



**mpc**  
METODICKO-PEDAGOGICKÉ CENTRUM



**Európska únia**  
Európsky sociálny fond

**Moderné vzdelávanie pre vedomostnú spoločnosť / Projekt je spolufinancovaný zo zdrojov EÚ**

Mgr. Ján Hanuliak

# **Rozvoj matematickej gramotnosti žiakov riešením slovných úloh z reálneho života**

Osvedčená pedagogická skúsenosť edukačnej praxe

Prešov  
2015

**Vydavateľ:** Metodicko-pedagogické centrum, Ševčenkova 11,  
850 01 Bratislava

**Autor OPS:** Mgr. Ján Hanuliak

**Kontakt na autora:** Stredná odborná škola, Kušníerska brána 349/2, 060 01 Kežmarok,  
jan.hanuliak@gmail.com

**Názov OPS:** Rozvoj matematickej gramotnosti žiakov riešením slovných úloh  
z reálneho života

**Rok vytvorenia OPS:** 2015  
XV. kolo výzvy

**Odborné stanovisko vypracoval:** PaedDr. Iveta Štefančinová, PhD.

Za obsah a pôvodnosť rukopisu zodpovedá autor. Text neprešiel jazykovou úpravou.

Táto osvedčená pedagogická skúsenosť edukačnej praxe/osvedčená skúsenosť odbornej praxe bola vytvorená z prostriedkov národného projektu Profesionálny a kariérový rast pedagogických zamestnancov.

Projekt je financovaný zo zdrojov Európskej únie.

## **Kľúčové slová**

Slovná úloha, matematizácia, matematická gramotnosť, finančná gramotnosť, testovanie PISA, vizualizácia, práca s grafmi, práca s informáciami, Vennove diagramy, metóda brainstorming, metóda Phillips 66, metóda I.N.S.E.R.T.

## **Anotácia**

V práci sa zaoberám možnosťami rozvíjania matematickej gramotnosti žiakov riešením slovných úloh. Výber konkrétnych matematických slovných príkladov je z reálneho života, zo sféry reálnych životných situácií. Aplikovaním vhodných metód práce so žiakmi na vyučovacích hodinách poukazujem na dôležitosť matematiky v bežnom živote. Zároveň smerujem moje úsilie na odstraňovanie stereotypov vo vyučovaní matematiky. To všetko uvádzam na ukážkach jednoduchých matematických príkladov z rôznych tematických celkov, vhodných pre žiakov 1. a 2. ročníka stredných odborných škôl.

## **Akreditované programy kontinuálneho vzdelávania**

### **Názov akreditovaného vzdelávacieho programu KV**

### **Číslo akreditovaného vzdelávacieho programu KV**

Finančná gramotnosť

3/2010 – KV

Finančná gramotnosť do škôl

86/2010 – KV

Tvorba úloh z matematiky

88/2010 – KV

## OBSAH

ÚVOD .....	5
1 ANALÝZA VÝCHODISKOVÝCH FAKTOROV .....	7
1.1 Matematická gramotnosť z pohľadu štúdie OECD PISA .....	7
1.2 Finančná gramotnosť v stredných školách .....	8
2 METODICKÁ ANALÝZA SLOVNÝCH ÚLOH Z MATEMATIKY, ROZVOJ MATEMATICKEJ GRAMOTNOSTI .....	11
2.1 Slovné úlohy – stanovenie cieľov .....	11
2.2 Slovné úlohy – fázy riešenia .....	12
2.3 Slovné úlohy – analýza schopností podľa fáz riešenia .....	12
2.4 Slovné úlohy – metóda I.N.S.E.R.T. ....	14
3 UKÁŽKY KONKRÉTNÝCH PRÍKLADOV NA VYUČOVANÍ MATEMATIKY, ROZVOJ MATEMATICKEJ GRAMOTNOSTI.....	15
3.1 Práca s grafmi .....	15
3.2 Slovné úlohy a Vennove diagramy .....	22
3.3 Slovné úlohy, práca s informáciami a financiami .....	28
ZÁVER .....	39

## ÚVOD

Cieľom predloženej osvedčenej pedagogickej skúsenosti (OPS) edukačnej praxe na tému Rozvoj matematickej gramotnosti žiakov riešením slovných úloh z reálneho života je poskytnúť učiteľom matematiky metodický materiál - príklady, námety, skúsenosti a odporúčania s riešením slovných úloh na vyučovacích hodinách matematiky. Námety je možné využiť v rámci vzdelávacej oblasti Matematika a práca s informáciami pre žiakov 1. a 2. ročníka strednej odbornej školy.

Riešenie slovných úloh z matematiky je pre mnohých žiakov skúsenosťou, v ktorej zlyhávajú a ktorej sa snažia vyhnúť. Na druhej strane sú slovné úlohy základom vyučovania matematiky ako predmetu použiteľného v praktickom živote. Tento rozpor ma viedol k hľadaniu efektívnych spôsobov, ktoré žiakom pomôžu úspešne riešiť slovné úlohy a naučia ich tak vidieť a aplikovať matematiku vo svojom živote.

V tejto práci som sa tejto myšlienke ujal tak, že som spracoval problematiku schopností potrebných pre riešenie slovných úloh z matematiky, tiež som sa venoval cieľom a metodike práce so žiakmi na strednej odbornej škole pri riešení slovných úloh z reálneho života.

V práci sa odrážam od medzinárodnej štúdie PISA, ktorá poukazuje na rozmer matematiky ako vedy využiteľnej v praxi. Inšpiračným a motivačným zdrojom je aj Metodika pre zapracovanie a aplikáciu tém finančnej gramotnosti do školských vzdelávacích programov stredných škôl. Práve uvedená štúdia a metodika vo svojich meraniach často využíva a odporúča riešenie slovných úloh.

Schopnosť riešiť slovné úlohy je dôležitá z hľadiska vyučovania matematiky, pretože práve na nich sa ukazuje, ako žiaci vedia využiť matematiku v praxi. Zároveň sa u žiakov rozvíjajú vedomosti a zručnosti v troch oblastiach – čitateľská gramotnosť, matematická gramotnosť a prírodovedná gramotnosť. Ak žiaci nebudú správne rozumieť textom v učebniciach rôznych vyučovacích predmetov, ich vedomosti nebudú môcť byť dostatočne hlboké. Učitelia matematiky sú často svedkami situácie, že žiak nevie vyriešiť slovnú úlohu, pretože aj keď si ju opakovane prečíta, nevie z textu zistiť, čo je dané a čo má vlastne zistiť. Zlyháva teda hneď v prvej fáze riešenia, ktorá nesúvisí s matematikou, ale s čítaním s porozumením.

Výbornou príležitosťou pre odstránenie týchto nedostatkov sú slovné úlohy, ktoré sa žiaci učia riešiť na matematike. Sú to príbehy opisujúce nejakú konkrétnu situáciu, v ktorej sú zadané isté známe údaje a úlohou žiaka je na ich základe zistiť alebo vypočítať ďalší údaj, ktorý nás zaujíma. Mojou úlohou ako učiteľa matematiky je žiakov učiť nielen to, ako riešiť slovné úlohy, ale aj to, ako im porozumieť skôr, než ich začne riešiť.

Mojim cieľom zadávania slovných úloh je naučiť žiakov identifikovať dôležité informácie z reálneho života s využívaním autentických materiálov –letáky, inzeráty, komerčné ponuky obchodov, bánk, grafy, tabuľky. To všetko predkladám na výbere 17 príkladov s metodickými poznámkami a odporúčaniami.

Prácu dopĺňa zoznam bibliografických a internetových zdrojov.



# 1 ANALÝZA VÝCHODISKOVÝCH FAKTOROV

## 1.1 Matematická gramotnosť z pohľadu štúdie OECD PISA

Žiaci sa v škole nemôžu naučiť všetko, čo budú v dospelosti potrebovať. Musia však získať schopnosť efektívne sa učiť. Aby to dokázali, potrebujú základy, ktoré im dáva čitateľská gramotnosť, matematika a prírodné vedy, schopnosť organizovať svoje učenie a prekonávať prekážky počas jeho priebehu.

OECD PISA je medzinárodná porovnávacia štúdia, ktorá od roku 2000 v trojročných cykloch testuje úroveň vedomostí a zručností 15-ročných žiakov v oblasti matematickej, prírodovednej a čitateľskej gramotnosti a v riešení problémov. PISA nehodnotí schopnosť žiakov reprodukovat' naučené vedomosti, ale zameriava sa na zisťovanie úrovne osvojenia si zručností, ktoré sú potrebné pre riešenie situácií z reálneho života, zisťuje výsledky vzdelávania z pohľadu požiadaviek trhu práce.

Pisa je skratkou štúdie OECD s názvom Programme for International Student Assessment.

Slovenská republika sa zúčastňuje testovania od roku 2003. V roku 2000 ešte nebola členom OECD a výskumu PISA 2000, ktorý bol zameraný na čitateľskú gramotnosť, sa nezúčastnila.

Hlavnou oblasťou testovania PISA 2003 bola matematická gramotnosť. Zastúpené však boli aj úlohy na čitateľskú a prírodovednú gramotnosť, ako aj úlohy testujúce schopnosť riešiť problémy.

Štúdia OECD PISA 2006 pokračovala po druhýkrát na Slovensku v testovaní tých vedomostí a zručností žiakov a študentov, ktoré sú dôležité pre ich úspešné uplatnenie sa v živote a na trhu práce. Hlavnou oblasťou hodnotenia bola prírodovedná gramotnosť.

Testovanie a hodnotenia štúdie OECD PISA 2009 bolo zamerané na čitateľskú gramotnosť.

Každý cyklus štúdie OECD PISA skúma všetky tri oblasti gramotnosti, jednu ako hlavnú a dve ako doplnkové.

Od roku 2012 sa Slovensko zúčastňuje testovania aj novo pridaných testovaných domén - finančná gramotnosť, elektronické testovanie čitateľskej a matematickej gramotnosti a riešenia problémov. Počnúc hlavným testovaním PISA 2015 bude testovanie na Slovensku prebiehať kompletne v elektronickej podobe.

Pod pojmom gramotnosť sa rozumie schopnosť žiaka:

- aplikovať vedomosti a zručnosti z kľúčových oblastí vyučovacieho predmetu,
- analyzovať a efektívne komunikovať svoje názory a postoje,
- riešiť a interpretovať problémy v rozličných situáciách.

Skúmanie gramotnosti sa vo všetkých testovaných oblastiach zameriava na tri základné aspekty - obsah a vedomosti, situácie, procesy.

Nadobúdanie gramotnosti je celoživotný proces, ktorý prebieha nielen v rámci školy, počas formálneho vzdelávania, ale aj interakciou žiaka s rodičmi, spolužiakmi, priateľmi, kolegami a širšou komunitou. 15-roční žiaci by mali mať rozvinuté čitateľské zručnosti a vedomosti v oblasti matematiky a prírodných vied, aby boli schopní ďalej sa vzdelávať a získané vedomosti aplikovať v reálnom živote.

Z tohto aspektu je matematická gramotnosť definovaná ako:

- schopnosť rozpoznať a pochopiť možnosť využitia poznatkov z matematiky pri riešení úloh, zaoberať sa nimi a aplikovať ich v súkromí, zamestnaní, v spoločnosti priateľov alebo príbuzných a v živote konštruktívneho, zainteresovaného a premýšľajúceho občana.

alebo

- schopnosť použiť nástroje matematiky v reálnom svete a využiť ich pre vlastnú potrebu.

Dôraz sa nekladie na reprodukciu poznatkov, ktoré sú špecifické pre jednotlivé vyučovacie predmety, ale na aplikovanie vedomostí v nových situáciách.

**Existuje 6 úrovní matematickej gramotnosti a slovenskí žiaci sa nachádzajú na tretej úrovni , čo znamená, že žiak vie nájsť jednoduchú stratégiu riešenia, je schopný spracovať viaczdrojové informácie a vytvoriť krátke výsledky a zdôvodnenia ([www.nucem.sk/medzinarodne\\_merania](http://www.nucem.sk/medzinarodne_merania)).**

### **Záverečné vyjadrenie a odporúčanie**

Treba poskytnúť žiakom väčší priestor pre riešenie problémov a na argumentáciu. Riešiť úlohy, ktoré sú vsadené do reálneho života, prehodnotiť poslanie rozširujúceho učiva z matematiky. Preto považujem za dôležité venovať sa týmto oblastiam aj u žiakov na strednej škole. Je dôležité, aby úlohy vychádzali z nasledujúcich oblastí: osobný život, škola alebo zamestnanie, voľný čas, spoločnosť a veda. Teda preferovať úlohy, s ktorými sa žiak má možnosť stretnúť v reálnom svete a ktorých text je pre použitie matematiky prirodzený na rozdiel od úloh, ktoré sa obyčajne vyskytujú v školských učebniciach a ktorých hlavným cieľom je skôr precvičenie použitej matematiky ako jej použitie pri riešení reálneho problému.

### **1.2 Finančná gramotnosť v stredných školách**

Ďalšou oblasťou, ktorá súvisí s témou práce OPS o riešení slovných úloh z reálneho života je zaradovanie príkladov súvisiacich s rozvojom finančnej gramotnosti do vyučovacieho procesu. Rozsiahly projekt týkajúci sa finančného vzdelávania už v roku 2002 iniciovalo OECD, ktorá zaznamenala vzrastajúce obavy z možných dôsledkov nízkej úrovne finančnej gramotnosti obyvateľstva. Zároveň zadefinovala finančnú gramotnosť ako schopnosť využívať poznatky, zručnosti a skúsenosti na efektívne riadenie vlastných finančných zdrojov s cieľom zaistiť celoživotné finančné zabezpečenie seba a svojej domácnosti. Finančná gramotnosť je označením pre stav neustáleho vývoja, ktorý umožňuje každému jednotlivcovi efektívne reagovať na nové osobné udalosti a neustále meniace sa ekonomické prostredie.

V rámci Slovenskej republiky bol vypracovaný Národný štandard finančnej gramotnosti a bola vydaná Metodika pre zapracovanie a aplikáciu tém finančnej gramotnosti do školských vzdelávacích programov základných škôl a stredných škôl ([www.minedu.sk/metodika](http://www.minedu.sk/metodika)). Uvedený materiál popisuje minimálne požiadavky na funkčnú finančnú gramotnosť absolventov prostredníctvom osvojených kompetencií. Tieto sú usporiadané do tém, kompetencií a čiastkových kompetencií, ktoré opisujú vybrané poznatky, zručnosti a skúsenosti z oblasti finančnej gramotnosti. Celkovo sú témy zoradené do siedmich vybraných kategórií – Človek vo sfére peňazí; Finančná zodpovednosť a prijímanie rozhodnutí; Zabezpečenie peňazí pre uspokojovanie



životných potrieb – príjem a práca; Plánovanie a hospodárenie s peniazmi; Úver a dlh; Sporenie a investovanie; Riadenie rizika a poistenie.

