Moderné vzdelávanie pre vedomostnú spoločnosť / Projekt je spolufinancovaný zo zdrojov EÚ

Mgr. Ján Hanuliak

Rozvíjanie hodnotiaceho myslenia a tvorivosti na vyučovaní matematiky na strednej odbornej škole

Osvedčená pedagogická skúsenosť edukačnej praxe

Prešov
2015

Vydavateľ:	Metodicko-pedagogické centrum, Ševčenkova 11, 850 01 Bratislava
Autor OPS:	Mgr. Ján Hanuliak
Kontakt na autora:	Stredná odborná škola, Kušnierska brána 349/2, 060 01 Kežmarok, jan.hanuliak@gmail.com
Názov OPS/OSO:	Rozvíjanie hodnotiaceho myslenia a tvorivosti na vyučovaní matematiky na strednej odbornej škole
Rok vytvorenia OPS:	2015 XIII. kolo výzvy
Odborné stanovisko vypracoval:	RNDr. Marta Megyesiová

Za obsah a pôvodnosť rukopisu zodpovedá autor. Text neprešiel jazykovou úpravou.

Táto osvedčená pedagogická skúsenosť edukačnej praxe/osvedčená skúsenosť odbornej praxe bola vytvorená z prostriedkov národného projektu Profesijný a kariérový rast pedagogických zamestnancov.

Projekt je financovaný zo zdrojov Európskej únie.

Kľúčové slová

Hodnotiace myslenie, tvorivosť, matematika, systém KEMSAK M. Zelinu, Bloomova taxonómia kognitívnych funkcií, taxonómia B. Niemierka, teória R. D. Gehlbacha, formulácia nových úloh, stereotyp, divergentná úloha, konvergentná úloha, cvičenia na dôvtip, flexibilné myslenie, rigidné myslenie, logika, otvorené úlohy, uzatvorené úlohy, metóda brainstormingu, metóda Phillips 66.

Anotácia

V práci sa zaoberám možnosťami rozvíjania hodnotiaceho myslenia a tvorivosti žiakov pri riešení matematických úloh. Výber konkrétnych matematických príkladov smerujem na rozvoj vyšších poznávacích funkcií, k uplatneniu divergentných postupov riešenia, k rozvoju flexibilného myslenia, eliminovaniu stereotypov vo vyučovaní matematiky. To všetko uvádzam na ukážkach jednoduchých matematických príkladov z rôznych tematických celkov, vhodných pre žiakov 1. ročníka stredných odborných škôl.

Akreditované programy kontinuálneho vzdelávania

Názov akreditovaného vzdelávacieho programu KV	Číslo akreditovaného vzdelávacieho programu KV
Tvorba úloh z matematiky	88/2010-KV
Premena školy: Cesta od tradičného vyučovania k aktívnemu učeniu sa žiakov	698/2012-KV

OBSAH

ÚVOD

Cieľom predloženej OPS je poskytnúť učiteľom matematiky metodický materiál-príklady, námety a skúsenosti s rozvojom vyšších poznávacím procesov pre tvorivejšie a pestrejšie sprístupnenie učiva na vyučovacích hodinách matematiky v rámci vzdelávacej oblasti Matematika a práca s informáciami pre žiakov 1. ročníka strednej odbornej školy.

Osvedčenú pedagogickú skúsenosť edukačnej praxe na tému Rozvíjanie hodnotiaceho myslenia a tvorivosti na vyučovaní matematiky na strednej odbornej škole predkladám ako príspevok k rozvíjaniu tvorivosti učiteľov a žiakov na vyučovaní matematiky s cieľom narušiť stereotyp riešením zaujímavých príkladov s naplnením a vyjadrením myšlienky, že je záležitosťou učiteľa, jeho osobnosti a aktivity, ako pripraví po organizačnej stránke vyučovaciu hodinu pri zohľadnení podmienok školy a žiackeho kolektívu.

Podporou matematického hodnotiaceho a tvorivého myslenie dávam žiakom možnosť identifikovať problém, zaujať k nemu stanovisko, formulovať vlastnými slovami a vlastným spôsobom riešenie, aplikovať rôzne spôsoby riešenia, kriticky analyzovať a posudzovať použitie matematiky, pomôcť žiakom pochopiť matematiku a oceniť jej krásu, vysvetliť im úlohu matematiky v spoločenskom a kultúrnom živote spoločnosti a tým prispieť k motivácii a zvýšeniu záujmu žiakov o matematiku.

V hlavnej časti práce som predstavil pestrú paletu zaujímavých príkladov na rozvoj hodnotiaceho myslenia a tvorivosti s metodickými odporučeniami, ktoré boli odučené v rámci vyučovania povinného predmetu matematika na strednej odbornej škole v triedach prvého ročníka. V súlade so štátnym vzdelávacím programom a školským vzdelávacím programom sa v študijných odboroch našej školy týždenne vyučujú dve hodiny matematiky v prvom až štvrtom ročníku.

Práca je rozdelená do troch kapitol. V prvej kapitole rozoberám teoretické východiská mojej osvedčenej pedagogickej skúsenosti, ktoré vychádzajú z taxonómií tvorivých úloh M. Zelinu, Blooma a Gehlbacha.

V druhej kapitole sa venujem rozdeleniu metód rozvíjania tvorivosti v rámci vyučovania matematiky a formulujem východiskové faktory vzniku osvedčenej pedagogickej skúsenosti (OPS). Tie súvisia s výsledkami vstupného testu, ktorý ma inšpiroval po jeho dôkladnej analýze zamyslieť sa nad príčinami najfrekventovanejších chýb, ktorých sa žiaci pri jeho riešení dopustili a nad spôsobmi, ako prispieť k ich odstráneniu alebo eliminovaniu. Výsledkom je rozbor logiky žiackych chýb a formulácia nových úloh zameraná na zistené nedostatky a ich riešenie so žiakmi. Mojim cieľom bolo doplniť chýbajúce hodnotiace a tvorivé typy úloh v teste.

Treťou kapitolou sa snažím prispieť k tvorivosti zostavovaním nových úloh, transformáciou konvergentných úloh na divergentné, úlohami na dôvtip, flexibilné myslenie s použitím brainstormingu. Úlohy proti rigidnému mysleniu predstavujem podľa niektorých tematických celkov, ale i ako zaujímavé úlohy na riešenie prostredníctvom školského časopisu alebo matematickej nástenky. V závere kapitoly hodnotím tvorivé úlohy podľa uzavretosti a otvorenosti procesu.

Prácu dopĺňa zoznam bibliografických zdrojov a príloha, ktorou je vstupný test zadaný žiakom 1. ročníka na začiatku školského roku.

1 TEORETICKÉ VÝCHODISKÁ VZNIKU PRÁCE

Teoretickým východiskom vzniku osvedčenej pedagogickej skúsenosti je uplatnenie taxonómií tvorivých úloh a ich uvedenie do praxe na vyučovaní matematiky.

Prvou je systém KEMSAK M. Zelinu (Zelina,1990,1996), ktorý napĺňa mimopoznávacie funkcie a procesy osobnosti a tvorí východisko pre štrukturovanie obsahu aj metód výchovy. Systém je zaujímavý štruktúrou piatich základných dimenzií rozvoja osobnosti žiaka. Štvrtá **Dimenzia D** je dimenziou rozvíjania poznávacích , kognitívnych funkcií osobnosti.

Jej základná hierarchia a charakteristika z hľadiska pedagogickej komunikácie je:

1. úroveň – V - vnímanie, psychomotorika **:** odrážanie skutočnosti, identifikovanie predmetov, vecí, reakcie na podnety, psychomotorické reakcie,

2. úroveň – P – pamäť, vedomosti : vedomosť, kategória, pojem, definovanie, vzorec, triedenie, následnosti, spomenutia si na informáciu,

3. úroveň – NKP – nižšie konvergentné procesy **:** pochopenie, porovnanie a zisťovanie kontrastov, analýza, syntéza, dedukcia, indukcia, interpretácia,

4. úroveň – VKP – vyššie konvergentné procesy : konkrétne aplikácie na vzdialenejšie a nové prípady, použitie v praxi, aplikácia na analogické situácie, zovšeobecňovanie, konkrétne operácie,

5. úroveň – H – hodnotiace myslenie : posudzovanie a hodnotenie vecí podľa vnútorných a vonkajších kritérií, tvorba kritérií,

6. úroveň – T – tvorivé myslenie : objavovanie, divergentné produkcie, tvorivé riešenie problémov, navrhovanie zlepšení, produkcia originálnych myšlienok.

Komplexný rozvoj osobnosti si vyžaduje na vyučovacích hodinách komunikovať otázky, úlohy, cvičenia, ktoré by rozvíjali všetkých šesť základných poznávacích procesov a nielen niektoré. Na vyučovaní sa najčastejšie komunikujú úlohy 1.-3. úrovne. Za dôležité považujem posunúť prácu so žiakmi do úrovne rozvíjania hodnotiaceho a tvorivého myslenia , do úrovne vyšších poznávacích procesov.
Tvorbu otázok, úloh a príkladov považujem za jednu z dôležitých a základných činností učiteľa vo vyučovacom procese. Rozboru tejto problematiky sa podrobne venujem v ďalších častiach práce.

Ďalšou taxonómiou poznávacích funkcií, s ktorou sa často stretávam je Bloomova taxonómia kognitívnych funkcií s klasifikáciou na: hodnotenie, syntézu, analýzu, aplikáciu, pochopenie (porozumenie) , vedomosť (pamäť, zapamätanie).

V zjednodušenej podobe ju možno znázorniť schémou.

Schéma 1 Zjednodušená verzia Bloomovej taxonómie úloh

syntéza, hodnotenie, aplikácia, analýza	vyššie úrovne učenia	kvalita
zapamätanie, porozumenie	nižšie úrovne učenia	úloh

Prameň: Turek, 1996, s. 34

Bloom vypracoval systém otázok a podnetov na rozvoj jednotlivých úrovní kognitívnych procesov. Kreatívne myslenie, tvorivosť zaraďuje do syntézy. Zdôrazňuje, že kvalita úloh rastie smerom nahor do fázy hodnotenia a syntézy.

