



mpc
METODICKO-PEDAGOGICKÉ CENTRUM



Moderné vzdelávanie pre vedomostnú spoločnosť / Projekt je spolufinancovaný zo zdrojov EÚ

RNDr. Mária Kredátusová, PhD.

Využitie internetu a počítača pri vyučovaní číselných sústav

Osvedčená pedagogická skúsenosť edukačnej praxe

Prešov
2014

Vydavateľ: Metodicko-pedagogické centrum, Ševčenkova 11,
850 01 Bratislava

Autor OPS/OSO: RNDr. Mária Kredátusová, PhD.

Kontakt na autora: Gymnázium J. A. Raymana, Mudroňova 20, 080 01 Prešov
Maria.Kredatusova@gjar-po.sk, kredatusova@yahoo.com

Názov OPS/OSO: Využitie internetu a počítača pri vyučovaní číselných sústav

Rok vytvorenia OPS/OSO: 2014
XII. kolo výzvy

Odborné stanovisko vypracoval: RNDr. Zuzana Dzurišinová, PhD.

Za obsah a pôvodnosť rukopisu zodpovedá autor. Text neprešiel jazykovou úpravou.

Táto osvedčená pedagogická skúsenosť edukačnej praxe bola vytvorená z prostriedkov národného projektu Profesionálny a kariérový rast pedagogických zamestnancov.

Projekt je financovaný zo zdrojov Európskej únie.

Kľúčové slová

číselná sústava, pozičná a nepozičná číselná sústava, desiatková, dvojková a šestnástková číselná sústava, rímske čísla; využitie internetu, programátorskej kalkulačky a tabuľkového procesora MS Excel pri vyučovaní číselných sústav.

Anotácia

Práca je venovaná problematike číselných sústav v predmete Matematika v rozsahu gymnaziálneho učiva. Opisuje sa v nej nevyhnutná teória potrebná na zvládnutie potrebných pojmov, ponúkajú sa riešené príklady aj námety ďalších úloh na precvičenie učiva. Uvedená problematika nie je totiž dostatočne spracovaná v platných učebniciach. V práci sú navrhnuté a opísané aj možnosti využitia internetu, programátorskej kalkulačky a tabuľkového procesora MS Excel pri vyučovaní číselných sústav. Práca je určená učiteľom matematiky na stredných aj základných školách.

Akreditované programy kontinuálneho vzdelávania

Názov akreditovaného vzdelávacieho programu KV	Číslo akreditovaného vzdelávacieho programu KV
Využitie Excelu v matematike	838/2012 – KV
IKT na hodinách matematiky	393/2010 – KV
Výučba matematiky s podporou edukačného softvéru	331/2010 – KV
Využívanie informačno-komunikačných technológií vo vyučovaní	52/2010 – KV

OBSAH

ÚVOD	5
1 ČÍSELNÉ SÚSTAVY VO VYUČOVANÍ NA GYMNÁZIU	7
1.1 Číselné sústavy v platných pedagogických dokumentoch	7
1.2 Pojem „číselná sústava“	8
1.3 Desiatková číselná sústava	9
1.4 Číselné sústavy so základom „k“	10
1.5 Dvojková a šestnástková sústava	13
1.6 Rímske čísla	17
2 ČÍSELNÉ SÚSTAVY VO VYUČOVANÍ S VYUŽITÍM INTERNETU A POČÍTAČA.....	21
2.1 Pojem „číselná sústava“ s využitím internetu	21
2.2 Desiatková číselná sústava s využitím internetu	22
2.3 Číselné sústavy so základom „k“ s využitím internetu a počítača	24
2.4 Dvojková a šestnástková sústava s využitím internetu a počítača	26
2.5 Rímske čísla s využitím internetu a počítača	30
3 VYUČOVANIE ČÍSELNÝCH SÚSTAV S VYUŽITÍM POČÍTAČA	35
4 OVERENÉ PRÍNOSY OPS	37
ZÁVER	38

ÚVOD

Problematika číselných sústav sa dostala do učebných osnov predmetu Matematika v roku 2008 po Obsahovej reforme školstva na Slovensku, ktorá vyšla z dielne Ministerstva školstva Slovenskej republiky, ktoré v tom čase riadil Ján Mikolaj. Už vtedy odborníci zo zainteresovaných kruhov pripomienkovali nedostatočnú pripravenosť nášho školského systému na túto reformu, a to najmä z hľadiska administratívneho, technického a personálneho.