Súčasná spoločnosť je označovaná ako informačná. Preto je potrebné žiakov pripravovať na vyhľadávanie správnych informácií, kritické myslenie, rozoznávanie potrebného od zbytočného, odlišenie pravdivého od nepravdivého i efektívne využívanie informácií. Oprieť sa možno o čitateľské stratégie a o kritické myslenie, ktoré žiaka povedú k zodpovednému rozhodovaniu. Naučiť žiakov identifikovať dôležité informácie.

Pritom sa odporúča:

- využívať autentické materiály – reklamné letáky, inzeráty, komerčné ponuky,
- precvičovať so žiakmi čítanie s porozumením – uplatňujte rôzne metódy podporujúce čítanie s porozumením (napr. I.N.S.E.R.T.),
- spolu so žiakmi vyhľadávať varovné signály klamlivých ponúk (drobné písmo, neprehľadnosť zmluvy).

Finančné vzdelávanie sa prelína viacerými vzdelávacími oblasťami i prierezovými témami. K žiakom sa teda dostáva rôznymi spôsobmi. Málokedy je finančná gramotnosť samostatným predmetom, preto vyžaduje jej začlenenie do vzdelávacieho procesu všetkých predmetov, teda aj matematiky.

Jednou z hlavných tém finančnej gramotnosti je hospodárenie domácnosti. Preto je finančné vzdelávanie úzko previazané s rodinným prostredím.

Počas štúdia na strednej škole by sa žiaci mali stretnúť s čo možno najväčším počtom modelových situácií, reprezentujúcich reálne situácie vyskytujúce sa v živote. Cieľom je ich aspoň čiastočne pripraviť na osamostatnenie sa.

### **Záverečné vyjadrenie a odporúčanie:**

Pre rozvoj finančnej gramotnosti využívať metódy vyučovania, ktoré spĺňajú požiadavky:

- Názornosť.
- Jednoduchosť.
- Zmysluplnosť
- Využitelnosť.
- Dôležitosť.

To všetko so vzbudením aktivity žiakov a zabezpečením primeraného tempa vyučovacej hodiny. Hodina by mala byť dynamická, ale s ohľadom na porozumenie preberaných súvislostí.



## 2 METODICKÁ ANALÝZA SLOVNÝCH ÚLOH Z MATEMATIKY, ROZVOJ MATEMATICKEJ GRAMOTNOSTI

V súčasnosti, ako to ukazujú aj predchádzajúce analýzy, existuje veľa dôvodov pre to, aby sa vo vyučovaní matematiky okrem osvojovania vedomosti cielavedome rozvíjal vzťah k poznaniu, hlavne rozvíjaním myslenia riešením problémov z reálneho života. Rozvíjajúci efekt vyučovania matematiky sa najlepšie dosahuje riešením slovných úloh. Na základe analýz v predchádzajúcej kapitole som poukázal na to, že slovenskí žiaci majú ešte dostatočne veľký priestor na rast vo využívaní matematiky pre potreby bežného života. Pre tento rast je vhodné riešenie slovných úloh, ktorým sa venujem v tejto kapitole podrobnejšie z hľadiska metodiky.

### 2.1 Slovné úlohy – stanovenie cieľov

Riešenie slovných úloh je súčasťou takmer každého tematického celku vo vyučovaní matematiky. Vyučovať matematiku bez slovných úloh by znamenalo pripraviť žiakov o zážitok z využiteľnosti matematiky v praxi, znamenalo by to urobiť z matematiky len teoretickú vedu, ktorá využíva množstvo čísel a abstraktných premenných. Slovné úlohy majú nezastupiteľné miesto vo vyučovaní matematiky.

Riešením slovných úloh v škole sledujem nasledovné ciele:

- naučiť žiaka matematicky vyjadriť problémy pozorované alebo zámerne demonštrované v reálnych situáciách,
- motivovať žiaka k ovládnutiu matematického aparátu tým, že sa preukáže jeho potrebnosť a účelnosť v praxi,
- ukázať aplikovateľnosť preberaného matematického učiva,
- naučiť žiaka vyhľadávať a zisťovať potrebné údaje pre riešenie daného problému,
- naučiť žiaka vyhľadávať a sledovať jednoduché funkčné vzťahy a kvantitatívne súvislosti vo svojom okolí,
- aktívne rozvíjať u žiakov morálne a vôľové vlastnosti, ako aj vhodne formovať ich záujmy.

Pod pojmom slovná úloha by som mohol uviesť viac charakteristík, ale najvýstižnejšou je definícia, ktorá uvádza, že slovná úloha je typ matematickej úlohy, ktorý vyžaduje jazykové porozumenie a má presah do životných skúseností. Matematický model nie je zadaný priamo, žiak si ho musí zostaviť na základe porozumenia zadania úlohy s využitím životných skúseností. Byť matematickou úlohou neznamená len to, že sa s ňou žiaci stretnú na hodine matematiky, ale predovšetkým to znamená, že pri jej riešení žiak potrebuje využívať matematické schopnosti. Ďalej vyžaduje jazykové porozumenie – teda k jej riešeniu nestačí iba počítat', je nevyhnutné porozumieť úlohe v celom jej kontexte (Hubeňáková, 2012).

Žiak k úspešnému riešeniu slovnej úlohy, teda k riešeniu, ktoré je správne, zdôvodnené a nenáhodné, potrebuje slovnú úlohu rozanalyzovať - získať predstavy o úlohe, pochopiť úlohu, vytvoriť väzby medzi objektmi úlohy, prepísať text úlohy do matematického jazyka. Potrebuje si hneď na začiatku urobiť v úlohe poriadok. V opačnom prípade by sa jednalo iba o mechanické dosadzovanie do vzorcov, čo nepovažujem za úspešné riešenie slovnej úlohy. K uvedeným činnostiam treba žiaka viesť, naučiť ho to, aby sa napokon stal samostatným riešiteľom.

## 2.2 Slovné úlohy – fázy riešenia

Úspešný riešiteľ pri riešení slovnej úlohy prechádza nasledovnými fázami, ktoré sa však môžu prelínať a v istom bode sa môže opätovne vracieť k predchádzajúcim fázam.

Fázy riešenia slovnej úlohy:

1. Porozumenie zadania úlohy.
2. Zostavenie matematického modelu.
3. Vyriešenie matematického modelu.
4. Kontrola získaného riešenia (Hubeňáková, 2012).

Aj keď pri riešení slovných úloh sa hovorí o štyroch fázach, neznamená to, že všetci úspešní riešitelia musia riešiť slovnú úlohu rovnakým postupom.

V poslednom období veľmi často konfrontujem svoje pedagogické skúsenosti s poznatkami z odbornej literatúry z oblasti didaktiky a metodiky a dochádzam k presvedčeniu, že teoretické odporúčané postupy uplatňujem v praxi. Tak je to aj pri dodržiavaní vyššie menovaných fáz riešenia slovnej úlohy.

## 2.3 Slovné úlohy – analýza schopností podľa fáz riešenia

Učiteľ by mal byť pri riešení slovných úloh so žiakmi prognostikom, mal by byť empatický, mal by dôsledne analyzovať a predvídať schopnosti žiakov, ktoré sú potrebné k riešeniu slovných úloh z hľadiska fáz riešenia. To sú opäť moje skúsenosti, ktoré v tejto časti predkladám s vysvetľujúcimi odporúčaniami.

### 1. fáza - porozumenie zadania úlohy.

#### – Čítanie s porozumením.

Správne prečítanie zadania je základom pre všetky etapy riešenia slovnej úlohy. Ako ďalší krok nasleduje pochopenie významu, ktorý sa za zadaním slovnej úlohy ukrýva. Často sa stáva, že žiak si potrebuje ešte raz prečítať zadanie. Odporúčam, pretože sa mi to osvedčilo, vyzvať žiaka, aby povedal zadanie slovnej úlohy svojimi vlastnými slovami.

#### – Predstavivosť.

To, či žiak využil alebo nevyužil svoju priestorovú predstavivosť, viem dobre odčítať z náčrtov v zošitoch. Rozvíjanie schopnosti uplatňujem aplikáciou didaktickej zásady názornosti.

Pozornejší som pri posudzovaní sociálnej a praktickej predstavivosti. Je dôležité, aby žiaci zažili rôzne sociálne situácie, o ktorých hovoria slovné úlohy, premýšľali o nich a uvedomili si vzťahy a súvislosti. Na jednej strane sú žiaci, ktorí sú v procese socializácie výborní, avšak sú aj takí, ktorí tú skúsenosť nemajú, a preto majú s riešením niektorých slovných úloh problém.

Sociálnu a praktickú predstavivosť možno vymedziť ako schopnosť orientovať sa v sociálnom priestore a využívať skúsenosti zo života v riešení slovných úloh. Ukazovateľom, že problémom nezvládania slovných úloh je nedostatočné rozvinutie schopnosti sociálnej a praktickej predstavivosti, môže byť v prvom rade informácia, že žiak je zo sociálneho prostredia chudobného na podnety. To je pre mňa signál, že žiak nemá dostatočnú skúsenosť práve v tej oblasti, ktorej sa úlohy týkajú. V tomto prípade je potrebné žiakovi doplniť chýbajúce informácie, k čomu využívam hlavne internetové zdroje, aby si žiak predstavil sociálny kontext, vzťahy, či bežne zaužívané postupy v

danej spoločnosti. Ide teda o úplne iný typ predstavivosti, ako je priestorová predstavivosť.

V tejto fáze uplatňujem metódu I.N.S.E.R.T., ktorej sa stručne venujem samostatne.

## **2. fáza - zostavenie matematického modelu.**

### **– Vizualizácia.**

Robenie náčrtov je súčasťou riešenia niektorých typov úloh. Vizualizáciu nie je potrebné používať za každú cenu. Uvedomujem si, že pri niektorých úlohách by kreslenie obrázka bolo zbytočné.

### **– Zostavenie plánu riešenia.**

Pre využitie tejto schopnosti stačí, ak je žiakovi jasná len východisková situácia a nasledujúci krok, ktorý musí urobiť. Žiak nemusí vedieť pomenovať všetky nasledujúce kroky, a to aj v prípadoch, keď sú mu v podstate jasné.

Je dôležité upozorniť, že učiteľ by mal dbať na to, aby žiak pomenoval aj súvislosti medzi jednotlivými krokmi, teda nielen čo urobil, ale aj prečo urobil tento krok.

## **3. fáza - vyriešenie matematického modelu.**

### **– Matematizácia.**

Riešiteľ slovnej úlohy prechádza v istom momente riešenia k jazyku matematickému. Jednotlivé kroky, ktoré si pomenoval potrebuje teraz zmatematizovať, aby úlohu dovedol k výsledku.

Využitie resp. nevyužitie schopnosti matematizácie posudzujem vzhľadom k tomu, ako žiak prešiel prvou fázou riešenia slovnej úlohy, teda ako ju pochopil.

Pri neúspechu požiadam žiaka, aby vysvetlil poznatok vlastnými slovami, dávam žiakovi zámerne úlohy, ktoré vyžadujú zret'azenie jeho poznatkov.

## **4. fáza - kontrola získaného riešenia.**

### **– Dematematizácia.**

Dematematizáciou sa rozumie schopnosť interpretovať výsledok fázy riešenia matematického modelu a posúdiť jeho správnosť v kontexte zadania slovnej úlohy. Myslím si, že táto schopnosť je často nedostatočne ocenená, i keď práve ona prepája matematiku s realitou a pomáha robiť zdôvodnené rozhodnutia, čo je jedna zo stránok matematickej gramotnosti podľa PISA.

Výsledok dematematizácie pri riešení slovnej úlohy, je odpoveď. Zo skúsenosti zo školskej praxe usudzujem, že žiakom sa zdá nadbytočná. Často si žiaci myslia, že im stačí dvakrát podčiarknuť výsledok.

Ak chcem docieľiť, aby žiaci písali odpoveď celou vetou, dávam otázku, na ktorú nestačí odpovedať stručne  $x=...$ . Popríklad sformulujem k slovnej úlohe viac otázok, ktoré má žiak zodpovedať. Tým sa žiak bude musieť viac zamyslieť nad tým, čo vypočítal a tým sa naučí, že riešenie slovnej úlohy nekončí vyriešením matematického modelu. Zároveň môžem sledovať, či sa žiak dokáže vrátiť do kontextu slovnej úlohy a posúdiť vzhľadom k nemu správnosť a vhodnosť riešenia.

### **– Matematická reflexia.**

Riešiteľ slovnej úlohy by sa mal na záver riešenia zamyslieť, či je riešenie správne alebo či úloha má viac riešení.

Žiak by mal zažiť, že úloha môže mať viac možných riešení. Okrem iného preto, lebo aj v praktickom živote majú rôzne situácie viacero možných riešení, medzi ktorými si človek

môže vyberať. Je to príležitosť rozvíjať aj hodnotiace myslenie. Rozvoju schopnosti matematickej reflexie to poslúži tak, že žiak sa začne samostatne pýtať na úplnosť svojho riešenia, čo je prvým krokom k tomu, aby túto úplnosť aj dokázal.

#### **2.4 Slovné úlohy – metóda I.N.S.E.R.T.**

Metóda I.N.S.E.R.T. je interaktívny záznamový systém na efektívne čítanie a myslenie, angl. **I**nteraktive **N**otating **S**ystem for **E**ffective **R**eadng and **T**hinking.

Vyučovacia metóda využíva všetky tri časti stratégie EUR a tvorí ucelený rámec pre vyučovanie a učenie. Využívam ju v 1. fáze riešenia slovných úloh v závislosti od náročnosti textu – zadania slovnej úlohy, ktorá vyžaduje čítať text s porozumením, uplatňovať sociálnu a praktickú predstavivosť, vyberať a pamätať si podstatné pojmy a kľúčové slová.

Použitím metódy I.N.S.E.R.T. naučím žiakov:

- vyhľadávať informácie v texte,
- kategorizovať získané informácie,
- aktívne zapojiť žiaka do procesu poznávania,
- usporadúvať myšlienky žiaka,
- doplniť získané informácie z iných zdrojov,
- vysporiadať sa aj s novými otázkami,
- viac si ujasniť niektoré získané informácie.

Ako táto metóda funguje, žiakom vysvetlím. Je to veľmi jednoduché, pretože v priebehu čítania si žiak robí do textu poznámky pomocou jednoduchých značiek ako je fajka, plus, mínus alebo otáznik. Fajkou potvrdzuje, že túto informáciu už vie, plus znamená novú informáciu, ktorá je pre neho prínosná, mínusom označuje informácie, ktoré sú v rozpore s tým, čo už vie. A otáznik si zaznamená u informácií, ktorým nerozumie alebo sa o tom chce dozvedieť viac.