Pomerne preferovanou taxonómiou v oblasti vzdelávacích cieľov pre vyučovanie prírodovedných a technických predmetov, teda aj matematiky, je taxonómia B. Niemierka (Turek, 2008), ktorý rozoznáva štyri úrovne vzdelávacích cieľov:

- zapamätanie informácií (poznatkov),
- porozumenie informáciám (poznatkom),
- aplikácia informácií (použitie poznatkov) v typických situáciách – riešenie typicky školských úloh – špecifický transfer,
- aplikácia informácií (použitie poznatkov) v problémových situáciách – nešpecifický transfer.

V posledných dvoch žiak dokáže aplikovať informácie podľa predloženého vzoru, rieši podobné úlohy ako riešil učiteľ alebo ako sú uvedené v učebnici, vie formulovať problémy, vykonávať analýzu a syntézu pre neho nových javov, sformulovať postup činnosti, hodnotiť podľa určitých kritérií, riešiť problémové úlohy a pod. Práve tieto činnosti sú pre mňa inšpiratívne a venujem sa im v tejto práci.

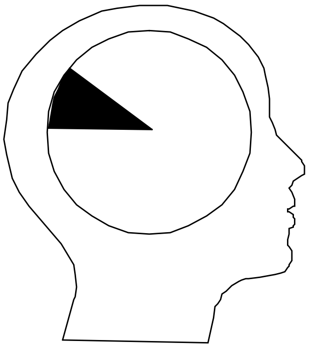
Zaujímavou teóriou, ktorou som sa inšpiroval je málo známa teória R. D. Gehlbacha. Gehlbach (Turek, 2008) vniesol do teórie tvorivých úloh tú novinku, že rozlišoval otvorenosť alebo uzatvorenosť úlohy na výstupe a v procese, t.j. konvergenciu alebo divergenciu, algoritmus alebo heuristický postup.
Na tomto princípe poznáme:
úlohy ZP – ZP - zatvorený proces, zatvorený produkt,
úlohy OP – ZP alebo ZP – OP – sú úlohy stredného stupňa tvorivosti, v procese alebo vo výsledku sa postup otvára, stáva sa divergentným,
úlohy OP – OP – majú najvyšší stupeň tvorivosti, lebo je otvorený aj proces, aj výsledok.
Na tomto princípe rozdelil úlohy na niekoľko možností, ktoré popisujem v podkapitole 3.2.3 priamo pri konkrétnych aplikáciách.

To, že aktívnou činnosťou , tvorivosťou si každý človek najviac zapamätá, vyjadruje aj nasledujúca schéma:

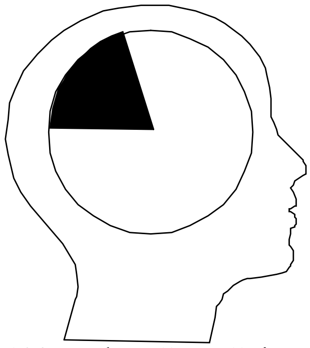
Schéma 2

Princíp tréningových programov

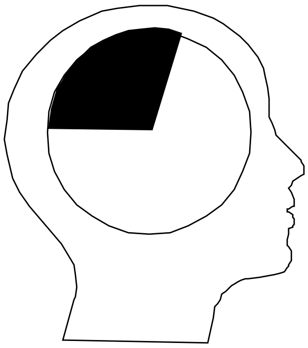
ZAPAMÄTÁME SI:



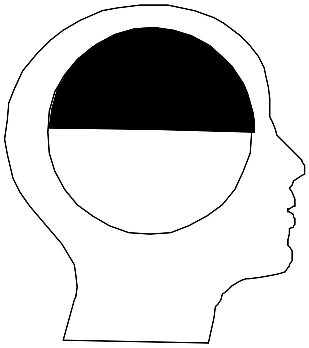
10% z toho, čo čítame



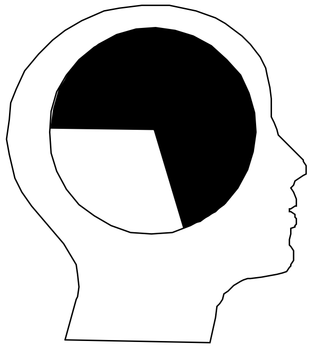
20% z toho, čo počujeme



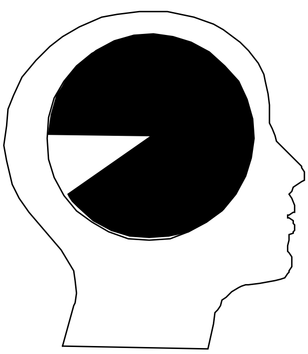
30% z toho, čo vidíme



50 % z toho, čo počujeme a vidíme



70% z toho, čo hovoríme



90% z toho, čo robíme

Prameň: vlastný návrh

V slovnej podobe podľa (Turek, 2008) sa uvádza, že priemerný človek si zapamätá približne :

- 10% z toho, čo číta,
- 20% z toho, čo počuje,
- 30% z toho, čo vidí v podobe obrazu,
- 50% z toho, čo vidí a súčasne aj počuje,
- 70% z toho, čo súčasne vidí, počuje a aktívne vykonáva,
- 90% z toho, k čomu dospel sám, na základe vlastnej skúsenosti, vykonávaním nejakej činnosti.

Z uvedeného vyplýva, že pri učení nestačí len čítať, ale je potrebné vykonávať aktívnu činnosť pre lepšiu fixáciu učiva.

2 FORMULÁCIA VÝCHODISKOVÝCH FAKTOROV

Najnovšia odborná literatúra stavia rozvíjanie tvorivých matematických schopností na dvoch oporných bodoch. Prvým je rozdelenie poznávacích procesov na konvergentné a divergentné, druhým je rozdelenie rozumovej činnosti a dynamiky riešenia úloh na algoritmické a heuristické. Hoci v súčasnosti z rôznych dôvodov prevládajú konvergentné a algoritmické úlohy, existuje veľa dôvodov pre to, aby sa vo vyučovaní matematiky okrem osvojovania vedomosti cieľavedome rozvíjal vzťah k poznaniu, hlavne rozvíjaním myslenia a skúseností s riešením problémov. Rozvíjajúci efekt vyučovania matematiky sa najlepšie dosahuje riešením úloh. Nie od toho, koľko úloh vyriešime, ale aké sú to úlohy a ako ich riešime (Cirjak, 1996) .

Metódy rozvíjania tvorivosti v systéme vyučovania matematiky môžeme rozdeliť do ôsmich skupín (Macurová, 1998) :

a) Metódy a techniky tvorby tvorivých, divergentných úloh alebo transformácie konvergentných, pamäťových úloh na úlohy divergentného charakteru.
b) Vyučovacie stratégie, ktoré podporujú tvorivosť a rozvíjajú ju napr. v rámci objavujúceho a projektového vyučovania.
c) Metódy, ktoré obsahujú úlohy na dôvtip, na flexibilné myslenie a postoje. Tieto úlohy sú zvyčajne konvergentné v tom zmysle, že majú len jedno riešenie, ale spôsob riešenia obsahuje prvky neobvyklosti, čo treba prekonať pružným myslením.
d) Metódy výcviku fantázie, obrazotvornosti, predstavivosti, intuície, hravosti s elementami, koncepciami.
e) Metódy zvyšovania tvorivého hodnotenia, v ktorých ide o nácvik rozhodovacích procesov, diskusie, polemiky, tvorivosti v komunikácii, dokazovaní.
f) Metódy tvorivého riešenia problémov ako vrchol schopnosti a spôsobilosti v tvorivosti, ktoré obsahujú všetky predchádzajúce metódy.

Základnou rozvíjajúcou činnosťou vo vyučovaní sú úlohy. Pod úlohami mám na mysli problémy, cvičenia, otázky, ktoré vyžadujú aktivitu zo strany žiaka. Záleží na tom, aké úlohy dávam a ako ich dávam. Úloha stimuluje a usmerňuje činnosť žiakov, aby si zopakovali, osvojili, upevnili alebo prehĺbili vedomosti, zručnosti a návyky, rozvíjali schopnosti, utvárali postoje a aby som zhodnotil postup a výsledok učenia sa žiakov. Učebnice matematiky, zbierky úloh sporadicky obsahujú tvorivé úlohy, preto ostáva ťažisko formovania tvorivosti u žiakov na učiteľovi a od neho závisí a záleží na ňom, ako prostredníctvom úloh a prístupnej literatúry splní učebné osnovy.
Aktivizujúca sila tvorivých úloh spočíva v tom, že nehrozí žiakovi neúspechom. Konvergentná alebo pamäťovo reprodukčná úloha neustále skrýva v sebe možnosť, že žiak odpovie iné, ako sa žiada. Divergentné úlohy umožňujú žiakovi sebarealizáciu. Ich výhodou je, že pri nich môžu žiaci prejaviť radosť, fantáziu, originalitu. Problémom ostáva, či je v škole čas na takúto tvorivú hravosť hlavne v súvislosti s plnením učebných osnov.

Konkrétnymi ukážkami príkladov v práci sa snažím zladiť problém vyslovený v predchádzajúcej vete. Spojiť tvorivosť s plnením učebných osnov sa dá docieliť vhodným a premysleným výberom príkladov, ich transformáciou a dobrou pripravenosťou učiteľa na vyučovaciu hodinu. Zaujať žiakov v súčasných podmienkach je umením. Jednou z ciest môžu byť námety popísané v kapitole 3 a určené pre žiakov stredných odborných škôl. Výber príkladov je prispôsobený požiadavkám na profil

absolventov v študijných odboroch, týždennej hodinovej dotácií počas 4-ročného štúdia, ktorá na našej škole predstavuje 8 vyučovacích hodín (podľa ročníkov 2 + 2 + 2 + 2).
V procese vyučovania zaznamenávam rôzne skúsenosti. Je dobré , keď sa k realizovaným riešeniam a zisteniam vrátim , prehodnotím ich a vezmem si ponaučenie pre ďalšiu tvorivú prácu. Proces tvorivosti sa stáva neuzavretým a nekonečným reťazcom, v ktorom je vždy čo zlepšovať. S týmto vyjadrením predkladám i svoje skúsenosti.