Dovtedy neboli číselné sústavy súčasťou povinného gymnaziálneho učiva matematiky predpísaného učebnými osnovami.

V súčasnosti je tematický celok Číselné sústavy podľa platného Štátneho vzdelávacieho programu zaradený do učiva 1. ročníka. V novej, Ministerstvom školstva SR schválenej, prvej „poreformnej“ učebnici Matematika pre 1. ročník gymnázií, 1. časť od Zbyňka Kubáčka je číselným sústavám na niekoľkých stranách venovaná samostatná kapitola. Avšak v stále používaných starých platných učebniciach matematiky pre 1. ročník gymnázií (ani v iných ročníkoch) sa táto téma nenachádza. Nakoľko je učebných textov v učebniciach a zbierkach úloh k problematike číselných sústav málo, pokladám predloženú prácu, svoju osvedčenú skúsenosť z pedagogickej praxe, za nanajvyššiu aktuálnu.

Svoju OPS prácu som rozdelila do dvoch hlavných kapitol. V prvej ponúkam teoretické východiská spolu s metodickým spracovaním a s vysvetlením potrebnej teórie k téme *Číselné sústavy*. Súčasťou prvej kapitoly sú prirodzene aj vyriešené vzorové príklady a návrhy ďalších úloh na precvičenie učiva. Myslím, že spomínaná kapitola by mala pomôcť zorientovať sa žiakom v tejto problematike, ale predovšetkým by mohla slúžiť učiteľovi pri príprave na vyučovacie hodiny.

V druhej kapitole svojej OPS práce popisujem riešenia a uvádzam výsledky všetkých navrhovaných úloh. Rovnako poukazujem na možnosti využitia internetu a počítača pri ich riešení. Ponúkam niekoľko návrhov na malé projektové úlohy pre žiakov, kde sa matematika prelína s inými predmetmi, hlavne s dejepisom a informatikou. Tým sa snažím o uplatnenie medzipredmetových vzťahov a prierezových tém.

Prostredníctvom vytvorených vlastných názorných obrázkov sa snažím vysvetliť a ukázať využitie rôznych online konvertorov, programátorskej kalkulačky, či najrozšírenejšieho tabuľkového procesora MS Excel pri vzájomnom prevode čísel z rozličných číselných sústav a tiež pri operáciách s nimi v rôznych číselných sústavách.

Cieľom predloženej práce z hľadiska učiteľa je, aby žiak

- si zopakoval pojmy číslo, cifra, desiatková sústava, skrútený a rozvinutý zápis čísla v desiatkovej sústave,
- si osvojil pojmy číselná sústava, pozičná číselná sústava, číselná sústava so základom „k“ (predovšetkým $k = 2$ a 16), skrútený a rozvinutý zápis čísla v číselnej sústave,
- porozumel princípu vyjadrovania čísel v rôznych číselných sústavách,
- sa oboznámil s výhodami a nevýhodami vyjadrovania čísel v sústavách s „malým“, resp. „veľkým“ základom,

- získal zručnosť v prepise čísel z desiatkovej sústavy do číselnej sústavy s iným základom ako 10,
- získal zručnosť v prepise čísel z číselnej sústavy s iným základom ako 10 do desiatkovej sústavy,
- rozlišoval pojmy pozičná a nepozičná číselná sústava,
- získal zručnosť pri čítaní i písaní rímskych čísel,
- vedel vhodne použiť informačné a komunikačné technológie pri vzájomnom prevode čísel z rôznych číselných sústav a pri jednoduchých výpočtoch (súčet a súčin dvojice čísel) v rozličných číselných sústavách.

Na Gymnáziu Jána Adama Raymana v Prešove máme v Školskom vzdelávacom programe tému *Číselné sústavy* zaradenú v 1. ročníku v 1. polroku v tematickom okruhu *Čísla, premenná a početové výkony s číslami* po práci s číslami v jednotlivých číselných oboroch a pred problematikou premeny jednotiek a vyjadrovaním neznámej zo vzorca.