Pri čítaní a zapisovaní značiek si žiak nemusí označiť každú informáciu, ktorú si prečíta. Ide o to, aby značky pomohli pri študovaní a nie, aby sa musel prechádzať znova celý text. Uvedené označovanie mi pomáha oveľa rýchlejšie sa zorientovať a poradiť žiakom, ak majú problém s pochopením zadania (Blašková, 2013).

### 3 UKÁŽKY KONKRÉTNÝCH PRÍKLADOV NA VYUČOVANÍ MATEMATIKY, ROZVOJ MATEMATICKEJ GRAMOTNOSTI

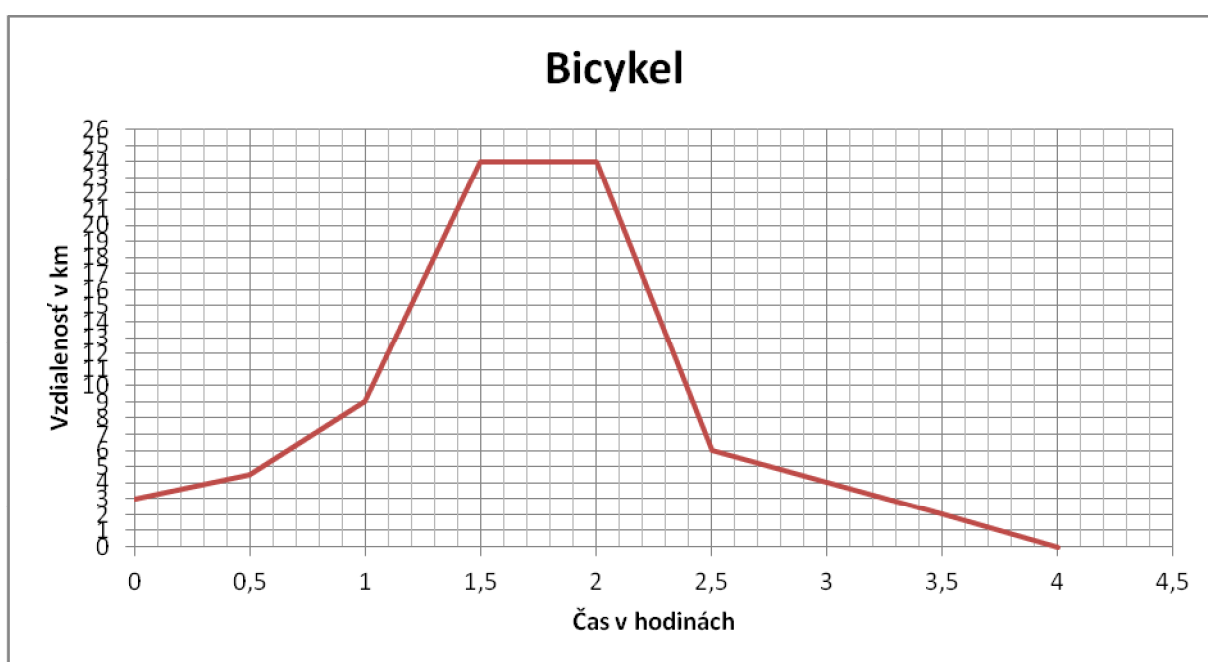
#### 3.1 Práca s grafmi

S grafickým znázorňovaním funkčných závislostí sa žiaci stretávajú už na primárnom vzdelávaní a špirálovite sa rozvíjajú ich vedomosti v rámci tejto problematiky aj na strednej škole v tematickom celku o funkciách na predmetoch z oblasti Matematika a práca s informáciami. Po analýze učebníc a zbierok matematiky pre stredné odborné školy konštatujem, že väčšina príkladov vyžaduje od žiakov operácie – narysujte, resp. zostrojte alebo načrtnite graf funkcie, znázorníte graficky závislosť, zostrojte tabuľku. Nevyskytujú sa príklady, ktoré vyžadujú od žiakov opačný proces, teda z hotových grafov uskutočňovať záver, hodnotenie a predkladanie analýzy. Z uvedeného dôvodu som uskutočnil nasledovný výber príkladov 1-7 na vyhodnocovanie grafických závislostí, ktoré so žiakmi na matematike úspešne riešim.

#### Príklad 1

Použitím čiarového grafu, ktorý je ukážkou priebehu bicyklovania chlapca, odpovedajte na nasledujúce otázky:

1. Zistíte, akú vzdialenosť prešiel chlapec na bicykli?
2. Akú mal priemernú rýchlosť?
3. Aká bola najvyššia rýchlosť, ktorú prešiel chlapec na bicykli?
4. Aký bola najnižšia rýchlosť, ktorú prešiel chlapec na bicykli?
5. Na akú dlhú dobu sa chlapec - cyklista zastavil pred začatím cesty alebo pred spiatočnou cestou?
6. Ako dlho bude trvať spiatočná cesta ?

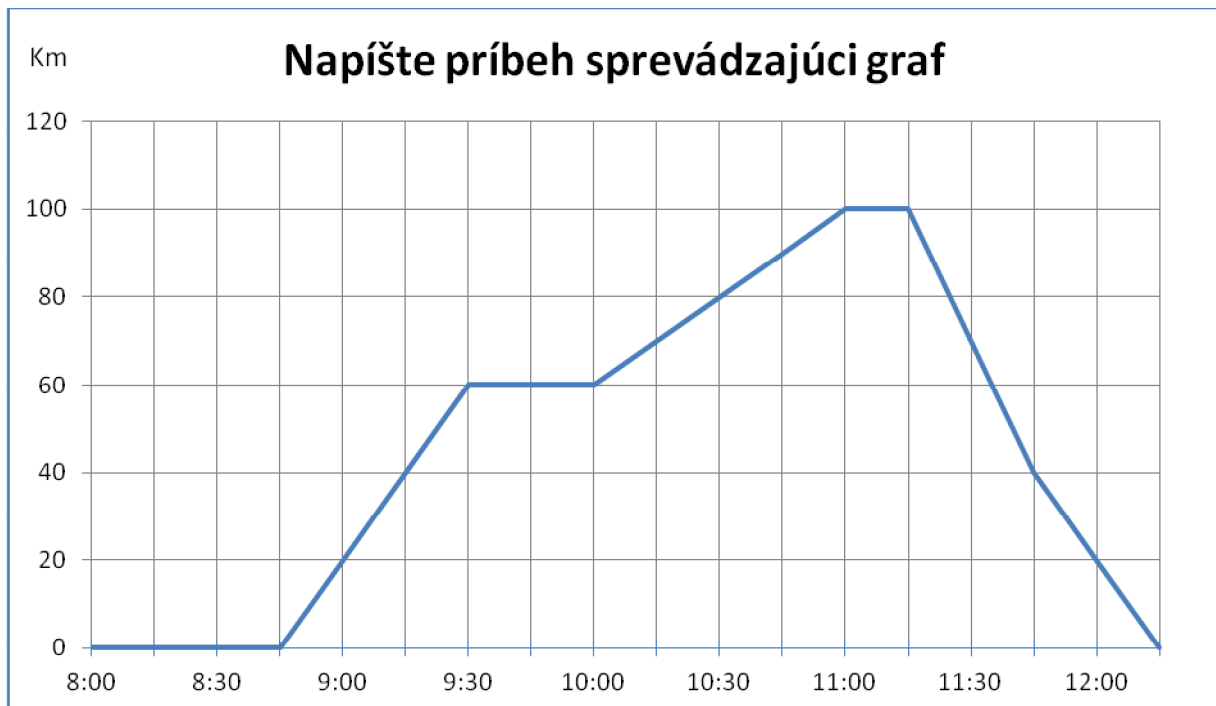


Graf 1 Bicykel

Prameň: vlastný archív

## Príklad 2

Na základe predloženého grafu napíšte svoj vlastný príbeh, ktorý bude korešpondovať s jeho priebehom.



Graf 2 Príbeh

Prameň: vlastný archív

### Ukážka žiackeho riešenia:

Príklad 2 je atypickým príkladom, ktorý od žiaka vyžaduje hodnotiace myslenie. Riešenia ma ubezpečili, že žiaci porozumeli zadaniu a vyprodukovali zaujímavé riešenia.

Jedno z nich uvádzam ako ukážku:

*Skôr ako začnem písať môj príbeh, zhrniem si, čo poznám z grafu. Viem, že príbeh sa začína o 8:45, pretože graf sa dotýka osi x na tretej čiarky od 8:00 do 09:00. Viem tiež, že od 8:45 do 9:30 prešiel vzdialenosť 60 km. Je to preto, že od 8:45 do druhej čiarky od 9:00 do 10:00 čiara grafu ide z 0 km do 60 km na osi y. To znamená, že 60 km prejde za 45 minút, takže rýchlosť v priebehu tejto doby je možné vypočítať nasledujúcim spôsobom:*

$$\frac{60}{45} = \frac{60}{45} \cdot \frac{80}{80} = \frac{60 \cdot 80}{45 \cdot 80} = \frac{3600}{3600} = 1$$

*Ďalej vidím, že od 9:30 do 10:00, neprešiel žiadnu vzdialenosť, pretože čiara je na tomto intervale vodorovná. Ale od 10:00 do 11:00 prešiel znovu 40 km, to je preto, že od 10:00 do 11:00 čiara ide zo 60 km do 100 km na osi y. Preto rýchlosť počas tejto doby bola 40 km/hod. Od 11:00 do 11:15 je čiara grafu vodorovná, čiže nie je prejdená nijaká*



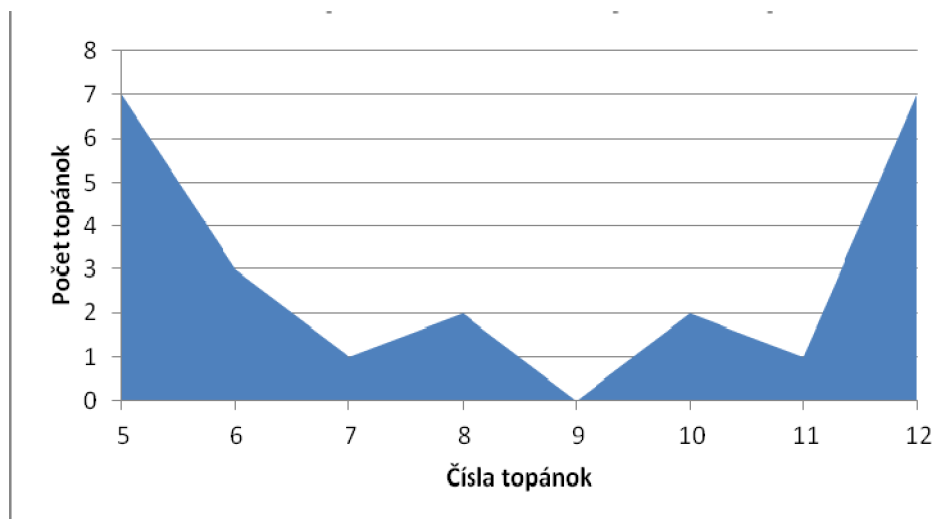
vzdialenosť. A konečne od 11:15 do 12:15 prešiel 100 km, pretože čiara grafu ide zo 100 km na 0 km na osi y od 11:15 do prvej čiarky po 12:00. To znamená, že rýchlosť v priebehu tejto doby bola 100 km/hod. Pretože vzdialenosť klesá v tomto intervale viem, že sa jedná o spätočnú cestu. Vzhľadom k tomu sa čiara dotkne osi x o 12:15, čo je koniec cesty.

Teraz som pripravený napísať môj príbeh:

Chystám sa na nákup do mesta vzdialeného 100 km. Od 8:45 do 9:30 riadim svoje auto do motorestu, ktorý je vzdialený 60 km rýchlosťou 80 km/hod. Tu sa rozhodnem prerušiť cestu a po 30 minútových raňajkách som pokračoval v ceste. Cestu opravovali, a preto som ďalšiu hodinu prešiel len 40 km rýchlosťou 40 km/hod. O 11:00, keď som konečne došiel do cieľa som zistil, že tovar, ktorý som potreboval nemali a po 15 minútach som sa rozhodol vrátiť domov. Na spätočnej ceste bola prevádzka na ceste oveľa slabšia, a tak som sa vrátil domov bez zastavenia rýchlosťou 100 km/hod. Mal som šťastie, že som nedostal pokutu za prekročenie maximálne povolenej rýchlosti 90 km/hod. a ešte som stihol obed o 12:15 hod.

### Príklad 3

Preskúmajte graf závislosti počtu topánok od ich čísla. Potom odpovedajte na štyri predložené otázky.



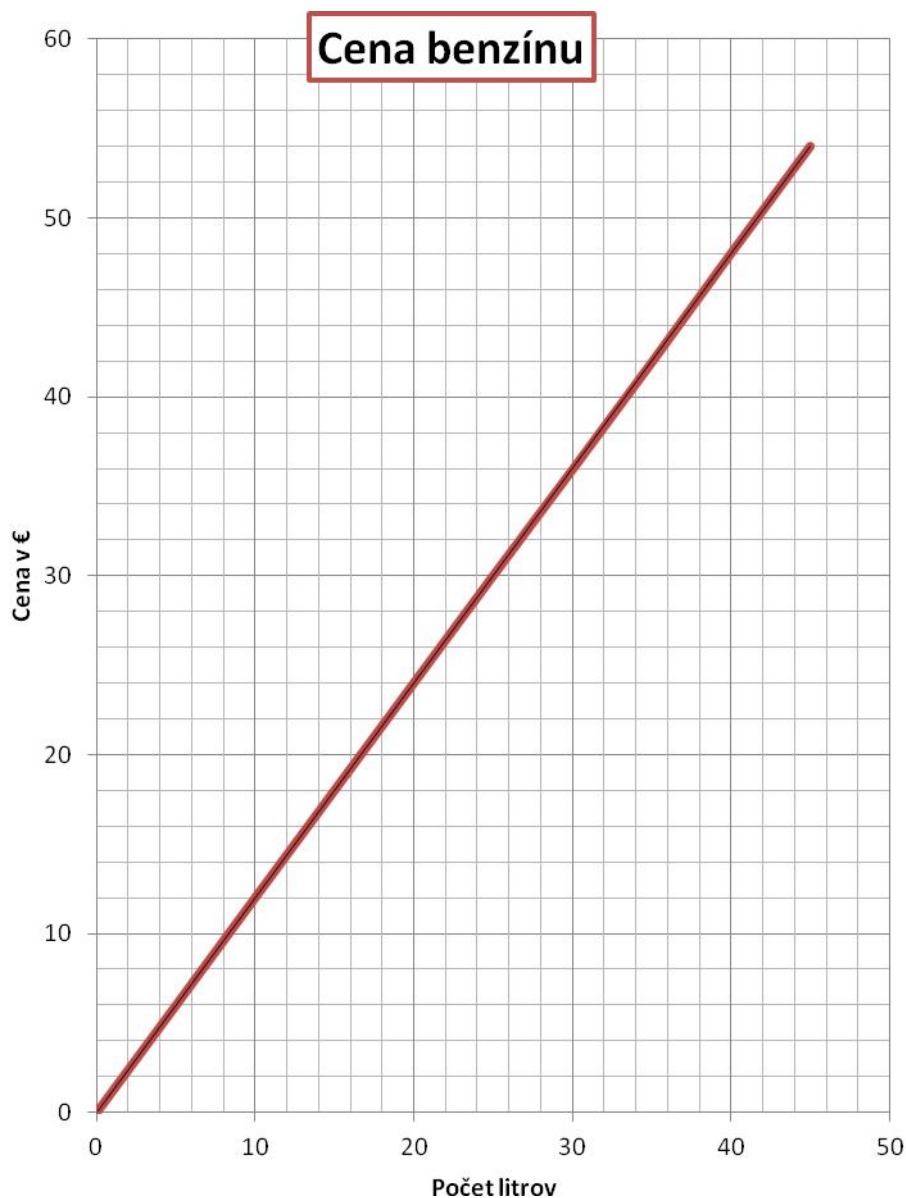
Graf 3 Topánky

Prameň: vlastný archív

1. Koľko chlapcov nosí topánky veľkosti 12?
2. Koľko chlapcov nosí topánky veľkosti 6?
3. Koľko ďalších má veľkosť 5?
4. Koľko chlapcov sa zúčastnilo prieskumu?