2.1 Vstupný test z matematiky

Inšpiráciou pre tvorbu a zaraďovanie zaujímavých úloh bol vstupný test a hlavne jeho výsledky a analýza. Príprave žiakov na vstupný test sa venujem naplno od začiatku školského roku asi na piatich vyučovacích hodinách. Hodiny matematiky musia byť naplnené živým pracovným ruchom pri použití takých metód práce, ktoré žiakov aktivizujú a zabezpečujú využívanie vhodných demonštračných pomôcok a didaktickej techniky. S obľubou využívam aj spôsob prípravy domáceho cvičenia u 2 - 3 žiakov formou počítačových prezentácií, ktoré na ďalšej vyučovacej hodine slúžia na rozbor riešenia. Niekedy ako ukážka správneho riešenia, niekedy ako "ukážka" nesprávneho riešenia s nasledovným rozborom chýb tak, aby si žiaci uvedomili, aké vedomosti si musia individuálne doplniť. Takýto spôsob opakovania a kontroly domácej práce prispieva k účelnému využitiu pracovného času na vyučovacej hodine a zároveň významne prispieva k zabezpečeniu spätnej väzby učiteľ - žiak. V nemalej miere rozvíja komunikačné schopnosti žiakov, ktoré sú uplatňovaním prevažne písomnej formy skúšania v matematike potláčané.

Už úvodné hodiny ukazujú individuálne rozdiely medzi žiakmi. Na jednej strane vystupujú tí, ktorých záujem o matematiku je hlbší, vďaka dobrým základným vedomostiam, na druhej strane sú tí žiaci, pre ktorých obťažnosť matematiky tkvie v tom, že neosvojenie si jedného pojmu vytvára pre nich nezaceliteľnú medzeru a dáva malý predpoklad pre zvládnutie ďalšieho učiva. Majstrovstvo pedagóga spočíva v tom, aby ku obom kategóriám žiakov pristupoval individuálne, aby priamo na hodinách matematiky i mimo nich cieľavedome hľadal a uplatňoval metódy rozvíjania ich schopností. Podstatné je aj to, aby pri prvom neúspechu žiaka neodradil, naopak, aby rozvíjal jeho húževnatosť v tvorivej práci v matematike.

Opakovanie učiva základnej školy na niekoľkých hodinách poskytuje zároveň priestor na adaptáciu žiakov na nové prostredie, nový režim práce, nový spôsob prístupu k učeniu. Žiaci sa musia ubezpečiť, že stredoškolská matematika stavaná na dobrých základoch zo základnej školy sa dá zvládnuť pri dostatočnom záujme, pevnej vôli a osvojení si správneho individuálneho prístupu k učeniu. K opakovaniu používam zbierky úloh z matematiky určené k príprave žiakov na prijímacie skúšky, učebnice a zbierky úloh z matematiky pre základné školy. Výberu literatúry sa zo strany učiteľov a žiakov medze nekladú.

Zavŕšením opakovania je písomná skúška formou vstupného testu, ktorý absolvovali žiaci 1. ročníka a ktorého text je uvedený v prílohe 1.

Cieľom tohto testu bolo :

1/ Zistiť úroveň vedomostí a zručností žiakov:

- v práci s číslami - využívanie vhodných, úsporných metód počítania, a to aj s cieľom sledovania úprav pri skúškach správnosti,

- pri riešení rovníc a sústav dvoch lineárnych rovníc s dvoma neznámymi,
- v práci s percentami, časťami celku, úpravami výrazov pri použití základných techník,
- pri riešení príkladov z praxe - využitie priestorových útvarov a úmernosti.

2/ Sledovať metodiku riešenia jednotlivých príkladov, zistiť taktiku a návyky žiakov získaných na ZŠ.
3/ Uskutočniť analýzu jednotlivých riešení s vyhodnotením zameraným na sledovanie vedomosti a výkonov žiakov.
4/ Uskutočniť analýzu zameranú na vyhodnotenie zastúpenia šiestich základných kognitívnych funkcií.
5/ Pozornosť venovať žiackym chybám, ich úrovni a frekvencii.
6/ Nájsť kľúč k formulácii nových typov úloh.
7/ Vysloviť záver a ďalšie ciele.

Predložený vstupný test korešponduje s úrovňou testov, ktoré žiaci riešili na základných školách. Zadaním prvého podobného testu a jeho korekcie sa snažím nastúpiť cestu postupnej zmeny návykov a nárokov na novo prijatých žiakov.
Analýza tohto testu, ako aj mnohých ďalších ma ubezpečila, že žiaci sa vždy dopúšťali, dopúšťajú a budú dopúšťať chýb v riešení matematických úloh. Najviac sa preto zamýšľam nad najfrekventovanejšími nedostatkami, nad zlyhaním vysokého percenta žiakov pri riešení príkladov toho istého typu alebo pri zistení nedostatkov väčšieho rozsahu zo základného učiva základnej alebo strednej školy.

Tento prieskum, uskutočnený na začiatku školského roku vo forme vstupného testu v 1.ročníku odhalil nedostatky hlavne z počtových výkonov s racionálnymi číslami - zlomkami, čo sa prejaví aj pri iných tematických celkoch súvisiacich s výpočtom hodnoty výrazu. Už v tomto teste tomu nasvedčujú postupy v skúške správnosti v príklade č.1. Ďalšie nedostatky väčšieho rozsahu sa prejavili v použití vzorcov a úprave výrazov v príklade č. 8. Toto ma viedlo k zamysleniu, prečo sa žiaci dopúšťajú chýb a ako ich korigovať. V tejto OPS nepredkladám vykonanú dôslednú analýzu testu z rôznych hľadísk (body 1-4 stanovených cieľov), ale podrobnejšie venujem pozornosť bodom 5-7 z vyššie vytýčených cieľov.

2.2 Logika žiackych chýb a pozitívny prístup k nim

Chyby z „bezmyšlienkovitosti" alebo niečoho podobného sú zriedkavé a žiaci vo všeobecnosti pri svojich chybách na niečo myslia. Veľká časť chýb nie je náhodná, ale „systematická", pričom žiaci rozvíjajú svoju vlastnú logiku. Čo si pri chybách myslia, často nie je nerozumné, len nesúhlasí mnohokrát s tým, čo je v matematike obvyklé. Príčina, pre ktorú žiaci vyvíjajú svoju vlastnú „logiku", tkvie jednoducho v tom, že nedodržiavajú, neuskutočňujú určité konvencie v matematike. Matematika je plná konvencií. Mnohé z nich sú pre nás také samozrejmé, že už na ne ani nemyslíme, ba si ich ani neuvedomujeme. Preto sa mnohé konvencie vo vyučovaní ani nespomenú alebo nepovedia dosť jasne. Do istej miery sa očakáva, že ich žiaci rozpoznajú sami od seba.
Netušené myšlienkové pochody žiakov môžu mať veľa príčin a sú pravdepodobne častejšie, ako by sme si želali. Vo väčšine prípadov zostávajú pred učiteľom skryté. Napríklad je zaujímavé, že pozoruhodné myšlienkové pochody, ktoré žiaci vyvinú pri počítaní s písmenami, boli v didaktike objavené neskoro, aj keď takmer každý učiteľ vyučuje túto oblasť. Mnohí učitelia sú ohromení, niektorí dokonca pobúrení tým, že v hlavách žiakov sa dejú úplne iné veci, ako si oni mysleli. Stupnica siaha od

jednoduchého prehliadnutia detailov po postupy, ktoré dokazujú, že aj správne riešenie úloh môže byť založené na úplne „falošných“ predstavách žiakov o premenných, výrazoch a vzorcoch.
Relatívna neprístupnosť žiackych myšlienok má sčasti pôvod v okrajových podmienkach vyučovania matematiky v jeho súčasnej forme. Veľké počty žiakov, neustála časová tieseň a málo možností vnútorného diferencovania sťažujú individuálny prístup ku žiakovi. Žiaci tým dostávajú aj relatívne málo príležitostí ukázať svoje nedostatky. Rozhovory so žiakmi a písomné dotazníky sú skôr neobvyklé a mnohokrát sú aj spojené s ťažkosťami.
Ale, sú to len tieto podmienky, ktoré sťažujú prístup k žiakovmu mysleniu?

Východisko ponúkam v uplatnení tejto myšlienky :
Učiteľ látku ponúkne a vedie žiaka ku konfrontácii s učebnou látkou, pričom si žiak musí nakoniec pochopenie látky vykonštruovať (vytvoriť) vlastnou činnosťou. Individuálne myšlienky žiakov sú rozhodujúce, pretože nejde len o „ponuku“ učiteľa, ale aj o to, čo s tým žiak urobí. Učiteľovou úlohou je preto aj získať spätné hlásenie o stave žiackych konštrukcií.
Prestal som veriť, že chybám žiakov sa najlepšie vyhnem tak, že im ukážem čo najmenej chýb. Z toho vyplýva, že vo vyučovaní sa na chyby okamžite poukáže, vždy sa vysvetlí, prečo je niečo nesprávne. Žiak často veľmi pozorne sleduje učiteľa, aby z jeho vyjadrení alebo výrazu tváre hneď v zárodku rozoznal, či začína postupovať chybne (Fischer, 1992).
Pretože o chybách sa má čo najmenej hovoriť, navrhnem konkrétny a mnou osvedčený postup na pozitívny prístup k chybám a na cesty ich eliminácie. Spočíva v príprave a výbere špeciálnych úloh ako reakcie na zistené nedostatky a chyby v postupoch žiakov vo vstupnom teste.