V tom čase to už pre našich žiakov nie je úplne nová téma, nakoľko nadväzuje a prehľbuje poznatky, ktoré žiaci získali v tejto oblasti na hodinách informatiky na začiatku školského roka.

Na základe svojich skúseností som presvedčená, že pri vyučovaní témy *Číselné sústavy* je vhodné kombinovať „klasické“ metódy vyučovania (napr. výklad učiteľa a tréning potrebných zručností žiakov) s „modernými“ metódami, pri ktorých žiaci sami skúmajú, objavujú a riešia úlohy pri práci na počítači, ktorý je pre nich atraktívnou formou vyučovania. Samozrejme, všetko je to možné realizovať len v prípade vhodného technického vybavenia školy, napr. ak je k dispozícii učebňa so žiackymi PC stanicami a učiteľským PC prepojeným na dataprojektor.

Čitateľom budem vďačná za akékoľvek námety, postrehy a pripomienky k mojej práci. V prípade otázok ma, prosím, kontaktujte na adrese maria.kredatusova@gjar-po.sk alebo kredatusova@yahoo.com.

1 ČÍSELNÉ SÚSTAVY VO VYUČOVANÍ NA GYMNÁZIU

V predloženej práci vychádzam zo všeobecne záväzných právnych predpisov platných v Slovenskej republike, ktoré určujú obsah a rozsah vyučovania matematiky na gymnáziu, a to Štátny vzdelávací program a Cieľové požiadavky na vedomosti a zručnosti maturantov.

V oboch dokumentoch sa zameriavam predovšetkým na problematiku číselných sústav.

V nasledujúcej kapitole opisujem tiež nevyhnutné teoretické východiská, uvádzam základné pojmy a postupy riešenia úloh potrebné na zvládnutie učiva o číselných sústavách v rozsahu gymnaziálneho učiva a v neposlednom rade čitateľovi ponúkam návrhy príkladov k jednotlivým témam.

1.1 Číselné sústavy v platných pedagogických dokumentoch

Jedným z cieľov učebného predmetu Matematika je, podľa Štátneho vzdelávacieho programu pre vzdelávaciu oblasť Matematika a práca s informáciami na gymnáziách (ISCED 3A), že žiaci „by mali spoznať matematiku ako súčasť ľudskej kultúry prostredníctvom medzipredmetových vzťahov a prierezových tém aj ako dôležitý nástroj pre spoločnosť“. Problematika číselných sústav je v spomenutom dokumente uvedená dokonca ako príklad zaradenia prierezovej témy - multikultúrnej výchovy.

Podľa vyššie uvedeného všeobecne záväzného dokumentu platného pre gymnáziá v Slovenskej republike je obsahom vzdelávania v 1. ročníku štvorročného a v 5. ročníku osemročného štúdia na gymnáziu v rámci tematického okruhu *Čísla, premenná a početové výkony s číslami* nasledujúca trojica tém súvisiacich s problematikou číselných sústav:

- Desiatková číselná sústava.
- Iné číselné sústavy (rímska, dvojková, hexadecimálna).
- Princíp zápisu v pozičnej sústave, na základe toho prepis čísla z inej ako desiatkovej sústavy do desiatkovej sústavy.

V rámci výkonového štandardu v ISCED 3A je v súvislosti s tematikou číselných sústav uvedené, že žiak vie:

- prečítať číslo zapísané rímskymi číslicami,
- vysvetliť princíp zápisu v pozičnej sústave a na základe toho prepísať číslo z inej ako desiatkovej sústavy do desiatkovej sústavy,
- vysvetliť princíp sčítania a násobenia v pozičnej sústave (napr. dvojkovej),
- oboznámiť, ako súvisia iné číselné sústavy s výpočtovou technikou.

Podľa Štandardu kompetencií v Štátnom vzdelávacom programe pre vyššie sekundárne vzdelávanie sa predpokladá, že žiak dokáže využívať IKT pri svojom vzdelávaní, čím sa zároveň rozvíja jeho kľúčová kompetencia v oblasti informačných a komunikačných technológií.