### Príklad 4

Každého motoristu zaujíma aktuálna cena benzínu. Pán Rýchly zistil, že na benzínovej stanici pri jeho obľúbenej kaviarni stojí 1 liter benzínu x €. Na základe tohto údaju si zostrojil graf závislosti výšky peňažných nákladov od množstva natankovaného benzínu, ktorý by mohol natankovať do nádrže svojho auta.



Graf 4 Benzín

Prameň: Kövesiová, 2015, cv2

**Na základe grafu tejto funkcie doplňte odpovede na otázky:**

-Akú veľkú nádrž má pán Rýchly vo svojom aute?  litrov.

-Koľko by zaplatil, ak by natankoval plnú nádrž?  €.

-Koľko stojí 10 litrov benzínu?  €.

-Doplňte údaj x (zo zadania úlohy):

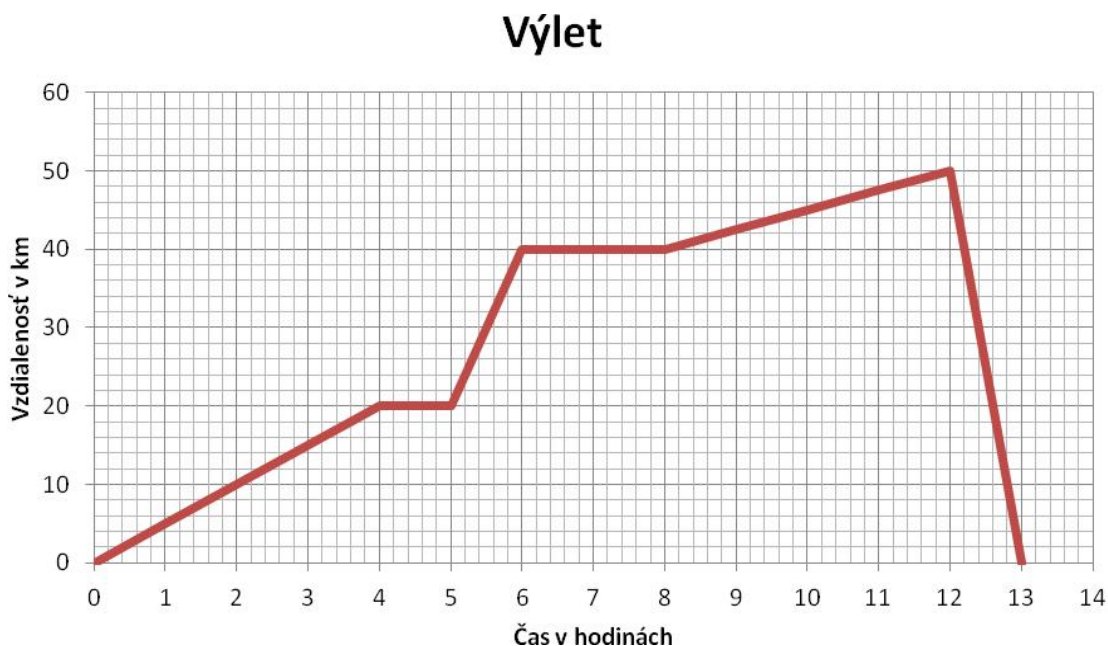
-Pán Rýchly zistil, že má v peňaženke iba 30 €. Koľko benzínu môže natankovať?  litrov.

-Ak má teraz pán Rýchly v nádrži 20 litrov benzínu a chce dotankovať doplna, bude mu stačiť 17 €?

- Dokázal by pán Rýchly za 10 € natankovať jednu sedminu svojej prázdnej nádrže?
- Koľko by zaplatil pán Rýchly, ak by natankoval plnú nádrž a dokúpil by si ešte tri päťlitrové nádrže s benzínom?  €.

### Príklad 5

Otec so synom sa vybrali na celodenný výlet. Z domu vyštartovali ráno o 7.00 hod. a počas celého výletu si zaznamenávali svoju aktuálnu vzdialenosť od domova ako to vidíte na grafe.



Graf 5 Výlet

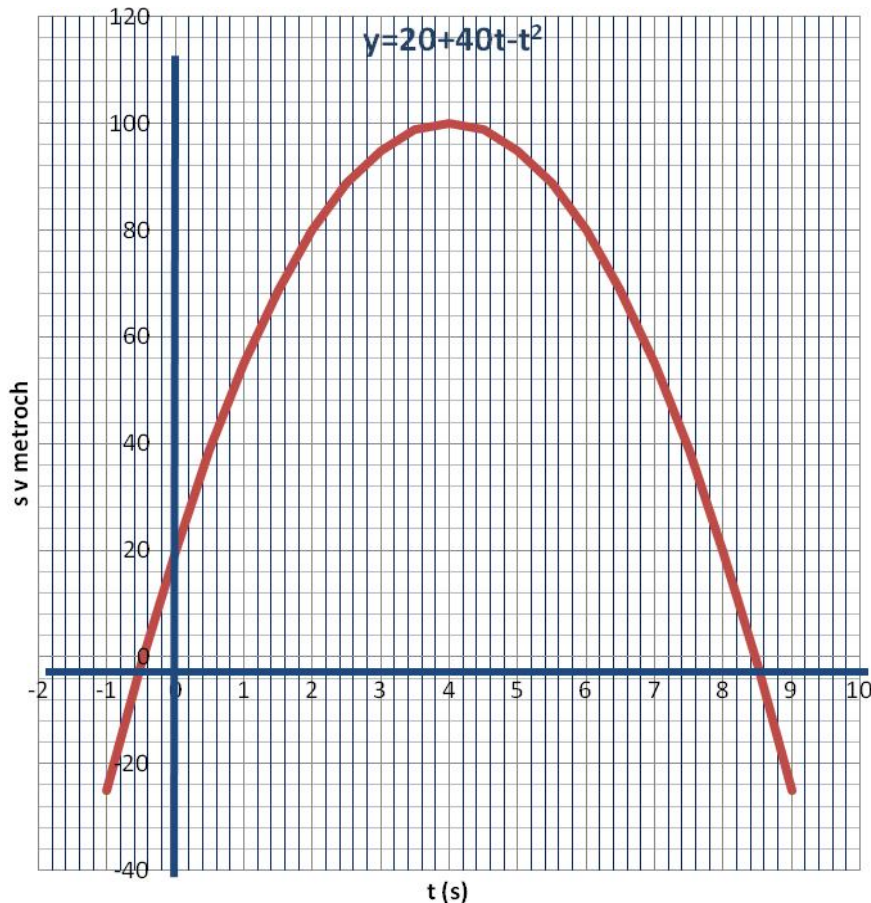
Prameň: Kövesiová, 2015,cv3

### Na základe grafu doplňte odpovede na otázky:

- O koľkej sa vrátili z výletu? o  hod. (zapíšte v tvare hh.mm).
- Ako najďalej boli od domova?  km.
- Počas svojho výletu mali dve prestávky, koľko hodín oddychovali na výlete (spolu)?  hod.
- O koľkej hodine začali obedovať, ak prvá prestávka bola na desiatu? o  hod.
- Rýchlejšie išli pred alebo po desiatovej prestávke? (napíšte slovom: pred / po):
- Cestou domov ich zviezol strýko na svojom džípe. Akou rýchlosťou sa viezli?  km/hod.
- Akou rýchlosťou išli po obednejšej prestávke až do okamihu, keď stretli strýka, ktorý ich zviezol na džípe?  km/hod.
- Koľko kilometrov prekonal celkovo na svojom výlete (rôznym spôsobom)  km.
- O koľkej boli v polovici svojej cesty?  hod.

### Príklad 6

Urobili sme malý pokus s loptou. Postavili sme sa na kraj strechy paneláka. Loptu sme vyhodili do výšky tak, aby nakoniec dopadla na zem. Zaznamenávali sme jej aktuálnu výšku od povrchu zeme a čas ktorý uplynul od okamihu vyhodenia. Na grafe je znázornená závislosť jej výšky (vzhľadom na zem) od času, ktorý uplynul od okamihu jej vyhodenia.



Graf 6 Lopta

Prameň: Kövesiová, 2015, funkcieprax

**Na základe grafu tejto funkcie doplňte odpovede na otázky:**

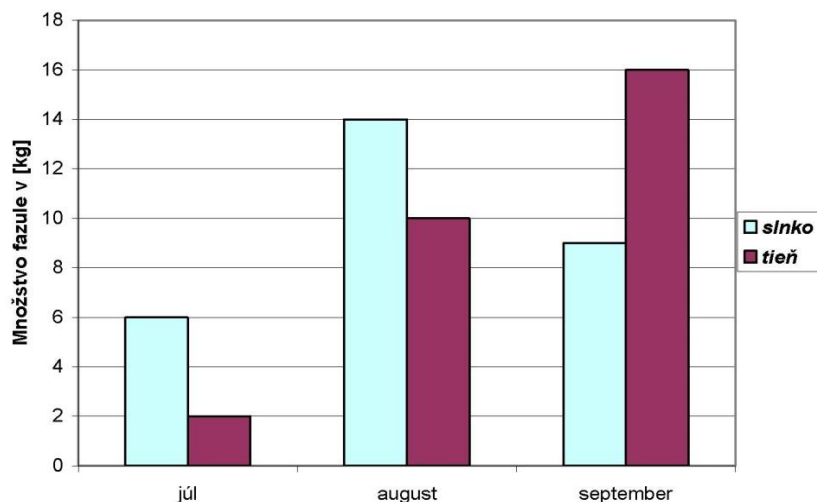
- Ako vysoko sa nám podarilo loptu vyhodit?  m.
- Koľko sekúnd trvalo, kým lopta opäť dopadla na zem?  s.
- V akej výške bola lopta tesne pred začatím pokusu?  m.
- Akú výšku mala lopta v druhej sekunde?  m.
- Koľko sekúnd trvalo, kým sa lopta dostala prvýkrát do výšky 70 metrov nad zemou?  s.
- Koľko sekúnd uplynulo, kým lopta bola opäť na úrovni strechy paneláka?  s.
- V akom čase dosiahla klesajúca lopta výšku 80 metrov?  s.

-Koľko sekúnd trvalo celkovo stúpanie lopty?  s.

-Koľko sekúnd trvalo klesanie lopty?  s.

### Príklad 7

Záhradkár zasial na 2 rovnako veľké záhony to isté množstvo fazule. Jeden zo záhonov bol v tieni, druhý na slnku. So zberom úrody začal v júli a skončil v septembri. Nasledujúci graf obsahuje informácie o úrode, ktorú pozbieral z jednotlivých záhonov.



Graf 7 Fazuľa

Prameň: Benková, 2008, s. 42

1. Koľko kg fazule pozbieral záhradník v júli zo záhonov v tieni?
2. Koľko kg fazule pozbieral v auguste zo záhona na slnku?
3. Na ktorom záhone sa fazuli celkovo lepšie darilo, t.j. urodilo sa jej viac?
4. V ktorom mesiaci pozbieral záhradník z týchto dvoch záhonov spolu najviac fazule?
5. Koľko kg fazule pozbieral celkom, t.j. od začiatku júla do konca septembra?
6. Koľko kg fazule priemerne mesačne v uvedenom období záhradník pozbieral?

### Metodické poznámky a odporúčania

Uvedené príklady riešim so žiakmi na vyučovacích hodinách a zaradujem ich do plánu v súlade s preberanou témou. Sú začlenené do tematického okruhu Funkcie s cieľom prispieť k rozvoju špecifického matematického myslenia a orientácie žiakov v rovine.

Žiaci majú možnosť oboznámiť sa s rôznymi typmi grafov a ich interpretáciou. Riešenie príkladov si vyžaduje pozornosť v procese analýzy, vyhodnotenia grafických údajov a dôslednosť vysloviť zo znázornených udalostí závery. Mojou snahou bolo narušiť stereotyp vyučovania zadávaním zaujímavých a netradičných úloh, burcovať myseľ žiaka a dávať vždy nové podnety na rozmyšľanie.

Samostatnému spracovaniu a vyhodnocovaniu údajov z grafov žiakmi predchádzalo niekoľko metodicky overených krokov, ktoré žiakom pri ďalšom spracovávaní údajov pomôžu a zároveň ich motivujú k tomu, aby tieto úlohy riešili spontánne a s radosťou. Vyučovacie hodiny sa niesli v pohodovej a pracovnej atmosfére, úlohy žiaci riešili so záujmom a bez väčších problémov. Je vhodné zvoliť formu práce vo dvojiciach a vytvoriť

ich tak, aby sa zapojili všetci žiaci, výborní, aj tí slabšie prospievajúci. Žiaci si navzájom môžu poradiť, presvedčiť toho druhého o správnosti svojho tvrdenia a rovnako ho obhájiť. Ak je to potrebné, žiakom pomáham individuálne a riadeným rozhovorom zisťujem, ako sa im s grafmi pracuje.

Nechcem zabudnú ani na skupinu najslabších fľakov, preto zadávam úlohy rôznej náročnosti. Práve pre tých je vhodný posledný príklad 7.

### 3.2 Slovné úlohy a Vennove diagramy

#### Pedagogické poznámky.

Riešenie slovných množinových úloh pomocou Vennových diagramu je zaujímavé a prínosné z týchto dôvodov:

Ide o prvú príležitosť, kedy sa žiakom snažím zapísať slovné zadanie pomocou písmen, konštant a premenných, učím ich postupovať podľa textu a zohľadňovať význam každého slova. Vyžadujem systematickosť, využívanie algoritmov, ktoré ich dovedú k výsledku často z beznádejnej situácie. Žiaci síce dospejú k čiastočným riešeniam, ale nedokážu ich spojiť do uceleného celku.

