2011. Matematika 1- Zbierka úloh pre stredné školy. 1. vydanie. Orbis Pictus Istropolitana, spo.s r.o. 2011. ISBN: 978-80-8120-062-5
6. Matematika – príklady eu. Dostupné na: <http://www.priklady.eu/sk/Riesene-priklady-matematika.alej> [cit.2012 – 30 – 10]
7. Petáková, J. 1998. Matematika příprava k maturitě a k přijímacím zkouškám na vysoké školy. 1. Vydanie. Prometheus. Praha. 1998. ISBN: 80-7196-099-3
8. Polák, J. 1996. Středoškolská matematika v úlohách I. 1.vydanie. Prometheus. Praha. 1996 ISBN: 80-7196-021-7
9. Polák, J. 1999. Středoškolská matematika v úlohách II. 1.vydanie. Prometheus. Praha. 1999 ISBN: 80-7196-166-3
10. Vocelka, J. 2003. Matematika – maturujeme jinak. EDITOR – vydavateľstvo vzdelávacej literatúry, s.r.o., Bratislava. 2003 ISBN: 80-968877-4-2

## **ZOZNAM PRÍLOH**

Príloha 1 Riešenia k úlohám č.3

## Príloha 1 < Riešenia k úlohám č.3>

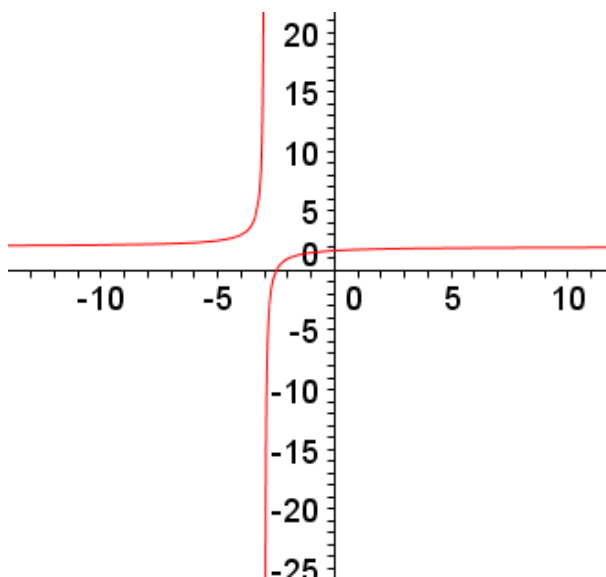
Zadanie 1/3 8 388 608

Zadanie 2/3

$D(f): \mathbb{R} - \{-3\}$

$H(f): \mathbb{R} - \{2\}$

$$f^{-1}: y = \frac{5 - 3y}{y - 2}$$



Zadanie 3/3  $44 \text{ m}^2$

Zadanie 4/3 uhol medzi stenovou a telesovou uhlopriečkou je  $90^\circ$

Zadanie 5/3 a)  $\alpha = 20^\circ, \beta = 120^\circ, \delta = 40^\circ$     b)  $80^\circ$

Zadanie 6/3 Hod granátom alebo streľbu 53 hliadok, len bariéru 6 hliadok

Zadanie 7/3  $2x - y - 8 = 0$

Zadanie 8/3  $R: \{3\}$

Zadanie 9/3 prienik kružnice a hyperboly  $\gg 4$  priesečníky

$$[\sqrt{2}; 2\sqrt{2}]; [-\sqrt{2}; -2\sqrt{2}]; [2\sqrt{2}; \sqrt{2}]; [-2\sqrt{2}; -\sqrt{2}]$$

Zadanie 10/3  $C[-4; 5], B[-2; 1], D[0; 7]$

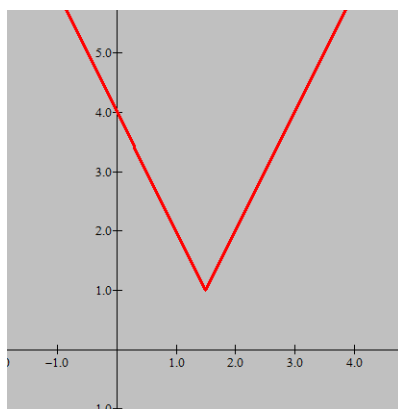
Zadanie 11/3 a)  $\frac{ab}{\sqrt{b^2+2a^2}}$     b)  $\cos\varphi = \frac{b}{\sqrt{b^2+2a^2}}$

Zadanie 12/3  $\{2; 3\}$

Zadanie 13/3 6 riešení

Zadanie 14/3 riešime nerovnosť  $-1 \leq \frac{p}{p+1} \leq 1 \gg (-\frac{1}{2}; \infty)$

Zadanie 15/3 a)  $p < 1$   
 b)  $p = 1$   
 c)  $p > 1$



Zadanie 16/3 8,07 km

Zadanie 17/3  $(1; 2) \cup (2; 8 >$

Zadanie 18/3  $-\frac{19}{35}$

Zadanie 19/3  $[2; 7]$

Zadanie 20/3  $r = 1 \text{ m}$  ;  $V = \frac{2}{3} \pi \sqrt{2} = 4,44 \text{ m}^3$

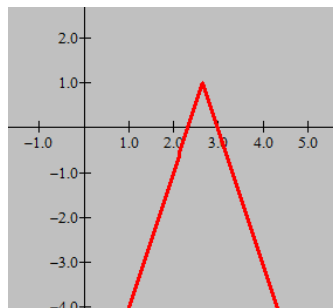
Zadanie 21/3  $p = 3$  alebo  $p = -2$

Zadanie 22/3 využívame otočenie okolo bodu C o  $60^\circ$

Zadanie 23/3 v práci je Adam a Boris, alebo Adam a Cyril - 2 riešenia

Zadanie 24/3 a) 105; b) 231; c) 126

Zadanie 25/3



Zadanie 26/3 využívame stredovú súmernosť  $S_S p = p'$

Zadanie 27/3 15;9






Zadanie 28/3  $4\frac{1}{2} \text{ cm}$ ,  $3\frac{1}{2} \text{ cm}$

Zadanie 29/3 známky 1,1,1,1,2,2,4,4 alebo 1,1,1,1,2,3,3,4 alebo 1,1,1,1,2, 2,3,5

smerodajná odchýlka 1,32; rozptyl 1,75; variačný koeficient 66

Zadanie 30/3

Priradiťte v tabuľke vlastnosti k daným postupnostiam

$\{-2n + 3\}_{n=1}^{\infty}$		aritmetická
$\left\{\frac{5}{n}\right\}_{n=1}^{\infty}$		rastúca
$\left\{\frac{2^n}{3^{n+1}}\right\}_{n=1}^{\infty}$		ohraničená
$\{\log n\}_{n=1}^{\infty}$		klesajúca
$\left\{\frac{5n + 2}{n + 1}\right\}_{n=1}^{\infty}$		geometrická