Ukážka č. 1: Hierarchia počtových operácií (reakcia na chyby v príklade č.3)

Príklad 1 : V zoskupení čísel 3 –8 –2 doplň znamienka a zátvorky tak, aby výsledok bol a) 10 , b) –3.

Príklad 2 : K mocninám -2^2, $(-2)^2$, $-(-2)^2$, -2^3, $(-2)^3$, $-(-2)^3$ priraďte jedno z čísel 4, -4, 8, -8 tak, aby vznikla rovnosť. Zdôvodni.

Komentár, odporúčanie k príkladom ukážky č.1:
Príklady 1,2 sú konvergentné spojené s hodnotiacim postupom.

Zadanie príkladu č.3 v teste (Príloha 1) môže viesť k polemikám hlavne v súvislosti s „primeranosťou“ nárokov, ktoré riešenie prináša vzhľadom na úroveň stredoškolákov a vedie mnohých k odpovedi, že úspešnosť musí byť 100 %. Oprava žiackych testov odhalila nasledovné nedostatky v predložených výpočtoch a postupov žiakov:

$(-2)^2 = -4$

$(-14):(-14) = -1$

$-12.(-2) = -24$

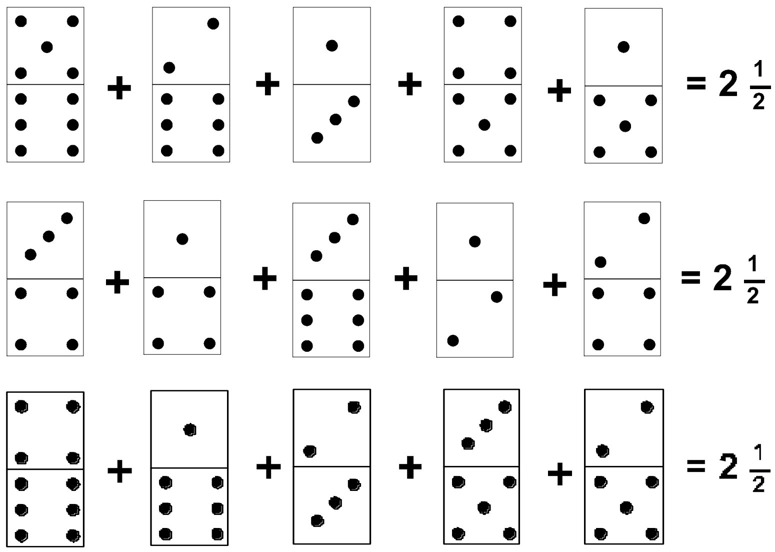
$-2^3 = -6$

$-3.4.(-2)+(-8).5 = -12.-2+-8.5$ = -12.-10.5 = 600

Úspešnosť riešenia bola 82,3 %, čo ma nútilo k zamysleniu a zadaniu príkladov na uvedomenie si postupov v práci so znamienkami a zátvorkami.

Ukážka č. 2 : Operácie s racionálnymi číslami (reakcia na chyby v príklade č.4)

Príklad 1 : Pätnásť kociek z domina na obrázkoch predstavuje zlomky. V každom rade je súčet týchto zlomkov $2\frac{1}{2}$. Zostav týchto 15 kociek do troch radov tak, aby súčet v každom rade bol 10.



Obrázok 1 Domino

Prameň: Novoveský,1971, s. 163

Príklad 2 :

a) Z piatich štvoriek zostavte výraz, ktorého hodnota bude 55.

b) Zo štyroch deviatok zostavte výraz s hodnotou 20.

Komentár, odporúčanie k príkladom ukážky č.2:
Zadanie príkladu č. 4 v teste (Príloha 1) ma presvedčila, že práca so zlomkami zrejme nie je doménou skupiny mnou sledovaných žiakov. Zaznamenal som takéto výsledky :

Sledovaný jav	Počet správnych riešení	%	Počet nesprávnych riešení	%
príklad a	9	26,5	25	73,5
príklad b	25	73,5	9	26,5

A nedostatky? Hlavne v krátení. Za vzor nemôžu slúžiť napríklad riešenia v časti a/ :

$$\left(-\frac{2}{3}+2,75\right)\cdot\left(-0,5+1\frac{3}{8}\right)=$$

$$=\left(-\frac{2}{3}+\frac{275}{100}\right)\cdot\left(-\frac{5}{10}+\frac{11}{8}\right)=\left(\frac{-200+825}{300}\right)\cdot\frac{-40+110}{80}=\frac{625}{300}\cdot\frac{700}{80}=\frac{437500}{24000}=18,227$$

pričom správny výsledok je 1,8229.
Takýmto spôsobom počítalo 80 % žiakov a podľa tabuľky nezvládlo výpočet až 73,5 % hlavne z dôvodu práce s veľkými číslami.
V príklade b/ sa objavovalo menej nedostatkov, o čom svedčí i úspešnosť riešenia.
V šiestich prípadoch boli nedostatky súvisiace opäť s krátením.

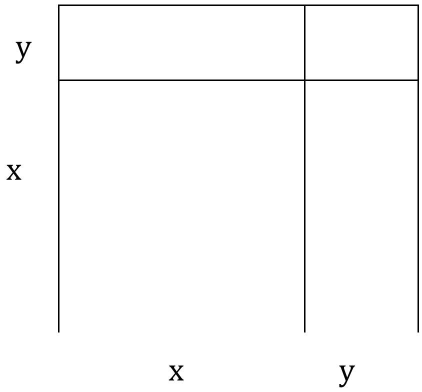
Napr.

$$\left(\frac{14}{5}-\frac{1}{2}\right)=\frac{7}{5}-\frac{1}{1} \quad \textit{alebo} \quad \frac{23}{10}-\frac{8}{5}=\frac{92}{25}$$

Eliminovať nedostatky som sa rozhodol opäť zadaním netradičných príkladov. Príklad 1 je konvergentný, k výsledku 10 však žiaci dospievajú rôznymi postupmi, rôznou kombináciou zlomkov. Hodnotenie a tvorivosť má pri riešení svoje miesto. S podobným zámerom formulujem a žiakom zadávam i ďalší príklad 2.

Ukážka č. 3 : Použitie vzorcov (reakcia na chyby v príklade č. 8)

Príklad 1 : Vysvetli schému :



Obrázok 2 Grafická interpretácia

Prameň: vlastný návrh

Príklad 2 : Vytvor grafickú interpretáciu na použitie vzorca na druhú mocninu dvojčlena na príklade $(x + 2)^2$.

Komentár, odporúčanie k príkladom ukážky č.3:
Riešenie príkladu č.8 v teste (Príloha 1) vyžadovalo jednoznačnú odpoveď. Skutočné výsledky potvrdili nedostatky- odpovede boli nesprávne alebo neúplné.
Medzi nimi sa vyskytovali odpovede : z príkladu a/ $z^2+2{,}25$

b/ x^2-1

c/ $(x+4).(x-4)$

d/ $3.(4x-6y)$

Príklad a/ správne vyriešilo len 7 žiakov, čo je 20,6 %. Taký istý výsledok sa dosiahol i pri riešení časti b/ a c/. Časť d/ správne vyriešilo 23 žiakov, čo predstavuje 67,6 % úspešnosť.
Grafickou interpretáciou na použitie vzorcov sa podarilo uvedené nedostatky odstrániť.

Súbor „kontrolných úkonov“ a príkladov, na ktoré treba dať „pozor“ je možné podľa konkrétnych situácií dopĺňať a meniť. Či je to vhodné, zostáva skryté, všetky možnosti vzniku chýb sa však nikdy nepodarí vylúčiť. Dôležitejšie je to, že sa mi u žiakov takýmto postupom podarí vzbudiť záujem o matematiku, chuť riešiť a vymýšľať postupy a príklady.

2.3 Zhodnotenie a odporúčanie po vstupnom teste

Pre úspešnosť vytýčených cieľov je nevyhnutné používať aktivizujúce vyučovacie metódy, predovšetkým samostatnú prácu žiakov, prácu vo dvojiciach a skupinách. Okrem samostatnej práce smerujúcej k získaniu počtových návykov a ďalších zručností je nevyhnutné, aby žiaci objavovali nové poznatky experimentálnou a vlastnou činnosťou. Pre nás učiteľov je to výzva individuálnym prístupom objavovať a usmerňovať schopnosti jednotlivých žiakov a viesť celý kolektív triedy k stanoveným cieľom.

Od podobných analýz a skúmaní by sa mala odvinúť stratégia kurikulárnej reformy obsahu vzdelávania na stredných školách. Ide o vymedzenie funkcií školy v socializácii a osobnostnom rozvoji žiakov. Ide tiež o určenie ich kľúčových postojov, zručností a kompetencií pre život a ich ďalšie celoživotné učenie sa. Ide o snahu uplatniť v učení žiakov trendy smerujúce k integrácii kognitívnych a afektívnych prístupov spájaním poznávacích procesov so zážitkami a skúsenosťami žiakov, racionálneho uvažovania s individuálnym a kreatívnym . Tieto hodnoty by sa mali premietnuť do praktickej školskej politiky, kde by sa ťažisko rozhodovania o didaktických koncepciách prenieslo z centra na regionálnu, lokálnu a školskú úroveň. Zvýšilo by to slobodu a zodpovednosť škôl, učiteľov v pedagogickej práci so žiakmi a viedlo by to k zníženiu ich preťaženia a k optimalizácii vyučovacieho procesu (Valica, 1998).

3 METODICKÁ ANALÝZA KONKRÉTNYCH PRÍKLADOV NA VYUČOVANÍ MATEMATIKY, VÝCHOVA K HODNOTENIU A TVORIVOSTI

3.1 Zostavovanie nových úloh

Na riešenie úloh sú potrebné vedomosti. Podľa miery talentu a vôle po vyriešení úlohy žiak urobí vlastný väčší alebo menší objav, krok vpred. Je nemalá časť žiakov, ktorí vyriešia len úlohy podobné tým, ktoré už videli predtým vyriešené, teda k úspešnému riešeniu úlohy potrebujú mať "veľa vedomostí" ; iní na základe aj pomerne málo vedomostí úlohy vyriešia, "vymyslia" čo potrebujú, systém ich vedomostí je živá, rozvíjania sa schopná štruktúra.