Odporúčaný metodický postup:

- Podľa počtu množín zvolím diagram.
- Označím jednotlivé oblasti grafu.
- Vyjadrím vzťahy medzi jednotlivými oblasťami grafu pomocou rovníc
- Sústavu rovníc vyriešim.
- Doplním riešenia do grafu.
- Prevediem skúšku správnosti.
- Vypracujeme odpovede.
- Pomocou otázok sa snažím nájsť aj iné závislosti v grafe.

Očakávané problémy a dohody:

- Ako prepísať slovné zadanie do rovníc (hlavný význam logických spojok alebo, a, práve jeden, najviac jeden a pod.).
- Nestratíť prehľad v sústave rovníc a vyriešiť ju.
- Ak chcem spolupracovať a kontrolovať riešenie, je nutné dohovoríť sa na rovnakom označení.

Je úplne zrejmé, že príklady je možné vyriešiť úvahou ďaleko rýchlejšie, ale aby sme mohli riešiť zložitejšie úlohy je dôležité zvládnuť metodiku, ktorú predkladám na rozbere nasledujúcich troch príkladov č. 8-10.

#### Príklad 8

Z 15 kontrolovaných počítačov (PC) má softvérovú alebo hardvérovú chybu 14 kusov. 10 počítačov má najviac jeden druh poškodenia, počet počítačov zo softvérovou chybou je o 3 viac než s hardvérovou. Koľko počítačov má:

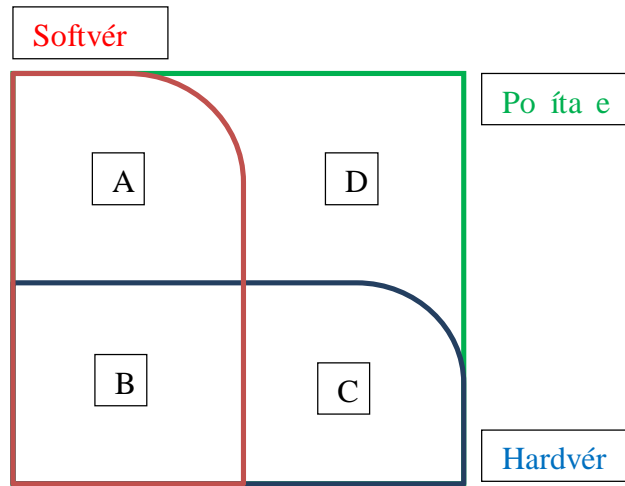
- a) softvérovú chybu,
- b) softvérovú aj hardvérovú chybu.

#### Riešenie:

Označenie množín:

- A – množina PC iba so softvérovou chybou
- B – množina PC so softvérovou a hardvérovou chybou
- C – množina PC iba s hardvérovou chybou
- D – množina PC bez chýb

Vytvorenie Vennovho diagramu:



Graf 8 Počítače 1

Prameň: vlastný návrh

**Matematizácia riešenia:**

Prepis zadania do rovníc:

Mám štyri premenné, potrebujem štyri rovnice. Každé číslo v zadaní väčšinou vedie k jednej rovnici.

- 15 počítačov  $\Rightarrow a + b + c + d = 15$
- 14 počítačov s hardvérovou alebo softvérovou chybou  $\Rightarrow a + b + c = 14$
- 10 počítačov -žiadna alebo jedna chyba  $\Rightarrow b + c + d = 10$
- počet počítačov so softvérovou chybou je o 3 viac než s hardvérovou  $\Rightarrow a + b = b + c + 3$

Výsledná sústava rovníc:

$$\begin{array}{rcl}
 a + b + c + d = 15 & & (1) \\
 a + b + c = 14 & & (2) \\
 b + c + d = 10 & & (3) \\
 a + b = b + c + 3 & & (4)
 \end{array}$$

Riešenie:

Rovnicu (2) dosadím do rovnice (1)  $14 + d = 15 \Rightarrow d = 1$

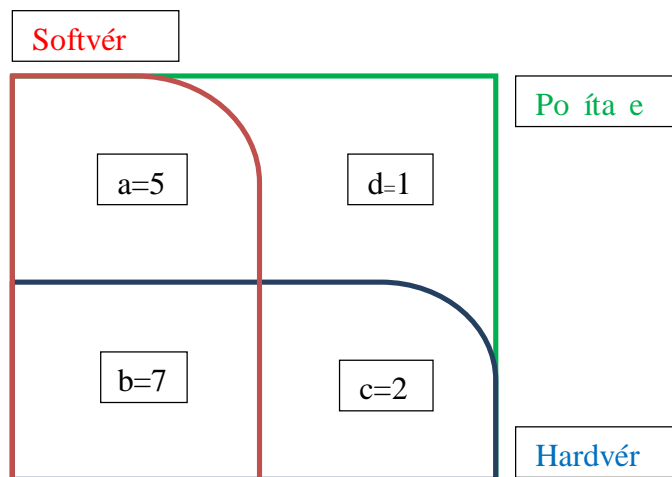
Do rovnice (3) dosadím  $d = 1$   $b + c + 1 = 10 \Rightarrow b + c = 9$

Do rovnice (4) dosadím  $b + c = 9 \Rightarrow a + b = 9 + 3 \Rightarrow a + b = 12 \Rightarrow (2) 12 + c = 14 \Rightarrow c = 2$

(3)  $b + 2 + 1 = 10 \Rightarrow b = 7$

(1)  $a + 7 + 2 + 1 = 15 \Rightarrow a = 5$

Zápis premenných do diagramu:



Graf 9 Počítače 2

Prameň: vlastný návrh

Výsledky a odpovede:

- a) iba softvérovú chybu má 5 počítačov (a)
- b) softvérovú aj hardvérovú chybu má 7 počítačov (b)

Iné odpovede:

- c) iba hardvérovú chybu majú 2 počítače
- d) hardvérovú chybu má 9 počítačov
- e) softvérovú chybu má 12 počítačov

### Príklad 9

Z 1000 oslovených osôb 420 uviedlo, že používa počítač doma alebo v zamestnaní. Počet osôb, ktoré používajú počítač doma, je dvakrát väčší ako počet tých, ktorí používajú počítač doma aj v zamestnaní a je ich o 60 menej ako počet tých, ktorí používajú počítač len v zamestnaní. Koľko oslovených osôb používa počítač:

- a) iba v zamestnaní,
- b) doma.

### Riešenie:

Množiny:

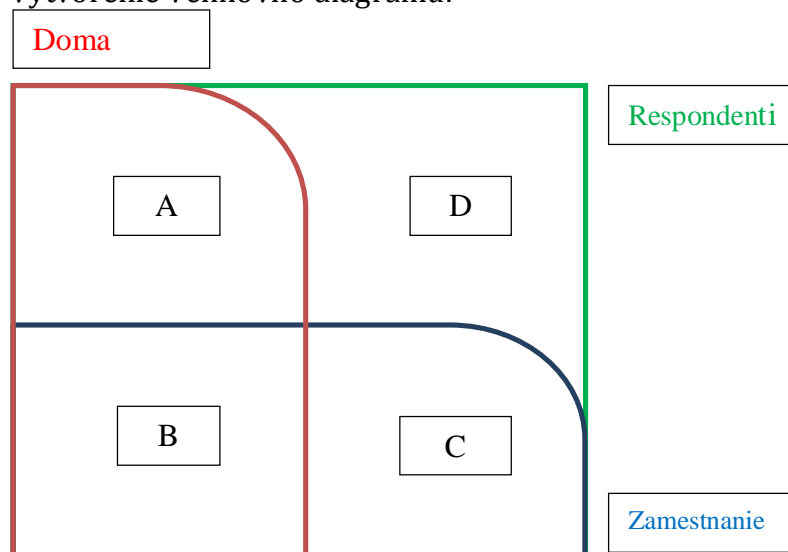
A - množina osôb -používa PC len doma

B - množina osôb -používa PC doma aj v zamestnaní

C - množina osôb -používa PC len v zamestnaní

D -množina osôb -nepoužíva počítač

Vytvorenie Vennovho diagramu:



Graf 10 Anketa 1

Prameň: vlastný návrh

### Matematizácia riešenia:

Prepis zadania do rovníc:

- Počet respondentov  $\Rightarrow a + b + c + d = 1000$
- 420 osôb používa počítač doma alebo v zamestnaní  $\Rightarrow a + b + c = 420$
- Počet osôb, ktoré používajú počítač doma je dvakrát väčší ako počet tých, ktorí používajú počítač doma aj v zamestnaní  $\Rightarrow a + b = 2b$



- Počet tých, čo používajú počítač doma aj v zamestnaní je o 60 menej ako počet tých, ktorí používajú počítač len v zamestnaní  $\Rightarrow a + b + 60 = c$

Výsledná sústava rovníc:

$$a + b + c + d = 1000 \quad (1)$$

$$a + b + c = 420 \quad (2)$$

$$a + b = 2b \quad (3)$$

$$a + b + 60 = c \quad (4)$$

Riešenie:

Dosadíme (2) do (1)  $420 + d = 1000$ , potom  $d = 580$

Upravíme rovnicu (3), potom  $a = b$  a dosadíme do (2) a (4)

$$2a + c = 420$$

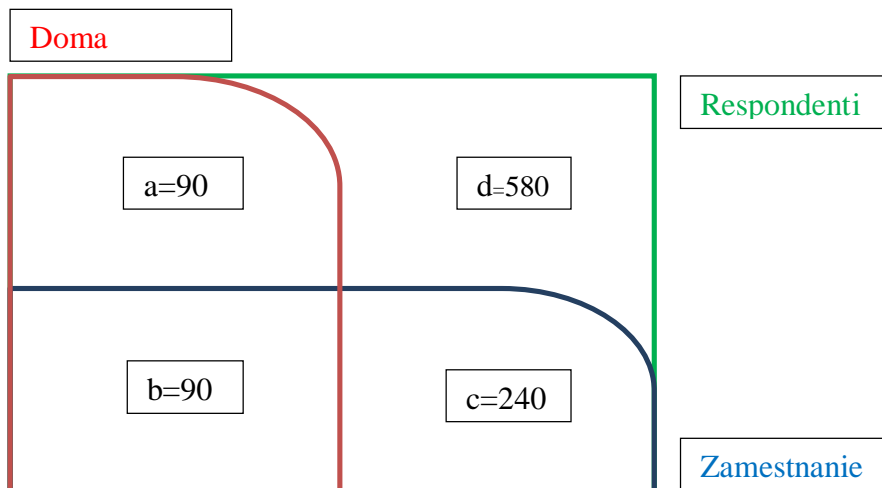
$$2a - c = -60$$

$$\begin{array}{r} 4a = 360 \\ a = 90 \quad b = 90 \end{array}$$

$$2 \cdot 90 + c = 420$$

$$c = 420 - 180 \rightarrow c = 240$$

Zápis premenných do diagramu:



Graf 11 Anketa 2

Prameň: vlastný návrh

Výsledky a odpovede:

- Iba v zamestnaní používa počítač 240 ľudí (množina C).
- Doma používa počítač 180 ľudí (množiny A+B).

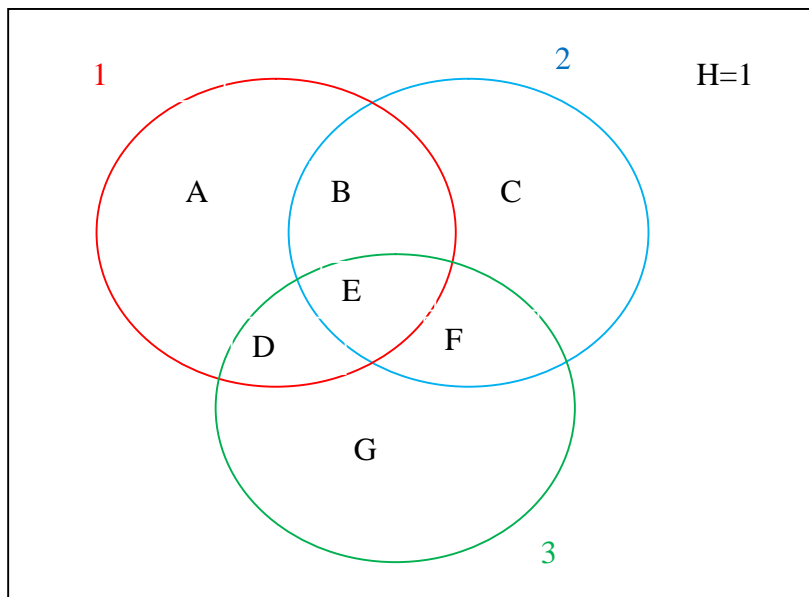
### Príklad 10

Písomná práca z matematiky, ktorej sa zúčastnilo 35 žiakov, obsahovala tri úlohy. Dvaja žiaci vyriešili len prvú úlohu a traja žiaci len druhú úlohu. Prvú a druhú úlohu vyriešilo 16 žiakov, druhú a tretiu 14 žiakov. Všetky úlohy vyriešilo 10 žiakov, prvú alebo tretiu 31 žiakov a 3 žiaci nevyriešili ani prvú ani druhú úlohu. Koľko žiakov vyriešilo:

- aspoň dve úlohy,
- aspoň jednu úlohu.

**Riešenie:**

- Vytvorenie Vennovho diagramu s tromi množinami, ktoré predstavujú úlohy 1-3.
- Množiny A-G predstavujú počty žiakov, ktorí vyriešili príslušné úlohy podľa zadania.



Graf 12 Matematika 1

Prameň: vlastný návrh

**Matematizácia riešenia:**

Prepis zadania do rovníc:

- Počet všetkých žiakov  $35 \Rightarrow a + b + c + d + e + f + g + h = 35$
- Dvaja žiaci vyriešili len prvú úlohu  $\Rightarrow a = 2$
- Traja žiaci vyriešili len druhú úlohu  $\Rightarrow c = 3$
- Prvú a druhú úlohu vyriešilo 16 žiakov  $\Rightarrow b + e = 16$
- Druhú a tretiu úlohu vyriešilo 14 žiakov  $\Rightarrow e + f = 14$
- Všetky úlohy vyriešilo 10 žiakov  $\Rightarrow e = 10$
- Prvú alebo tretiu vyriešilo 31 žiakov  $\Rightarrow a + b + d + e + f + g = 31$
- 3 žiaci nevyriešili ani prvú ani druhú  $\Rightarrow g + h = 3$

Riešenie sústavy rovníc:

Za tri určené neznáme dosadíme do ostatných rovníc:

$$b + e = 16 \Rightarrow b + 10 = 16 \Rightarrow b = 6$$

$$e + f = 14 \Rightarrow 10 + f = 14 \Rightarrow f = 4$$

$$g + h = 3$$

$$a + b + c + d + e + f + g + h = 35 \Rightarrow 2 + 6 + 3 + d + 10 + 4 + 3 = 35$$

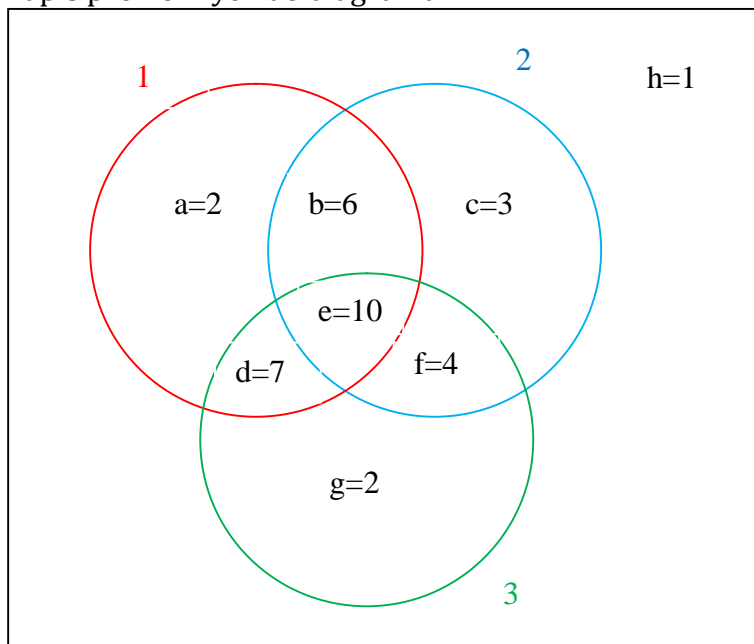
$$d = 35 - 28 \Rightarrow d = 7$$

$$a + b + d + e + f + g = 31 \Rightarrow 2 + 6 + 7 + 10 + 4 + g = 31 \Rightarrow g = 31 - 29 \Rightarrow g = 2$$

$$g + h = 3 \Rightarrow 2 + h = 3 \Rightarrow h = 1$$

$$a = 2; b = 6; c = 3; d = 7; e = 10; f = 4; g = 2; h = 1$$

Zápis premenných do diagramu:



Graf 13 Matematika 2

Prameň: vlastný návrh

Výsledky a odpovede:

Aspoň dve úlohy vyriešilo 27 žiakov (množina  $b + d + e + f$ ).

Aspoň jednu úlohu vyriešilo 34 žiakov (množina  $a + b + c + d + e + f + g$ ).

### Metodické poznámky a odporúčania

Na posilnenie názornej predstavy riešenia slovných úloh, vytvorenie vzťahov a operácií v súlade so zadaním príkladu používam ich grafické znázornenia v rovine, tzv. množinové Vennove diagramy. Príklady v tejto časti slúžia na dôsledné precvičovanie matematizácie a vizualizácie slovných úloh.

Prvý príklad č. 8 riešim spoločne so žiakmi. Na tabuli nakreslím diagram, označím množiny a napíšem prvú rovnicu v dialógu spoločne so žiakmi. Potom čítam ďalšie údaje zo zadania a žiaci zostavujú rovnice, ktoré zatiaľ kontrolujem frontálne a po chvíľke ich ukážem na tabuli. Ďalšie rovnice, ktoré opäť vytvárajú žiaci a zapisujú na tabuľu sa potom snažia dopočítať. Po vyriešení sústavy rovníc hľadáme spoločne ďalšie odpovede na rozširujúce otázky.

Príklady č. 9 a 10 odporúčam riešiť známou metódou Philips 66 alebo metódou brainstormingu (Turek, 2008). Z predchádzajúceho príkladu už žiaci nadobudli skúsenosť s metodikou riešenia a dokážu ich vyriešiť.

Pri použití metódy Philips 66 rozdelím žiakov na skupiny po 6 členov (1 vedúci a 5 členov). Zadáť príklad a každá skupina rieši problém v časovom rozsahu 6 minút. Potom sa vedúci jednotlivých skupín sústreďujú tak, aby ich ostatní mohli dobre vidieť a počuť a referujú o výsledkoch práce svojej skupiny, obhajujú ich a snažia sa nájsť optimálne riešenie. Ak sa nenájde spoločné riešenie, prípadne je veľký rozdiel v názoroch jednotlivých skupín, nasleduje ďalšie kolo, prípadne zasiahnem ako učiteľ. Okrem cvičenia tvorivosti sa pri tejto metóde učia žiaci produkovať myšlienky, rozhodovať sa, komunikovať svoje schopnosti a zručnosti.

### 3.3 Slovné úlohy, práca s informáciami a financiami

#### Príklad 11

Cestovná kancelária MARCO POLO ponúka už v zime svojim zákazníkom letnú dovolenku pri mori v Španielsku. Za skoré zakúpenie zájazdu ponúka dva typy zliav, ktoré nie je možné kombinovať a sú poskytované len z ceny pobytu.

Tabuľka 1 Ceny pobytov

<b>Ceny 10 - dňových pobytov s polpenziou ( v eurách)</b>				
	3.6.-12.6. 19.9.- 28.9.	12.6.- 21.06. 10.9.-19.9.	21.6.- 30.6. 1.9.- 10.9.	1.7.- 31.8.
Dospelá osoba komfortné lôžko	66	88	113	130
Dospelá osoba prístelok	54	76	99	113
Dieťa do 13 rokov prístelok	zdarma	zdarma	zdarma	zdarma

Prame : vlastný návrh

Tabuľka 2 Ceny príplatkov

<b>Ceny príplatkov ( v eurách)</b>						
Spiatočná letenka	Letiskové poplatky a transfer	Letiskové poplatky a transfer pre dieťa do 13 r.	Palivový príplatok pri ceste lietadlom	Pobytová taxa/deň	Komplexné cestovné poistenie osoba/deň	Spiatočná autobusová doprava
220	33	19	9	1,0	1,5	110

Prame : vlastný návrh

#### Zľavy za rýchle rozhodnutie:

- Zľava 14% - zľava platí do 14. januára, pre držiteľov klubových kariet poskytneme ďalší BONUS + 2%.
- Zľava 12% - zľava platí do 18. februára, pre držiteľov klubových kariet poskytneme ďalší BONUS + 2%.
- Zľava 10% - zľava platí do 18. marca, pre držiteľov klubových kariet poskytneme ďalší BONUS + 2%.

#### Zľavy bez časového obmedzenia:

- Zľava 10% - pre pedagógov - dokladujte svoje zamestnanie.
- Zľava 8% - pre žiakov a študentov - predložte doklad o dennom štúdiu.
- Zľava 8% - pre novomanželov - dokladujte sobášnym oznámením.
- Zľava 7% - pre narodeninových oslávencov - kúpa do 7. dní od dátumu Vášho jubilea.
- Zľava 10% - pre seniorov - platí pre osoby staršie ako 60 rokov - potrebný preukaz totožnosti.
- Zľava 10% - pre alergické deti a ich rodičov - priložte správu od lekára.

#### Vypočítajte:

1. Koľko zaplatíte za pobyt autobusovou dopravou?

2. Koľko zaplatí za pobyt jedna dospelá osoba na komfortnom lôžku so spiacou letenkou aj s príplatkami pri ceste lietadlom vrátane cestovného poistenia?
3. Koľko zaplatí 30 ročný Ján za 10-dňovú dovolenku pri mori letecky v období od 1.8.- 10.8., ak si kúpi dovolenku už začiatkom februára a nie je držiteľom klubovej karty?
4. Rodina Štedrých- Katka 55 ročná učiteľka, jej muž Jozef 62 ročný penzista, ich 5-ročná vnučka Terka sa vybrali na dovolenku k moru autobusom v termíne od 21.6.- 30.6. Vezmú si izbu s prístelkou, na ktorom bude spať ich vnučka. Koľko rodina zaplatí cestovnej kancelárii ? Pobyt si kúpili v apríli.
5. Naplánujte si dovolenku. Zdôvodnite, prečo ste sa rozhodli cestovať letecky, resp. autobusom? Využili by ste nejaké zľavy?

### Príklad 12

Jedno z najkrajších lyžiarskych stredísk vo Vrátnej doline má pre hlavnú sezónu 2014/2015 od 20.12.2014 do 8.1.2015 nasledovný cenník hodinových a denných skipasov v eurách:

Tabuľka 3 Ceny skipasov

Skipas	Dospelí	Deti/seniori
2-hodinový	12	8
4-hodinový	15	10
celodenný	21	13
2-denný	37	26
3-denný	56	39
4-denný	67	47
5-denný	85	59
6-denný	100	70
7-denný	114	80
Balík Rodina 2+1	celodenný	49
Balík Rodina 2+2	celodenný	56
Balík Rodina 2+3	celodenný	62
Balík Rodina 2+4	celodenný	69

Legenda: Balík Rodina 2+1 = 2 rodi ia + 1 die a,....

Prame : vlastný návrh

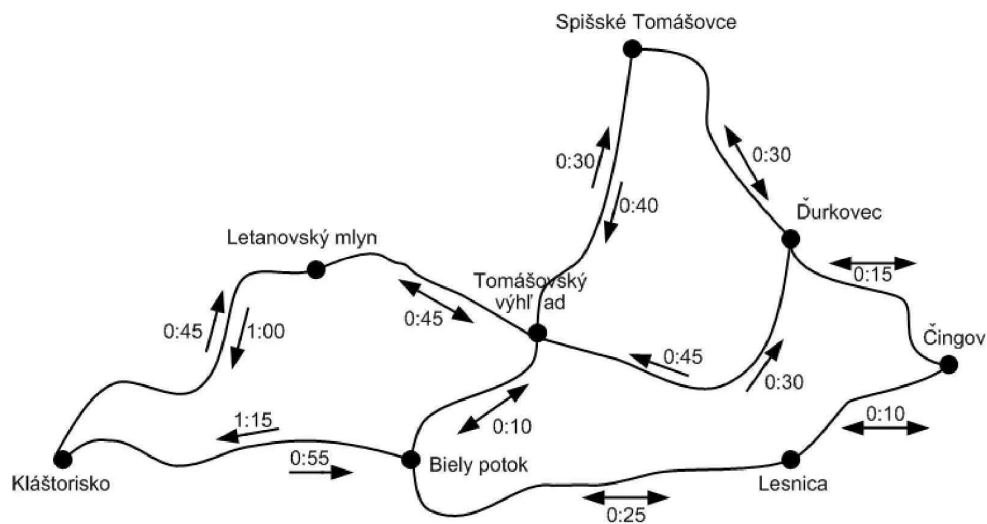
Zalyžovať si v období od 29.12.2014 do 5.1.2015 do strediska Vrátna dolina sa vybrala štvorčlenná rodina Zimných - otec Ján, mama Anna a dve deti Janka a Danka.

**Vypočítajte:**

1. Koľko rodina zaplatí za 2 hodiny lyžovania?
2. O koľko je lacnejší Balík Rodina 2+2 ako lístok na 1 deň pre celú rodinu?
3. Rodina sa rozhodne v stredisku ostať na celý týždeň s tým, že sa ubytuje v miestnom hoteli. Môžu sa lyžovať všetkých 7 dní za menej ako 11 750,- eur? Zdôvodnite.

**Príklad 13**

Turistika v Slovenskom raji nás vždy fascinuje. S triedou plánujete školský výlet Podľa priloženej mapy sa v teréne zorientujte a podľa otázok naplánujte Vaše turistické vychádzky.



Graf 14 Turistická mapa

Prameň: Benková, 2008, s. 33

**Vypočítajte:**

1. Koľko minút Vám podľa mapy bude trvať turistická vychádzka z Čingova na Lesnicu a späť ?
2. Koľko Vám bude trvať turistická vychádzka z Bieleho potoka na Kláštorisko? Koľko minút to je z Kláštoriska na Biely potok? Prečo? Zdôvodnite.
3. Spolužiak Jožo povedal, že pôjde na turistickú vychádzku iba vtedy, ak celá túra (tam aj späť) bude trvať 2 až 3,5 hodiny s tým, že sa počas túry naplánuje 10 min. prestávka. Aké tri turistické vychádzky by tieto podmienky spĺňali, ak východzie miesto bude Čingov?
4. Akú najdlhšiu a akú najkratšiu turistickú vychádzku viete pomocou mapy vytvoriť, ak štart i koniec túry bude v Čingove, musíte sa zastaviť na každom vyznačenom mieste a po každej ceste môžete prejsť najviac raz?

5. Koľko a aké turistické okruhy viete pomocou mapy vytvoriť, ak štart i koniec túry bude v Čingove, nemusíte sa zastaviť na každom vyznačenom mieste a po každej ceste môžete prejsť najviac raz? (Poznámka: okruh A - B -C -A v tejto úlohe pokladajte za ten istý ako A -C - B - A).

### Metodické poznámky a odporúčania

Žiaci sa majú možnosť vyjadriť, či už z vlastných skúseností, prípadne po preriešení týchto úloh, ako by oni nakupovali dovolenku, ako by plánovali lyžovačku v horách a vlastný školský výlet.

O niektorých úlohách sa hovorí, že sú ľahké, o iných zase, že sú ťažké, prípadne komplikované a zložité. Obtiažnosť úlohy závisí od individuálnych osobitostí žiakov, od ich motivácie, od úrovne ich predchádzajúcich vedomostí a zručností. Tá istá úloha môže byť pre jedného žiaka ľahká a pre iného ťažká. V každom prípade obťažnosť úlohy má byť primeraná každému žiakovi. To sa dá dosiahnuť individuálnym a diferencovaným prístupom k žiakovi, zvlášť, keď v triede je 20 a viac žiakov. V tejto súvislosti som príklady 11-13 zaradil medzi ľahké (vyžadujú uplatnenie nižších konvergentných procesov) a ďalšie medzi ťažšie (vyžadujú uplatnenie vyšších konvergentných procesov) a podľa tohto ich zadávam žiakovi. Ďalšie odporúčanie, ktoré sa mi osvedčilo je to, že po tom, ako zadám úlohu žiakovi, sa presvedčím, či ju žiak vnútorne prijal, t. j. či ju bude riešiť so záujmom. Aj preto, aby záujem prevyšoval nechúť riešiť príklady, vyberám úlohy z reálneho života, prepojených s ich praktickým významom a užitočnosťou. S podobným zámerom zadávam žiakovi zaujímavé príklady i za domácu úlohu.

Žiaci sa v predložených úlohách dobre zorientovali a úspešne ich vyriešili. Oveľa menej sa pýtajú, načo mi je matematika (Turek, 2008). Príklady zaraďujem premyslene, podľa tém vyučovacích hodín, na oživenie procesu vyučovania, uvedenie do problematiky, opakovanie, ale i preskúšanie učiva.

### Príklad 14

Začiatkom roku 2015 zverejnila energetická spoločnosť ponuku dvoch taríf elektrickej energie pre domácnosti: Štandard mini DD1 a Štandard maxi DD2.