Zaujímavým procesom je vymýšľanie nových, vtipných, neštandardných a ťažších príkladov zo strany učiteľa a vzbudenie chute do takejto činnosti i u žiakov.

Dôvody tvorby príkladov môžem zhrnúť do štyroch bodov :

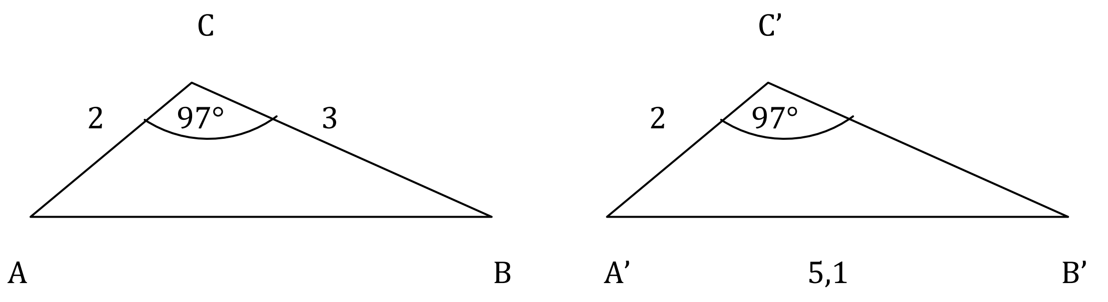
- učiteľ i žiak má lepší citový vzťah k príkladom, ktoré sám vymyslel. Riešenia sleduje, navádza na ne, vykladá s väčším zápalom,
- riešenie príkladu má v tomto prípade lepšie premyslené, vidí viac súvislostí, možností riešení,
- ide nepochybne o tvorivú prácu, ktorá pomáha matematickému rastu,
- nie vždy nájdem vhodný príklad v literatúre a treba siahnuť k vlastným príkladom.

1) Praktická ukážka z vyučovacej hodiny Vety o zhodnosti trojuholníkov

Klasická metóda vyučovania spočíva v tom, že zopakujem vety (sss), (sus), (usu) a doplním vetu (Ssu) o zhodnosti dvoch trojuholníkov s ukážkou dvojíc trojuholníkov, ktoré vlastnosti zhodnosti spĺňajú. Takto zadané úlohy rozvíjajú len nižšie konvergentné procesy.

Dôsledné hodnotenie činnosti som dosiahol pri úlohe typu :

Podľa obrázka rozhodni, či trojuholník ABC je zhodný s trojuholníkom A'B'C'.



Obrázok 3 Zhodnosť 1

Prameň: vlastný návrh

Metodické poznámky:

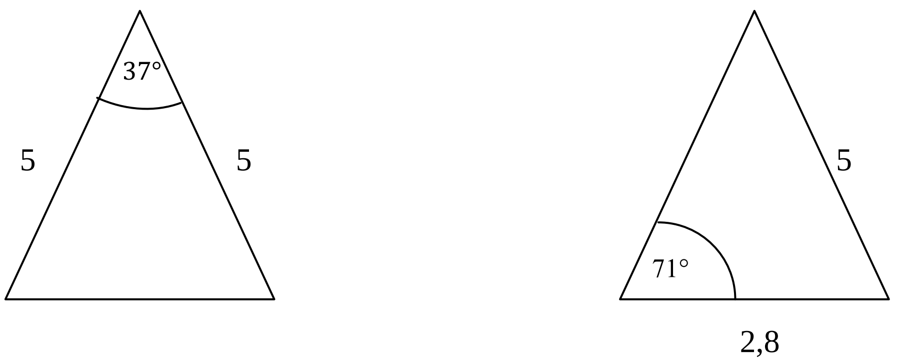
Riešenie vyžaduje hodnotenie typu :

- ak by trojuholníky boli zhodné, tak ...
- keďže platí c’ > a + b , tak ...
- z úvah vyplýva, že zhodnosť je vylúčená
- platil by ten istý záver, keby c’ ≥ a + b ? . Položená otázka vyžaduje opäť proces hodnotenia.

Úloha je svojim postupom divergentná, preto uvedená schéma hodnotiaceho uvažovania nie je jediná a predpokladá i iný postup formulovaný návodom žiakov:

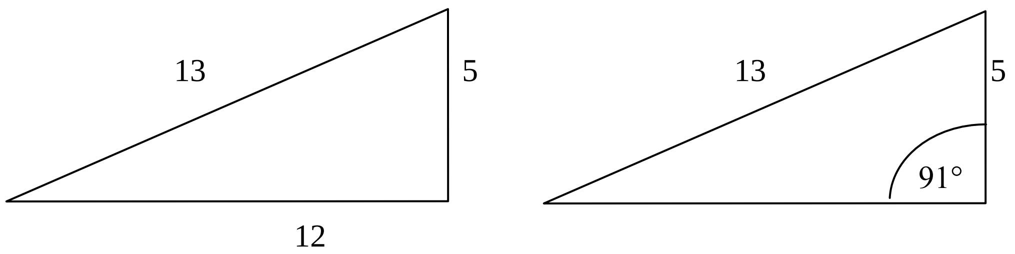
- vypočítam chýbajúci prvok trojuholníka,
- úlohu vyriešim konštrukčne.

Zo skúseností môžem povedať, že 30% žiakov bez akéhokoľvek nútenia pripravila dvojice trojuholníkov, nasledovala fáza tvorenia vlastných úloh a ich riešenie. Po chvíli tvorby mám k dispozícii ďalšie netradičné príklady na rozhodovací proces o zhodnosti dvoch trojuholníkov (obr. 4, 5), v zadaní ktorých nie sú udané zodpovedajúce prvky a bez výpočtu, po hodnotení dokázali žiaci vysloviť záver.



Obrázok 4 Zhodnosť 2

Prameň: vlastný návrh



Obrázok 5 Zhodnosť 3

Prameň: vlastný návrh

Organizácia práce a zvolený typ úlohy ma ubezpečil o význame a základnom prínose brainstormingu v produkovaní nápadov, inšpirovaní sa žiakov navzájom, v objavovaní a aplikácií nových, rôznych riešení. Metódu brainstormingu Alexa F. Osborna (Zelina,1996,1997) odporúčam použiť ako efektívnu metódu na rozvíjanie tvorivosti i pri riešení ďalšej ukážky.

Oboma príkladmi : ❶ nastoľujem dobrý problém, ❷ dávam priestor pre produkovanie nápadov, čo odporúčam uskutočniť individuálnym brainstormingom, ❸ vytváram priestor na hodnotenie a pre realizáciu nápadov, ❹nad rámec metódy žiaci tvoria vlastné príklady, ❺ metódu brainstormingu môžem opakovať, ale pre zmenu skupinovou formou.

2) Praktická ukážka z vyučovacej hodiny "Mnohočleny"

Okrem tradične riešených príkladov opäť experimentujem pri riešení úlohy typu :
Je daný dvojčlen 3n + 5, $n \in N$. Ďalej je k dispozícii tabuľka :

Tabuľka 1 Mnohočlen

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
3n+5	8	11	14	17	20	23	26	29	32	35	38	41
$\sum$	8	2	5	8	2	5	8	11	5	8	11	5

$\sum$ - znamená ciferný súčet čísel v druhom riadku.

Prameň: vlastný návrh

Otázka :
Ak by si v tejto tabuľke pokračoval, ktoré čísla sa ešte vyskytnú v poslednom riadku? Vyskytne sa tam číslo 100 a 101?

Metodické poznámky:

Riešenie vedie opäť k experimentovaniu, k rôznym úvahám, rôznym postupom, ale smeruje k jednému riešeniu a k odpovedi na položenú otázku.
Možno očakávať, že i v tomto prípade budú žiaci hľadať príklady na využitie objavenej techniky, či hypotézy. Každé podnietenie záujmu žiakov vedie k rozvoju ich tvorivosti.
Pri vymýšľaní príkladov sa mi všeobecne osvedčuje takýto postup :

- zovšeobecňovanie, zmena parametrov známych príkladov,
- vnuknutie, inšpirácia,
- práca nad myšlienkou riešenia,
- práca nad témou.

Vyberané úlohy musia byť vždy primerané schopnostiam žiakov, žiaci majú pociťovať radosť z úspechu pri tvorení a riešení úloh. Predchádzajúce príklady ukazujú, akým spôsobom sa môžu dávať podnety na rozmýšľanie. Ide o to, aby učiteľ neodovzdával len techniku riešenia úloh, ale aj zaujatie pre matematiku, osobné nasadenie, vôľu vyriešiť príklad podľa vlastného plánu (Hecht, 1992).

3.2 Cvičenia na dôvtip, flexibilné myslenie

3.2.1 Konvergentné a divergentné úlohy

Konvergentné úlohy sú také, pri ktorých sa myšlienkové procesy zbiehajú, konvergujú k jednému správnemu riešeniu.

Divergentné úlohy nemajú jednoznačne daný výsledok.
Základom metódy rozvíjania tvorivosti pomocou úloh je tvorenie divergentných úloh, alebo transformácia konvergentných úloh na divergentné úlohy. Dôvodom je to, že efektívny život je založený až 95 % na riešení hodnotiacich, divergentných úloh; zvyšných 5 % ostáva na riešenie pamäťových, konvergentných úloh. V škole je tento pomer opačný (Zelina, 1996).

Praktická ukážka :

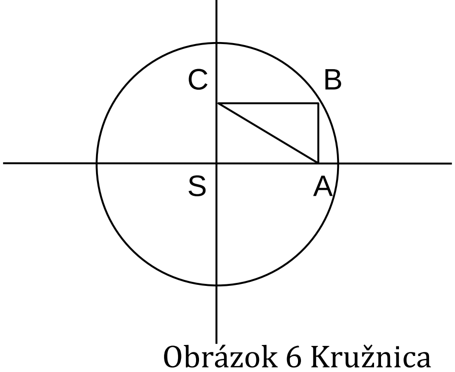
Z uvedených dôvodov pri riešení konštrukčných úloh dávam prednosť textu príkladu :
❶ Zostroj trojuholník ABC, ak je dané : a, v_a, t_a.
pred takýmto znením :
❷ Zostroj trojuholník ABC, ak je dané : a = 5 cm, v_a = 3 cm, t_a = 4,5 cm.

Zdôvodnenie a metodické poznámky:
Úloha ❶ vedie k diskusii, rozboru vzhľadom k vzťahom medzi zadanými parametrami. Riešenie si vyžaduje využitie vyšších poznávacích procesov myslenia – analýza, hodnotenie, zovšeobecňovanie. Úloha ❷ je len jednou časťou (vetvou) jej riešenia, je to úloha konvergentná.

3.2.2 Úlohy proti rigidnému mysleniu

Rigidné myslenie je ustálené, strnulé, stereotypné myslenie odolávajúce zmene. Možno ho tiež definovať ako návykové myslenie, je to nepružnosť mysle. Samozrejme, určitá miera zotrvačnosti, stálosti či už nazerania na svet, vnímania, myslenia je potrebná, dokonca šetrí čas, mozog a myslenie. Pri rigidite sa hovorí už o takej ustálenosti procesov, ktoré prekážajú (Zelina, 1997).
Existuje mnoho úloh, ktoré pomáhajú presnejšie, nerigidne, inak vnímať skutočnosť, líšia sa od klasických, často nezáživných zadaní príkladov.
Nasledujúci výber príkladov zo zbierok zábavných matematík (Novoveský,1971,1974) a zbierok neštandardných úloh z matematiky (Cirjak, 1996) sa mi osvedčil ako prostriedok rozvoja kreativizácie osobnosti , tiež ako motivačný prvok. Príklady zaraďujem premyslene, podľa tém vyučovacích hodín, na oživenie procesu vyučovania, uvedenie do problematiky, opakovanie, ale i preskúšanie učiva. V každom prípade na prekonávanie rigidity.

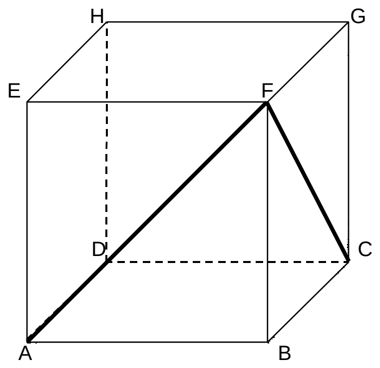
Ukážka 1 : V úvodnej časti tematického celku “ Kruh, kružnica a ich časti” neodporúčam zaradiť text príkladu : ❶ Určte priemer kružnice s polomerom 3,6 cm.
Zaujímavú pracovnú atmosféru vytvorím textom príkladu :
❷ Aký priemer má kružnica na obrázku, ak uhlopriečka AC = 3,6 cm?



Obrázok 6 Kružnica

Prameň: vlastný návrh

Ukážka 2 : Úvod k stereometrii môže byť venovaný riešeniu príkladu ❸
❸ Viete, prečo priamky AF a FC v kocke ABCDEFGH zvierajú uhol presne 60° ?



Obrázok 7 Kocka

Prameň: vlastný návrh

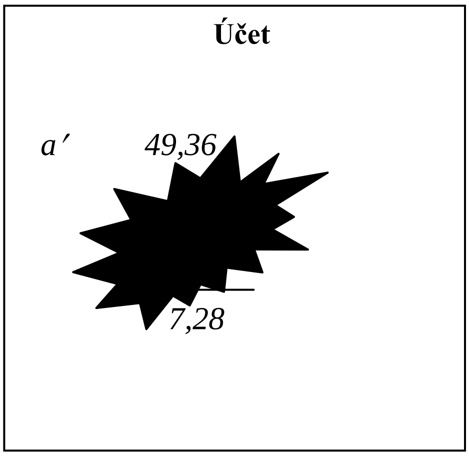
Ukážka 3 : V úvode témy o mnohouholníkoch zadávam príklad ❹ . Pritom zisťujem, aké náročné sú veci v skutočnosti najjednoduchšie.
❹ Nakresli pravidelný dvanásťuholník, ktorý bude mať len pravé uhly.

Ukážka 4 : Klasickými cvičeniami na prekonávanie rigidity myslenia sú úlohy s prelievaním vody. Ich výhodou je to, že ich náročnosť môžem stupňovať podľa intelektuálnej vyspelosti osoby. Pre stredoškolákov odporúčam zaradiť na túto tému príklad ❺ a príklad ❻ o vážení.

❺Máš nádobu 4 litrovú a 9 litrovú. Potrebuješ nabrať 6 litrov vody. Ako?
❻Pomocou závaží o hmotnosti 1g, 3g, 8g, 27g, 81g, 243g, 729g môžeš odvážiť každý predmet do hmotnosti 1 093g. Uveď, ako sa dá navážiť 100g, 500g, 1 000g, 1 001g. Pri vážení môžeš dávať závažie na obe misky.

Ukážka 5 : Úlohy logického charakteru na dôvtip, hlavolamy, hádanky, teda na rozvoj flexibilného myslenia sa málo objavujú v učebniciach a priamo na vyučovacích hodinách i preto, že sú časovo náročnejšie.
Odporúčam preto cvičenia na mozgové útoky a tvorivé myslenie zadávať za domácu úlohu alebo prostredníctvom školských časopisov. Za mnohé ukážky uvádzam príklad ❼,❽,❾,❿.

❼ Pri revízii našli revízori účet, kde časť údajov bola nečitateľná. Zo zápisu bolo jasné, že išlo o evidenciu predaja istého počtu kg suroviny, po 49,36 Sk za 1 kg. Z výsledku bol čitateľný len koniec čísla 7,28. Revízorom sa podarilo účet doplniť. Podarí sa to aj tebe, ak predpokladáš, že množstvo kg je prirodzené číslo?



Obrázok 8 Revízor

Prameň: Novoveský,1971, s. 34

❽

Obrázok 9 Hlavolam

Prameň: vlastný návrh

❾

Dve triedy boli s vyučujúcim matematiky na brigáde zbierať liečivé rastliny. Podnik nazbierané rastliny odvážil a vyplatil učiteľovi dohodnutú sumu s tým, že on ju rozdelí medzi triedy podľa výkonu. Učiteľ sa dohodol so žiakmi, že im vyplatí peniaze spravodlivo až vtedy, ak si vypočítajú koľko zarobili. Úlohu im sformuloval takto :

a/ Koľko kg rastlín sa nazbieralo celkom, ak ich počet je zašifrovaný v súčte :

```
    *
  + *
  * *
```

b/ Koľko korún dostanú za 1kg rastlín je výsledkom delenia :

```
* * * : * 7 = * *
 * *
   * *
   * *
    =
```

c/ Sumy, ktoré dostane prvá aj druhá trieda určujú súčiny :

```
  * *          * *
x   *        x   *
  * *          * *
```

Obrázok 10 Výpočet odmeny

Prameň: Cirjak, 1996, s. 21

❿ Hra s číslami a číslicami

V tabuľke nahraď písmená prirodzenými číslami tak, aby spĺňali tieto požiadavky:

A	B	C	D
E	F	G	H
I	J	K	L

A Najväčšie dvojciferné číslo deliteľné štyrmi.
B Súčet všetkých deliteľov čísla 396, ktoré sú väčšie ako 1 a menšie ako 10.
C Súčet všetkých prvočísel väčších ako 10 a menších ako 20.
D Najväčší spoločný deliteľ čísel 35 a 80.
E Súčet všetkých čísel z množiny { 133, 152, 270, 414}, ktoré sú deliteľné tromi.
F Dvojnásobok čísla 619.
G Počet prvočísel prvočíselného rozkladu čísla 36.
H Súčet najmenšieho a najväčšieho deliteľa čísla 1 228.
I Sedemdesiat násobok najväčšieho jednociferného prvočísla.
J Najväčší spoločný deliteľ čísel 24 a 40.
K Najmenší násobok čísla 9 väčší ako 1200.
L Najmenší spoločný násobok čísel 9 a 12.

Ak všetky písmená nahradíš správnymi číslami, budú súčty vo všetkých stĺpcoch tabuľky rovnaké. Urob skúšku.

Obrázok 11 Hra s číslami

Prameň: Prameň: Cirjak, 1996, s. 8

Metodické poznámky:

Pri charakteristike posledných štyroch príkladov treba uviesť, že sa jedná o úlohy konvergentného charakteru, s jedným riešením, ale spôsoby ako nájsť riešenie sú divergentného charakteru. Treba v nich uplatniť dôvtip, neobvyklosť myslenia, pozornosť, flexibilitu. Objavenie postupu riešenia je tvorivosť uplatnená v procesoch riešenia a nie vo výsledku riešenia. Snahou je žiaka upútať i grafickou interpretáciou a počítačovým stvárnením textov príkladov.

Cieľom zadávania logických príkladov na rozvoj flexibilného myslenia na vyučovacích hodinách a mimo nich je prispieť k výchove mladého človeka cítiaceho, mysliaceho, tvorivého a milujúceho poznanie a objavovanie.

3.2.3 Tvorivé úlohy podľa otvorenosti a uzavretosti procesu

Pri rozšírení Gehlbachovej teórie tvorivých úloh o skutočnosť, že aj definovanie, vymedzenie problému môže byť otvorené alebo uzatvorené, sa budem pridržiavať delenia úloh podľa stupňa tvorivosti na štyri možnosti (Zelina, 1996):

1. Najnižšia tvorivosť úlohy typu Z – Z – Z, t. j. uzatvorený problém, predpísaný, rutinný postup a len jeden správny, konvergentný výsledok .
2. Stredná tvorivosť úlohy typu Z – O – Z, Z – Z – O, O – Z – Z.
3. Vyššia tvorivosť obsahuje úlohy typu O – O – Z, O – Z – O, Z – O – O.
4. Najvyššia tvorivosť sa dosahuje úlohami typu O – O – O. Tento typ úloh dovoľuje veľkú voľnosť, slobodu zvoliť si úlohu, postup a výsledok. Zadaný je otvorený problém, neurčený proces, možnosť rozličných výsledkov.