ŠTANDARD MINI (DD1) je jednopásmová sadzba pre odberné miesta s nižšou spotrebou elektriny (napr. chaty, garáže, záhrady). Podmienkou na pridelenie sadzby ŠTANDARD MINI je priradenie distribučných sadzieb DD1 alebo DD2. Táto sadzba sa odporúča pre distribučnú sadzbu DD1.

ŠTANDARD MAXI (DD2) je jednopásmová sadzba pre odberné miesta s vyššou spotrebou elektriny (napr. rodinné domy, byty – odberné miesta s bežnými elektrickými spotrebičmi, ktoré nemajú elektrické vykurovanie, ani elektrický ohrev vody). Podmienkou na pridelenie sadzby ŠTANDARD MAXI je priradenie distribučných sadzieb DD1 alebo DD2. Táto sadzba sa odporúča pre distribučnú sadzbu DD2.

Tarifa ŠTANDARD MINI (DD1) je zložená z:

- pevnej mesačnej platby za jedno odberné miesto 0,900 €,
- ceny za jednu kWh odobratej elektriny 0,1792 €.

Tarifa ŠTANDARD MAXI (DD2) je zložená z:

- pevnej mesačnej platby za jedno odberné miesto 5,7738 €,
- ceny za jednu kWh odobratej elektriny 0,1392 €

Uvedené údaje sú vyčítané z nasledujúcej originálnej tabuľky energetickej spoločnosti  
Tabuľka 4 Ceny elektriny

III. PREHĽAD CIEN ELEKTRINY NA ROK 2015									
	CENA ZA DODÁVKU ELEKTRINY OD VSE						INFORMÁCIE O KONCOVEJ CENE ELEKTRINY*		
	Mesačná platba za 1 odberné miesto		Vysoké pásmo (VT) Cena za 1 kWh		Nízke pásmo (NT) Cena za 1 kWh		Mesačná platba za 1 odberné miesto	Vysoké pásmo (VT) Cena za 1 kWh	Nízke pásmo (NT) Cena za 1 kWh
	bez DPH EUR	s DPH EUR	bez DPH EUR	s DPH EUR	bez DPH EUR	s DPH EUR	s DPH EUR	s DPH EUR	s DPH EUR
ŠTANDARD MINI (DD1)	0,6500	0,7800	0,0462	0,0554	-	-	0,9000	0,1792	-
ŠTANDARD MAXI (DD2)	0,6500	0,7800	0,0462	0,0554	-	-	5,7738	0,1392	-

Prameň: [www.vse.sk](http://www.vse.sk)

\* Bod zlomu v kWh znamená objem ročnej spotreby elektriny, pri ktorom je cena za použitie distribučnej sústavy rovnaká pri nízkej a vysokej spotrebe. Pri objeme distribúcie elektriny vyššom ako je bod zlomu v kWh je výhodnejšie byť zaradený v sadzbe vysokej spotreby elektriny.

### Úlohy:

1. Vypočítajte, koľko zaplatí podľa tarify DDI za spotrebu energie domácnosť, ktorá za pol roka spotrebovala 1200 kWh.
2. Vypočítajte, koľko zaplatila domácnosť za jeden rok, ak si vybrala tarifu DD2 a za uvedený rok spotrebovala 1 200 kWh elektrickej energie.
3. Ktorú tarifu si má domácnosť vybrať, ak jej odhadovaná spotreba za rok je 2 300 kWh? Zapište svoj výpočet.
4. Rodina Šetrných zaplatila za šesť mesiacov 250€. Koľko kWh za tento čas spotrebovali? Zapište svoj výpočet.
5. Domácnosť, ktorá si vybrala tarifu DD2, spotrebovala za rok x kWh elektrickej energie. Zapište pomocou x cenu, ktorú táto domácnosť zaplatí za svoju spotrebu.
6. Pre tarifu DDI narysujte graf, ktorý znázorňuje závislosť ceny y, ktorú zaplatí domácnosť za rok, od množstva x kWh, ktoré spotrebovala počas tohto roka. Použite mierky 1 cm \* 100 kWh, 1 cm \* 1 0 €.
7. Určte, pri akej ročnej spotrebe je výhodnejšia tarifa DDI a pri akej tarifa DD2. Zapište svoj výpočet. V odpovedi uveďte hodnoty spotreby zaokrúhlené na desatiny kWh.

### Metodické poznámky a odporúčania

Úlohy 1 a 2 sa venujú výpočtu ceny za spotrebovanú energiu. Úloha 3 je príkladom jednoduchej optimalizácie - ak vieme približne odhadnúť spotrebu, môžeme porovnaním cien v oboch tarifách zistiť, ktorá je pre nás výhodnejšia.

Pri riešení úlohy 1-3 žiaci prichádzajú k zisteniu, aké dôležité je poznať základy výpočtov spotreby elektrickej energie a vhodný výber tarify porovnaním spotreby v oboch pásmach. V prvom momente ich odradila vysoká mesačná platba a chceli svoju domácnosť zaradiť do DD1. Výpočet ukázal opak.



V úlohe 4 sa postupuje obrátene - z výslednej ceny počítame približnú spotrebu. Súčasne táto úloha sleduje aj ďalší cieľ - v zadaní nie sú uvedené všetky údaje potrebné na jednoznačnú odpoveď, čo je situácia častá v bežnom živote. Vnímavý žiak urobí výpočet pre obe tarify a opäť porovnávaním zistí, čo je výhodnejšie. Žiaci by si mali uvedomiť, že odpoveď závisí od toho, ktorú tarifu rodina používala. Pri riešení tejto úlohy treba rátať s tým, že žiaci budú o zadaní diskutovať.

V úlohe 5 žiak počíta cenu za spotrebované množstvo elektrickej energie a je rozhodnutý urobiť to aj doma. Úloha 5 je prípravnou úlohou k úlohe 6.

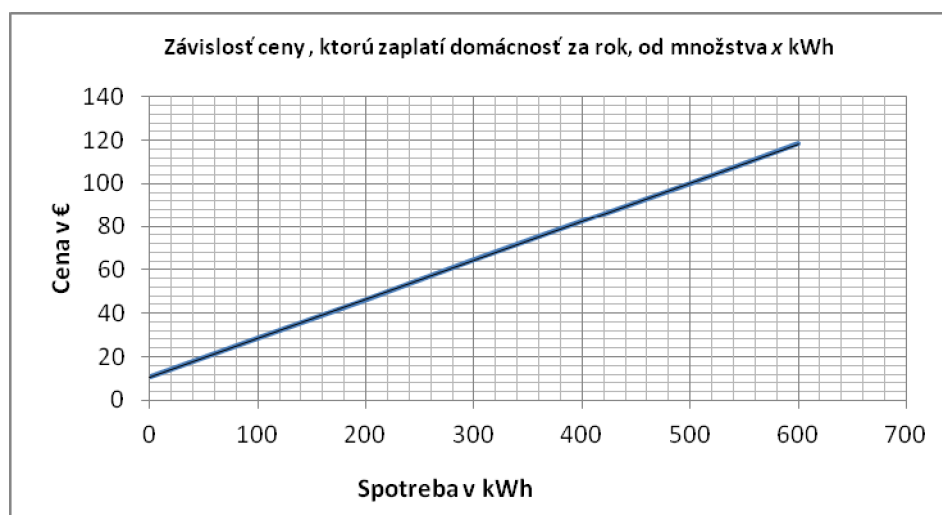
Úlohy 6 a 7 sú príkladmi využitia rovníc, nerovnic a lineárnej funkcie v situáciách z reálneho života.

V 6 úlohe mám v prezentácii pripravené výsledky v prípade, že žiaci zaznamenajú problém s riešením alebo budú potrebovať pomoc.

Tabuľka 5 Ceny elektriny 1

x	0	100	200	300	400	500	600
y	10,80	28,72	46,64	64,56	82,48	100,40	118,32

Prameň: vlastný návrh



Graf 15 Spotreba a cena elektriny 1

Prameň: vlastný návrh

Ide o lineárnu závislosť, jej grafom je polpriamka.

Riešenie úlohy 7 je časovo náročné. Existuje viacero možných postupov - riešenie pomocou nerovnice, pomocou rovnice a úvahy a pomocou grafov.

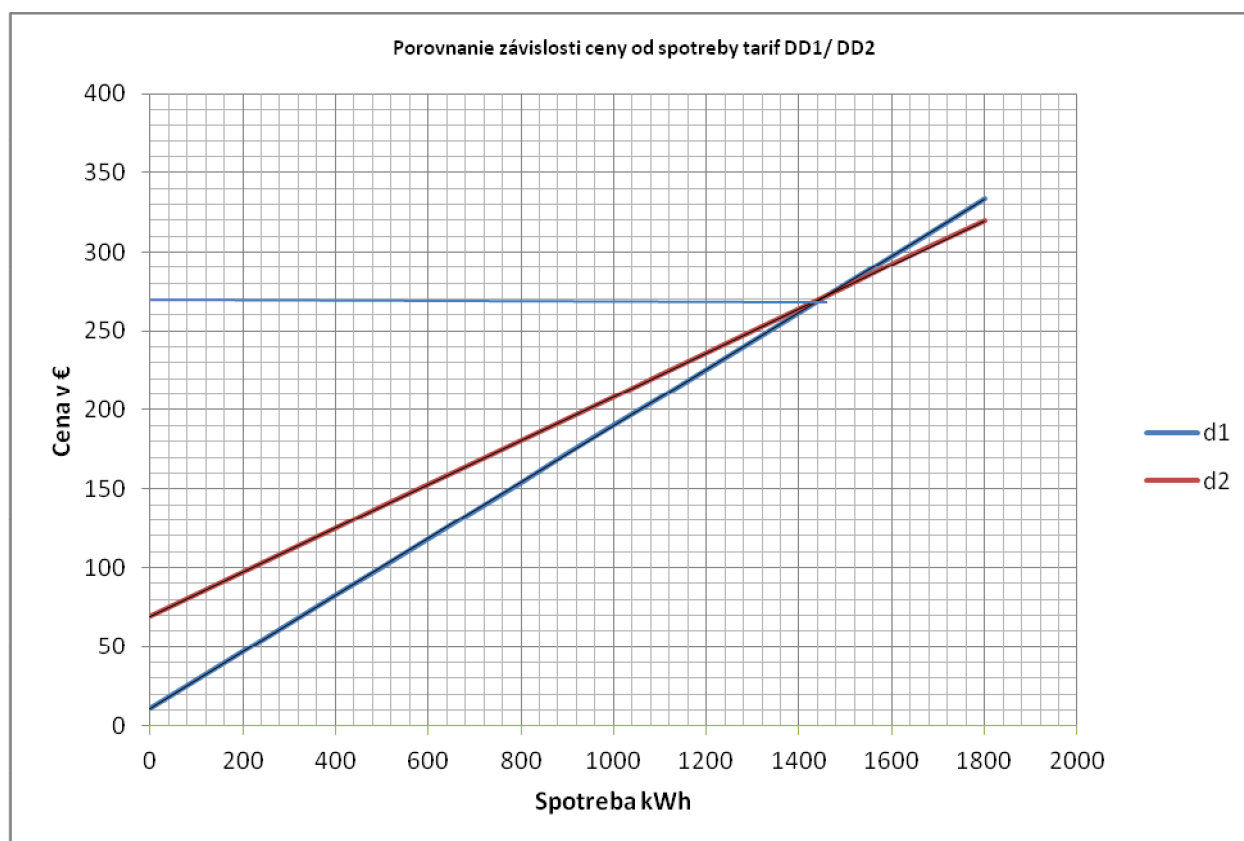
Pri druhom, pre mojich žiakov najprístupnejšom spôsobe zistíme, pre aké množstvo spotrebovanej energie sú obe tarify rovnako výhodné. Výpočtom sa dopracujeme k výsledku  $x = 1263,02$ . Teda pri množstve okolo 1 263 kWh sú obe tarify v podstate rovnocenné. Pre nižšie hodnoty je výhodnejšia tarifa DDI, pre vyššie tarifa DD2. Tento záver treba ešte odôvodniť, napr. poukázaním na skutočnosť, že cena pri tarife DI rastie rýchlejšie.

Rýchlosť rastu vidno tiež z grafického znázornenia obidvoch taríf. Do jedného obrázku narýsujeme grafy taríf DD1 a DD2. Časť výsledkov využijeme z riešenia predchádzajúceho príkladu. Táto grafická metóda je časovo náročnejšia, preto pri zostavovaní tabuľky a jej grafickej interpretácii využívam výhody tabuľkového procesoru Excel s nasledovnými výsledkami. Nevýhodou tohto postupu je, že neumožňuje určiť hľadané hodnoty s dostatočnou presnosťou, ale pri rozhodovaní v reálnom živote je táto metóda veľmi názorná a presvedčivá. Tento príklad a výsledok využívam aj na vysvetlenie pojmu bod zlomu, ktorý sa objavil aj v zadaní úlohy.

Tabuľka 6 Ceny elektriny 2

x	0	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000	1100	1200	1300	1400	1500	1600	1700
DD1	10,8	28,72	46,64	64,56	82,48	100,4	118,32	136,24	154,16	172,08	190	207,92	225,84	243,76	261,68	279,6	297,52	315,44
DD2	69,285	83,205	97,125	111,045	124,965	138,885	152,805	166,725	180,645	194,565	208,485	222,405	236,325	250,245	264,165	278,085	292,005	305,925

Prameň: vlastný návrh



Graf 16 Spotreba a cena elektriny 2

Prameň: vlastný návrh

Počas riešenia príkladu sa mi osvedčilo použitie metódy I.N.S.E.R.T., ktorú popisujem v podkapitole 2.4. V príklade je veľa údajov, ktoré žiaci označujú otáznikom a nechávajú si nové pojmy vysvetliť a až potom pokračujú v riešení. Príklad žiakov zaujal, vedľa, že v súčasnosti je potrebné byť vyzbrojený aj informáciami z tejto problematiky, keď na trhu existuje viac dodávateľov elektrickej energie. Úlohy

podobného typu sa málo objavujú v učebniciach a priamo na vyučovacích hodinách i preto, že sú časovo náročnejšie.

Na záver ponúkam žiakom námet na domácu aktivitu: Spotreba elektrickej energie je v zimných mesiacoch spravidla oveľa väčšia ako v letných. Zistite, ako často a za akých podmienok sa dajú meniť tarify vo vašom regióne. Podľa toho navrhnete čo najvýhodnejší spôsob platenia.