Pri hodnotení matematických úloh zisťujem, že úlohy najvyššej tvorivosti sa v matematických zbierkach nevyskytujú. Takmer vždy je niečo predpísané, čo úlohu posúva do tretej a nižšej kategórie tvorivosti.
V tematickom celku o výrokoch rozvíjam u žiakov tvorivosť napríklad takými typmi príkladov:

1. Vytvor zložený výrok z výrokov p, q, ktorého tabuľka pravdivostných hodnôt je nasledujúca :

Tabuľka 2 Výrok

p	q	zložený výrok
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Prameň: vlastný návrh

Výsledkom môže byť niekoľko zložených výrokov.

2. Vytvor zložený výrok, ktorý opisuje (vystihuje) tvoju momentálnu náladu, resp. činnosť. Akú má pravdivostnú hodnotu? Ako by sa zmenila, keby si jeden z výrokov znegoval?
3. Podľa obrazu (scéna z divadelného predstavenia) vytvor krátky príbeh, ktorý bude obsahovať päť pravdivých výrokov, päť nepravdivých výrokov a päť tvrdení, ktoré výrokmi nie sú.

Metodické poznámky:

Pri hodnotení úrovne tvorivosti som úlohe č. 1 prisúdil typ Z – O – O.
Čo má žiak urobiť definuje v príklade učiteľ. Ako a s akým výsledkom ostáva na tvorivosti žiaka. Úloha je divergentná s možnosťou viacerých riešení.
Úlohy 2 a 3 som vytvoril sám a považujem ich za typ O – O – O s najvyšším stupňom tvorivosti. Žiakom sa zadá rámcová úloha, nastoľuje sa im problém. Presné definovanie problému je ponechané na žiakovi, spôsob a výsledok riešenia závisí od žiaka. Výsledok má divergentný, otvorený charakter.

V diskutovanom tematickom celku zaraďujem medzi tvorivé matematické príklady také, ktoré umožňujú rozmanitosť tvorivých odpovedí. Držím sa zásady, že každé divergentné myslenie je tvorivé, ale nie každé tvorivé myslenie musí byť divergentné.

S podobným zámerom zadávam žiakom, napr. za domácu úlohu, pred tematickým celkom planimetria riešiť takúto úlohu :

– Z pojmov planimetrie vytvor osemsmerovku s tajničkou.

Typ tvorivosti : O – O – O. Žiaci vytvorili skutočne rôzne diela, počnúc názvami, cez tvary osemsmeroviek po výsledné ”výroky”. Za mnohé splnené úlohy uvádzam jednu s takýmto textom :

– Po vyškrtnutí 16 názvov, pojmov rovinnej geometrie v osemsmerovke nájdi výrok o jednej disciplíne matematiky.

T	R	O	J	U	H	O	L	N	Í	K
L	P	L	A	K	Š	Ý	V	A	P	O
O	I	N	U	A	T	I	M	O	E	S
B	T	Ch	H	D	V	R	L	R	A	O
D	H	P	O	O	O	P	A	D	C	Š
Ĺ	A	R	L	B	R	M	I	O	I	T
Ž	S	I	A	I	E	J	E	V	N	V
N	B	A	A	N	C	Ž	K	B	Ž	O
Í	O	M	O	R	Á	S	N	O	U	R
K	K	K	V	R	Ch	O	L	Í	R	E
A	N	A	K	Č	E	S	Ú	A	K	C

Obrázok 12 Osemsmerovka

Prameň: vlastný návrh

Metodické poznámky:

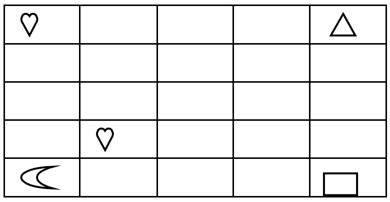
Osemsmerovky, krížovky s tajničkami sa žiakom na hodinách matematiky zadávajú na riešenie, ale väčšinou sa jedná o úlohy tvorivosti Z – O – Z. Dôvodom je to, že sa im zadá napr. vyššie uvedená úloha, ktorú predtým vytvoril žiak. Úloha predstavuje stredný typ tvorivosti s uzatvoreným problémom, s jedným správnym výsledkom, len postup ostáva pre žiaka otvorený.

Z dielne žiaka je i nasledujúci príklad, ktorý bol vytvorený v priebehu preberania tematického celku ”Kombinatorika”, a ktorý som ako vhodný typ príkladu mohol so žiakmi riešiť metódou brainstormingu. Z hľadiska hodnotenia tvorivosti prichádzam k záverom analogickým s predchádzajúcimi konštatovaniami.

Výsledný text príkladu má takúto podobu :

Na šachovnici rozmiestni do všetkých voľných políčok symboly ♡ △ ▭ ☾ ⬭ tak, aby v žiadnom riadku, v žiadnom stĺpci, ani na žiadnej z dvoch hlavných uhlopriečok neboli dva rovnaké symboly.

Znázorni všetky také rozmiestnenia.



Obrázok 13 Šachovnica

Prameň: vlastný návrh

Metodické poznámky a odporúčania:

Pri riešení príkladov v tejto kapitole sa mi osvedčila okrem známej a pomerne často používanej metódy brainstormingu aj implementácia metódy Phillips 66 (Turek, 2008). Princíp metódy spočíva v rozdelení žiakov na skupiny po 6 členov (1 vedúci a 5 členov). Zadám príklad a každá skupina rieši problém v časovom rozsahu 6 minút. Potom sa vedúci jednotlivých skupín sústredia tak, aby ich ostatní mohli dobre vidieť a počuť a referujú o výsledkoch práce svojej skupiny, obhajujú ich a snažia sa nájsť optimálne riešenie. Ak sa nenájde spoločné riešenie, prípadne je veľký rozdiel v názoroch jednotlivých skupín, nasleduje ďalšie kolo, prípadne zasiahnem ako učiteľ. Okrem cvičenia tvorivosti sa pri tejto metóde učia žiaci produkovať myšlienky, rozhodovať sa, komunikovať svoje schopnosti a zručnosti.
Aj napriek tomu, že učebné osnovy matematiky sú obsahovo a časovo náročné, odporúčam organizačne zladiť a naplánovať vyučovanie tak, aby si každý učiteľ našiel priestor pre rozvoj a uplatnenie tvorivých metód práce. Vráti sa mu to formou získania záujmu žiaka pre vyučovací predmet.

3.3 Vyhodnotenie práce

Mojou reakciou na chyby zistené pri riešení vstupného testu nebolo tradičné prepočítavanie príkladov s ukážkou správneho riešenia, ale zaradenie netradičných, neštandardných príkladov, pri riešení ktorých žiaci tvorili, hodnotili, kombinovali a zamýšľali sa nad postupmi. Mojou snahou bolo tvoriť otázky a príklady zrozumiteľne, jasne tak, aby som žiakov od prvotného oboznámenia sa s pojmami podnietil k tvorivému hľadaniu riešenia a k formovaniu vlastného hodnotiaceho procesu na vyučovacích hodinách. Uvedomoval som si pritom, že úroveň tohto procesu je ovplyvnená i ďalšími faktormi - osobné tempo žiaka, intelektuálne a inteligenčné schopnosti žiaka, osobnosť učiteľa, metódy a formy pedagogickej komunikácie a iné.

Po prvom úspechu a dobrom pocite pri pozorovaní žiakov napr. pri skladaní dominových kociek a vlastne riešení zlomkov, som pokračoval vo vymýšľaní nových, vtipných, neštandardných príkladov, výsledkom čoho bolo vzbudenie záujmu žiakov o matematiku. Do vyučovacieho procesu som pravidelne zaraďoval cvičenia na dôvtip, flexibilné myslenie, konvergentné a divergentné úlohy, úlohy logického charakteru na dôvtip, hlavolamy, hádanky. Tieto úlohy pomáhajú presnejšie, nerigidne vnímať skutočnosť a líšia sa od klasických zadaní príkladov, pretože narúšajú stereotyp vyučovacej hodiny. Práve takéto typy úloh na rozvoj flexibilného myslenia sa málo

objavujú v učebniciach, hoci by mali tvoriť väčšiu časť ponúkaných príkladov v odporúčaných matematických učebniciach a zbierkach príkladov.
Rozboru tejto problematiky sa venujem v predloženej OPS. Tvorbu a zaraďovanie vhodných príkladov na vyučovacej hodine považujem za jednu z dôležitých a základných činností učiteľa vo vyučovacom procese. Snažil som sa ich formulovať tak, aby splnili organizačnú, vzdelávaciu a výchovnú funkciu, aby posunuli prácu so žiakmi do úrovne rozvíjania hodnotiaceho a tvorivého myslenia.

Absolvovaním hodín a riešením uvedených príkladov v práci OPS na vyučovacích hodinách s popísanou metodikou pri jednotlivých ukážkach príkladov som sa snažil u žiakov budovať hlavne kompetenciu **-** schopnosť riešiť problémy nasledovne:

- rozpoznávať problémy v priebehu vzdelávania využívaním všetkých metód a prostriedkov, ktoré majú žiaci v danom okamihu k dispozícii (pozorovanie, experimentovanie, grafické prostriedky, tabuľky a pod.),
- vyjadriť alebo formulovať problém, ktorý sa objaví vo vzdelávacom procese,
- hľadať, navrhovať alebo používať ďalšie metódy, informácie alebo nástroje, ktoré by mohli prispieť k riešeniu problému,
- posudzovať riešenie daného problému z hľadiska jeho správnosti, jednoznačnosti alebo efektívnosti a na základe týchto hľadísk prípadne porovnávať aj rôzne riešenia daného problému,
- korigovať nesprávne riešenia problému,
- inovovať zaužívané postupy pri riešení úloh,
- odstraňovať stereotypy pri vyučovaní.

Uvedený prehľad budovania kompetencií sa odporúča aj v literatúre (Turek, 2008) a na základe vlastnej skúsenosti môžem povedať, že je aplikovateľný aj v praxi. Názory, odporúčania a metodické poznámky v tejto práci predstavujú materiál, ktorým chcem pomôcť učiteľom inšpirovať sa pri vedení vyučovacích hodín matematiky s upriamením pozornosti na rozvoj hodnotiace myslenie a tvorivosť žiakov.

ZÁVER

Matematika má veľký význam pre vzdelanie každého človeka. Potrebuje ju nielen žiak, ktorý chce študovať na vysokej škole, ale využíva ju každý z nás v každodennom bežnom živote. Stretávame sa s ňou v obchodoch pri nákupoch, v zamestnaní pri najrôznejších výpočtoch, pri práci doma, na záhrade, pri úprave bytu atď. Je to predmet, ktorý rozvíja logické a funkčné myslenie, a to už od detského veku.

Matematika však hrá veľkú úlohu tiež vo výchove človeka. Presné vyjadrovanie a presný postup pri riešení úloh vychovávajú žiaka k presnosti. V matematike sa zoznamujú s logikou, odvykajú bezmyšlienkovitým tvrdeniam, učia sa, že všetko sa musí logicky zdôvodňovať a pod. Matematika teda učí človeka kritickému mysleniu. Každé učivo sa v škole vyvodzuje z konkrétnych situácií, z jednotlivých prípadov, aby bolo vidieť, že matematika vychádza z praktických potrieb človeka. Až potom prichádza na radu abstrakcia a zovšeobecnenie.

Na hodinách matematiky si žiak navyká na pravidelnú a poctivú prácu. Je vedený k pracovitosti, systematickosti a dôkladnosti. Učivo matematiky rozvíja iniciatívu, aktivitu a tvorivosť , učí húževnatosti v práci a úsilí vypracovať danú úlohu dokonale vo všetkých dôsledkoch, učí prekonávať prekážky, vedie žiaka k starostlivosti a poriadku. Matematika plní tiež estetickú funkciu, napríklad pri dodržiavaní úpravy zápisov na tabuli a v zošitoch.
Často si kladiem otázku : "Prečo sa vlastne žiaci matematiky boja a dosahujú v nej zlý prospech ?"
Je známe, že medzi faktory ovplyvňujúce prospech žiaka v matematike patrí i vplyv dedičných vlôh. Žiak potrebuje pri neúspechu povzbudiť k ďalšej práci a pomôcť prekonať problémy.
Ďalšou príčinou zlého prospechu v matematike môžu byť i metódy a formy práce učiteľa v škole. Učiteľ volí väčšinou také postupy, ktoré vyhovujú prevažnej väčšine žiakov v triede. Tie ale nemusia uspokojovať niektorých jednotlivcov. Môže sa jednať napríklad o rýchle tempo výkladu, nízke zapojenie žiakov do výučby a iné. Aj keď učitelia využívajú metódy individuálneho prístupu k žiakom, stáva sa, že jedna vyučovacia hodina matematiky denne k objasneniu a precvičeniu učiva žiakovi nestačí. Ak žiak v škole látku nepochopí a ani doma nedoženie to, čo by mal vedieť, problémy sa postupne hromadia. Pre neznalosť prebratého učiva potom žiak nemôže pochopiť novú látku, stále viac zaostáva a vznikajú vážne problémy.
Príčina strachu z matematiky spočíva tiež v obave, že matematika je vedou celkom exaktnou, presnou, takže sa v nej na rozdiel od iných vyučovacích predmetov nedá nič slovami obísť - vždy sa musí odpovedať jednoznačne a presne. To mnohým žiakom nevyhovuje. Bolo by chybou, keby sa žiakovi taký krásny predmet, ako je matematika, znepáčil.
To boli dôvody pre vznik práce OPS, ktorá vychádza z bohatých literárnych prameňov i vlastnej skúsenosti nadobudnutej z dlhoročnej praxe učiteľa stredoškolskej matematiky. Je výzvou k tvorivosti a príprave žiakov pre život.

ZOZNAM BIBLIOGRAFICKÝCH ZDROJOV

1. CIRJAK, M. 1996. Zbierka neštandardných úloh z matematiky. 1. časť. 1. vydanie. Metodické centrum, Prešov. 1996. ISBN: 80-8045-040-0.
2. FISCHER, R. - MALLE, G. - BÜRGER, H. 1992. Človek a matematika. Úvod do didaktického myslenia a konania. 1. vydanie. SPN, Bratislava. 1992. ISBN:80-08-01309-5.
3. HECHT, T. - SKLENÁRIKOVÁ, Z. 1992. Metódy riešenia matematických úloh. SPN, Bratislava. 1992. ISBN: 80-08-00340-5.
4. MACUROVÁ, A. 1998. Pozorovanie tvorivosti žiakov na prijímacích pohovoroch na gymnáziách. Občasník odborno-metodických materiálov pre učiteľov M, F, I stredných a základných škôl, č. 14, s. 22. Metodické centrum, Prešov. 1998.
5. NOVOVESKÝ, Š.- KRIŽALKOVIČ, K.-LEČKO, M. 1971. 777 matematických zábav a her. 2. vydanie. SPN, Praha. 1971. ISBN: 14-130-83.
6. NOVOVESKÝ, Š.- KRIŽALKOVIČ, K.-LEČKO, M. 1974. Zábavná matematika. 4. vydanie. SPN, Praha. 1974. ISBN: 14-186-83.
7. TUREK, I. 1996. Kapitoly z didaktiky. Ciele vyučovacieho procesu. 2. Vydanie. Metodické centrum, Banská Bystrica. 1996. ISBN: 80-8041-108-5.
8. TUREK, I. 2008. Didaktika. 1. vydanie. Iura Edition, Bratislava. 2008. ISBN: 978-80-8078-198-9.
9. VALICA, M. 1998. Staronový problém - preťažovanie žiakov na základných a stredných školách. Pedagogické rozhľady, 7, č.3, s. 1-4. Metodické centrum, Banská Bystrica. 1998.
10. ZELINA, M. 1990. Rozhovor vo výchove, poradenstve a na vyučovaní. Psychodiagnostické a didaktické testy, Bratislava. 1990. ISBN:80-85179-12-1.
11. ZELINA, M. 1996. Stratégie a metódy rozvoja osobnosti dieťaťa (metódy výchovy). 2. vydanie. Iris, Bratislava. 1996. ISBN: 80-967013-4-7.
12. ZELINA, M. 1997. Ako sa stať tvorivým. Metódy a formy tvorivého riešenia problémov. Fontana, Šamorín. 1997. ISBN: 80-85185-34-2.

ZOZNAM PRÍLOH

Príloha 1 Vstupný test z matematiky pre 1. ročník SOŠ

Tabuľka 3 Vstupný test

1/ Riešte rovnicu v množine R a urobte skúšku správnosti : $3 - \frac{x-2}{3} = x + \frac{4-x}{2}$	-odstránenie zlomkov -ekvivalentné úpravy P,Ľ strany -výsledok -skúška správnosti	1 b 1 b 1 b 1 b **4 b**
2/ Overte, či trojuholník so stranami 4 cm, 6 cm a 9 cm je pravouhlý. Svoje tvrdenie zdôvodnite.	-náčrt situácie -overenie -odpoveď, zdôvodnenie	1 b 2 b 1 b **4 b**
3/ Vypočítajte : a/ -3 . 4 .(- 2) + (- 8) . 5 = b/ (-6 - 8) : (- 14) + (15 - 20) = c/ $(- 2)^2 - 2^3 + 2^2 =$	-riešenie, výsledok a/ -riešenie, výsledok b/ -riešenie, výsledok c/	1 b 1 b 1 b **3 b**
4/ Vypočítajte pomocou zlomkov a výsledok vyjadrite desatinným číslom : a/ $\left(-\frac{2}{3} + 2{,}75\right) . \left(-0{,}5 + 1\frac{3}{8}\right)$ b/ $\left(2\frac{4}{5} - \frac{1}{2}\right) - \left(\frac{4}{3} . \frac{6}{5}\right)$	a/ -výpočet v 1. zátvorke -výpočet v 2. zátvorke -výsledok b/ -výpočet v 1. zátvorke -výpočet v 2. zátvorke -výsledok	1 b 1 b 0,5 b **2,5 b** 1 b 1 b 0,5 b **2,5 b**
5/ Čo je viac : 70% zo 400 alebo $\frac{3}{4}$ z 376 ?	-výpočet % -výpočet 3/4 -odpoveď	1 b 1 b 0,5 b **2,5 b**
6/ Môžete preliať tekutinu z nádoby tvaru kvádra s rozmermi 6 cm, 4 cm a 12 cm do nádoby tvaru valca s priemerom 12 cm a výškou v, ktorá sa rovná priemeru ?	-výpočet objemu kvádra -výpočet objemu valca -odpoveď	1 b 1 b 0,5 b **2,5 b**
7/ Rekonštrukciu bytu vykonalo 27 robotníkov za 12 dní. Za koľko dní by vykonalo túto prácu 9 robotníkov ?	-zostavenie trojčlenky -zostavenie úmery -riešenie úmery -odpoveď	0,5 b 1 b 1 b 0,5 b **3 b**
8/ Upravte podľa vzorcov (alebo násobením) a vynímaním : a/ $(x + 1{,}5)^2$ c/ $2x^2 - 4x$ b/ $(x - 1)^2$ d/ 12x - 18y	-riešenie, výsledok a/ -riešenie, výsledok b/ -riešenie, výsledok c/ -riešenie, výsledok d/	1 b 1 b 1 b 1 b **4 b**

Prameň: vlastný návrh