### Príklad 15

Pán Veselý chce na svojom dome vymeniť pôvodné okná za nové plastové. Na základe jeho požiadaviek mu firma, u ktorej si výmenu okien objednal, poslala túto cenovú ponuku:

Tabuľka 7 Cenová ponuka

Cenová ponuka č. : 36296			
Sumár			
Tovar	Okná		<b>6178,00 €</b>
	Parapetné dosky	z toho: vnútorné : vonkajšie:	229,00 € 190,00 € <b>419,00 €</b>
	Žalúzie retiazkové		<b>509,62 €</b>
	Pevné siete na okná proti hmyzu		<b>145,00 €</b>
	z toho:		
Montážne práce spolu	osadzovanie okien: demontáž okien:	429,00 € 129,00 €	<b>577,00 €</b>
	doprava:	19,00 €	
Všetky ceny v tabuľke sú uvedené bez DPH.			
Pri výpočte celkovej sumy vám bude účtované 20 % DPH			
Nakoľko vaša objednávka presiahla sumu 6 500,00 €, firma vám poskytne			nasledovnú
zľavu:			
		zľava:	okná: 15 %
		montážne práce:	20 %

Prameň: Kubá ek, 2008, s.105

### Úlohy:

1. V cenovej ponuke firma uvádza, že pánovi Veselému poskytne zľavu z niektorých uvedených súm. Akú cenu bez DPH (daň z pridanej hodnoty) by mal pri uplatnení tejto zľavy pán Veselý zaplatiť za
  - okná?
  - parapetné dosky?
  - montážne práce?

Zapíšte svoje výpočty. Sumy uvádzajte s presnosťou na stotiny eura.

2. Koľko eur z celkovej sumy, ktorú by mal zaplatiť pán Veselý, je DPH? Zapíšte svoj výpočet. Výsledok zaokrúhlite na stotiny eura.

V nasledujúcej úlohe nás bude zaujímať, akú úsporu pánovi Veselému prinesie zľava, ktorú mu firma v cenovej ponuke poskytla.

3. O koľko eur väčšia by bola celková suma, ktorú by pán Veselý zaplatil v prípade, že by mu firma neposkytla zľavu? Zapište svoj výpočet. Výsledok zaokrúhlite na stotiny eura.

Pán Veselý s cenovou ponukou firmy súhlasil. Uzatvoril preto s firmou zmluvu o diele. V nej sa zmluvné strany (firma = zhotoviteľ a pán Veselý = objednávateľ) dohodli na týchto platobných podmienkach:

- Celé dielo bude zhotovené a odovzdané po uhradení zálohy do 1.10.2014. Montážne práce začnú 8.9.2014.
  - Termín zaplataenia zálohy je 17.8.2014. Výška zálohy je 70 % z celkovej ceny zákazky.
  - Objednávateľ je povinný uhradiť ďalších 25 % ceny zákazky do 10 dní od odovzdávacieho konania.
  - Objednávateľ je povinný uhradiť posledných 5 % ceny zákazky do 10 dní od preberacieho konania.
  - Ak objednávateľ nezaplatí fakturovanú cenu v lehotách daných týmito podmienkami, zhotoviteľ bude môcť účtovať objednávateľovi úrok z omeškania platby vo výške 0,05 % denne z dlžnej sumy až do jej zaplataenia.
  - Dielo zostáva až do zaplataenia celej ceny za dielo vlastníctvom zhotoviteľa.
  - Cenu zákazky vrátane DPH stanovili na 6 250 €.
4. Zistite, v ktorej z nasledujúcich troch tabuliek sú dátumy v súlade s platobnými podmienkami. Ak údaje v tabuľke nespĺňajú tieto podmienky, vypočítajte sumu, ktorú môže firma účtovať pánovi Veselému za omeškanie platby. Zapište svoj výpočet. Sumu zaokrúhlite na stotiny eura.

Tabuľka 8 Termíny č. 1

Začiatok montáže	Odovzdávacie konanie	Preberacie konanie
8.9.2014	18.9.2014	1.10.2014
<b>Termín zaplataenia</b>		
zálohy 70 %	25%	5%
17.8.2014	21.9.2014	18.10.2014

Prameň: Kubá ek, 2008, s.106

Tabuľka 9 Termíny č. 2

Začiatok montáže	Odovzdávacie konanie	Preberacie konanie
8.9.2014	18.9.2014	1.10.2014
<b>Termín zaplataenia</b>		
zálohy 70 %	25%	5%
17.8.2014	8.10.2014	8.10.2014

Prameň: Kubá ek, 2008, s.107

Tabuľka 10 Termíny č. 3

Začiatok montáže	Odovzdávacie konanie	Preberacie konanie
8.9.2014	18.9.2014	1.10.2014
<b>Termín zaplataenia</b>		
zálohy 70 %	25%	5%
17.8.2014	25.9.2014	4.10.2014

Prameň: Kubá ek, 2008, s.107

## Metodické poznámky a odporúčania

Pred riešením tohto príkladu odporúčam porozprávať sa so žiakmi, ako sa postupuje pri výpočte ceny s DPH pri fakturovaní. Využívam pri tom opäť metódu I.N.S.E.R.T., aby som zistil, čo žiaci potrebujú vysvetliť – zisťujem, že to je DPH. Spravidla sa najprv uvedú ceny bez DPH, tie sa zrátajú a k výslednej sume sa priráta 20%-ná DPH. Môže sa však vyskytnúť aj postup, keď sa 20%-ná DPH vyráta samostatne pre každú z položiek a jednotlivé sumy DPH sa potom zrátajú. Ako uvidíme v riešení úlohy 3, výsledky týchto dvoch postupov nemusia byť rovnaké.

Po vysvetlení žiaci riešili úlohy 1-3 bez prerušenia metódou Philips 66, vedúci skupiny výsledky zapisoval do pripravenej tabuľky na tabuľu.

Pred riešením poslednej úlohy niektorých žiakov zaujímalo, ako je to so zarátavaním dňa odovzdávania, resp. preberania a dňa zaplatenia do 10-dňovej lehoty, o ktorej sa hovorí v platobných podmienkach. Pre riešenie tejto úlohy je dôležité len to, že do tejto lehoty sa započítava iba jeden z uvedených dvoch dní. V praxi sa zarátava deň odovzdávania, resp. preberania. Otázniky sa objavili i pri termínoch zmluva o dielo a úrok z omeškania platby.

Riešením úlohy 4 žiaci zisťujú, že v tabuľke č. 1 a 2 dátumy nie sú v súlade s platobnými podmienkami. Správne údaje obsahuje posledná tabuľka č. 3.

### Príklad 16

Cena práce predstavuje hrubú mzdu zamestnanca vrátane odvodov, ktoré platí zamestnávateľ za svojho zamestnanca každý mesiac. Pán Podnikavý je podnikateľ v Meste, ktorý za zamestnanca odvádza povinné odvody do zdravotnej a sociálnej poisťovne 34,92 % z hrubej mzdy. Pán Usilovný je zamestnaný u pána Podnikavého, jeho hrubá mzda je 950 €. Odvody zamestnanca do sociálnej poisťovne sú 13,40 % z hrubej mzdy. Nezdaniteľná položka predstavuje 300 €. Na Slovensku je rovná daň 19 %. Po zaplatení odvodov a dane zostane zamestnancovi čistá mzda.

### Úlohy:

1. Vypočítajte rozdiel medzi cenou práce a čistou mzdou pána Usilovného.
2. Koľko eur odvedie na povinných odvodoch za pána Usilovného pán Podnikavý?

### Príklad 17

Janko roznášal po sídlisku letáky počas celého školského roka. Touto brigádou sa mu podarilo zarobiť a ušetriť 1 500 €. Skôr ako sa rozhodne, na čo ich použije, chce svoje úspory rozumne zhodnotiť. Janko nikdy neriešil podobnú situáciu, a tak nemá žiadne skúsenosti. Svoje peniaze sa rozhodne uložiť do jednej z 3 bánk na obdobie jedného roka. Údaje z jednotlivých bánk sú uvedené v nasledujúcej tabuľke.

Tabuľka 11 Úroky

Banka	Jednoduché úročenie	Ročný poplatok za vedenie účtu €
A banka	2 % p. a. + bonus 20 €	6,00
B banka	2 % p. a. + prémie 10 % z ročného vkladu	12,00
C banka	1 % p. m. (úročí sa vždy iba vklad)	10,00

Prameň: Lučeničová, 2013, s.15

**Úloha:**

Do ktorej banky by ste poradili Jankovi vložiť peniaze, aby dosiahol maximálne zhodnotenie svojich úspor a akú sumu by pri tom mohol získať?

**Metodické poznámky a odporúčania**

V posledných dvoch príkladoch inšpirovaných v (Lučeničová, 2013) učím žiakov pri práci s percentami naďalej pohybovať sa vo sfére reálnych financií. Žiaci metódou I.N.S.E.R.T. označujú pojmy, ktoré sú pre nich nové, známe a ktoré si chcú dať vysvetliť. Žiaci bez problémov obidva príklady vyriešia keď sa stotožnia s pojmi : hrubá mzda - odvody na sociálne poistenie a na zdravotné poistenie, čiastkový základ dane - nezdaniteľné položky a pripočítateľné položky, základ dane a 19 % sadzba dane, daň - daňový bonus, daň upravená o daňový bonus, hrubá mzda - odvody - daň upravená o daňový bonus = čistá mzda, p. a., p. m.

## ZÁVER

V predloženej práci som sa snažil poukázať na dôležitosť riešenia slovných úloh v škole pri rozvoji matematickej gramotnosti . Výberom vhodných príkladov vediem žiakov k osvojovaniu poznatkov využiteľných v bežných životných situáciách tak, aby sa u nich rozvíjali schopnosti a zručnosti, ktoré uplatnia pri samostatnom získaní ďalších vedomostí. Vediem žiakov k budovaniu poznatkov o vzťahu medzi matematikou a reálnym životom riešením konkrétnych úloh. Využívam pritom tabuľky, grafy a údaje zámerne demonštrované v reálnych situáciách, čo preukazuje potrebnosť a účelnosť matematiky v praxi.

Veľký prínos práce je aj v oblasti rozvoja finančnej problematiky, ktorá má široký záber v rôznych oblastiach života.

Postaviť finančné vzdelávanie na zručnostiach potrebných pre praktický život znamená:

- zamerať sa na finančné situácie spojené s chodom domácnosti- rodinný rozpočet, plánovanie dovolenky, výletu,
- pracovať s príkladmi, ktoré sú blízke bežnému životu žiakov,
- presunúť vyučovanie zo školských lavíc do reálneho prostredia.

Predpokladom úspešného vyriešenia slovných úloh je ich porozumenie. Preto na záver zdôrazňujem, že učiteľ sa má ubezpečiť, že žiak rozumie všetkým pojmom, ktoré sa vyskytujú v texte úlohy. Platí to nielen o matematických pojmoch, ale aj o informáciách z reálneho života. Môže ísť aj o odborné pojmy, ktoré sú súčasťou učiva iného predmetu, môže ísť o pojmy, ktoré by žiaci mali poznať z iných predmetov, no môže ísť aj o cudzie slová alebo o pojmy z bežného jazyka, ktoré sa na žiadnom školskom predmete explicitne nepreberajú. Svoje skúsenosti a odporúčania v tomto smere uvádzam v metodických poznámkach a odporúčaniach.





## ZOZNAM BIBLIOGRAFICKÝCH ZDROJOV

1. TUREK, I. 2008. Didaktika. 1. vydanie. Iura Edition, Bratislava. 2008. ISBN: 978-80-8078-198-9.

### Internetové zdroje

2. BENKOVÁ, K. 2008. Matematika pre život, záverečná práca. Košice [online]. [cit. 13.6.2015]. Dostupné: [http://hore.dnom.fmph.uniba.sk/~esfprojekt/priklady/zaverecneprace/benkova/benkova\\_zp.pdf](http://hore.dnom.fmph.uniba.sk/~esfprojekt/priklady/zaverecneprace/benkova/benkova_zp.pdf)
3. BLAŠKOVÁ, M. 2013. Metódy vyučovania – kompetencia učiť sa učiť sa [online]. [cit. 13.6.2015]. Dostupné: <https://www.google.sk/webhp?sourceid=chrome-instant&ion=1&espv=2&ie=UTF-8#q=BLA%C5%A0KOV%C3%81%2C+M.+2013.+Met%C3%B3dy+vyu%C4%8Dovani+a+%E2%80%93+kompetencia+u%C4%8Di%C5%A5+sa+u%C4%8Di%C5%A5+sa>
4. HUBEŇÁKOVÁ, V. 2012. Schopnosti potrebné k riešeniu slovných úloh. Študentská vedecká konferencia. Prírodovedecká fakulta UPJŠ. Košice [online]. [cit. 13.6.2015]. Dostupné: [trilian.ujep.cz/svoc/2012/k3b/k3b\\_05.pdf](http://trilian.ujep.cz/svoc/2012/k3b/k3b_05.pdf)
5. KÖVESIOVÁ, G, 2015. Funkcie v praxi [online]. [cit. 13.6.2015]. Dostupné: <http://gymoldava.sk/ICV/CELYWEB/2/FUNKCIE/cv2.htm>  
<http://gymoldava.sk/ICV/CELYWEB/2/FUNKCIE/cv3.htm>  
<http://gymoldava.sk/ICV/CELYWEB/2/FUNKCIE/funkcieprax.htm>
6. KUBÁČEK, Z. 2008. Matematika a svet okolo nás. Zbierka úloh [online]. ISBN 978-80-969950-1-1. [cit. 13.6.2015]. Dostupné: [http://hore.dnom.fmph.uniba.sk/~esfprojekt/priklady/Efinal/the\\_last01/zb200DEF.pdf](http://hore.dnom.fmph.uniba.sk/~esfprojekt/priklady/Efinal/the_last01/zb200DEF.pdf)
7. LUČENIČOVÁ, K. 2013. Zbierka úloh z finančnej gramotnosti [online]. ŠEVT, a.s. ISBN: 978 – 80 – 896338 – 09 – 3. [cit. 13.6.2015]. Dostupné: [http://www.nucem.sk/documents//45/aktivita\\_1\\_4/FG\\_20131019\\_web.pdf](http://www.nucem.sk/documents//45/aktivita_1_4/FG_20131019_web.pdf)
8. Národný štandard finančnej gramotnosti a Metodika pre zapracovanie a aplikáciu tém finančnej gramotnosti do školských vzdelávacích programov základných škôl a stredných škôl [online]. [cit.13.6.2015]. Dostupné: [www.minedu.sk/metodika-pre-zpracovanie-a-aplikaciu-tem-financnej-gramotnosti-do-skolskych-vzdelavacich-programov-zakladnych-skol-a-strednych-skol/](http://www.minedu.sk/metodika-pre-zpracovanie-a-aplikaciu-tem-financnej-gramotnosti-do-skolskych-vzdelavacich-programov-zakladnych-skol-a-strednych-skol/).
9. [www.nucem.sk](http://www.nucem.sk) [cit. 13.6.2015]  
Dostupné: [http://www.nucem.sk/sk/medzinarodne\\_merania/project/5#423,o561](http://www.nucem.sk/sk/medzinarodne_merania/project/5#423,o561)
10. [www.vse.sk](http://www.vse.sk) [cit. 13.6.2015]  
Dostupné: <http://www.vse.sk/wps/portal/nvse/domov/domacnosti/elektrina/ceny-elektriny>