V katalógu Cieľových požiadaviek na vedomosti a zručnosti maturantov z matematiky pre školský rok 2013/2014 sa v časti *Obsah* medzi pojмами, ktoré žiak vie, spomínajú len dva pojmy, a to *desiatková sústava* a *dekadický zápis*.

Ďalej je vysvetlené, že toto ovládanie v prípade pojmov znamená, že žiak

- rozumie zadaniam úloh, v ktorých sa tieto pojmy vyskytujú,
- vie ich správne použiť pri formuláciách svojich odpovedí,
- vie ich stručne opísať (definovať).

V časti *Požiadavky na vedomosti a zručnosti* (maturantov) sa problematika číselných sústav neuvádza.

1.2 Pojem „číselná sústava“

Číselná sústava je spôsob, akým sú zapisované čísla pomocou znakov, ktoré sa nazývajú cifry alebo číslice.

Podľa spôsobu určenia hodnoty čísla z daného zápisu rozlišujeme dva hlavné druhy číselných sústav - **pozičné číselné sústavy** a **nepozičné číselné sústavy**. V minulosti sa však tiež používali spôsoby zápisu, ktoré boli kombináciou oboch typov. V dnešných časoch sa používajú väčšinou pozičné sústavy.

V nepozičných číselných sústavách hodnota číslice nezávisí od jej postavenia v čísle. Známym príkladom takejto číselnej sústavy sú rímske čísla. V starovekom Egypte (45. stor. p. n. l – 7. stor. n. l.) sa tiež používala nepozičná číselná sústava a jednotlivé čísla sa zapisovali pomocou hieroglyfov. Nepozičné číselné sústavy začali byť neskôr vytláčané arabským číselným systémom, ktorý bol už pozičný. Arabi tento systém prevzali od Indov.

Naopak v starovekom Babylone (30. – 1. stor. p. n. l.) používali pozičnú šesťdesiatkovú sústavu. Mayovia v Strednej Amerike (3. – 10. stor. n. l.) si za základ svojej pozičnej číselnej sústavy zvolili číslo 20.

V pozičných číselných sústavách jednotlivé čísla pozostávajú z určitého počtu cifier (v desiatkovej ich je desať – 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 a 9), ktoré sú usporiadané do pozícií, ktoré sa tiež nazývajú rády. Tá istá cifra umiestnená na inom ráde má inú hodnotu. Rády sú číslované sprava doľava od 0 vyššie, pretože prvá cifra sprava má najmenšiu hodnotu.

Najbližšia je nám, ľuďom, desiatková číselná sústava. Dôvodom je zaiste skutočnosť, že prirodzenou pomôckou na vyjadrenie počtu boli odjakživa prsty na rukách a na nohách človeka.

V každodennom živote sa však prekvapivo stretávame aj s inými číselnými sústavami. Napríklad pri meraní času – sekundy a minúty počítame v šesťdesiatkovej sústave. Každý okamih dňa môžeme zapísať ako číslo v šesťdesiatkovej sústave s tromi číslicami. Prvá číslica udáva hodiny, druhá minúty, tretia sekundy. Pokiaľ zvolíme ako oddeľovač číslic dvojbodku, máme napríklad číslo 14:05:59. Všimnime si, že keď k tomuto času pripočítame jednu sekundu, nezískame čas 14:05:60, ale získame čas 14:06:00 – pretože číslica 60 (ako sa dozvieme neskôr) nie je platnou číslicou šesťdesiatkovej sústavy.

1.3 Desiatková číselná sústava

Teória

Desiatková číselná sústava patrí medzi pozičné číselné sústavy.

Každé prirodzené číslo N sa dá jednoznačne vyjadriť v tvare

$$N = a_n \cdot 10^n + a_{n-1} \cdot 10^{n-1} + a_{n-2} \cdot 10^{n-2} + \dots + a_2 \cdot 10^2 + a_1 \cdot 10^1 + a_0,$$

kde $0 \leq a_i \leq 9$ pre $i \in \{0, 1, 2, \dots, n\}$, pričom $a_n \neq 0$, ktorý nazývame **rozvinutý zápis čísla N v desiatkovej sústave**.

a_i – číslica (cifra): a_0 (číslíca nultého rádu) - predstavuje počet jednotiek,

a_1 (číslíca prvého rádu) - predstavuje počet desiatok,

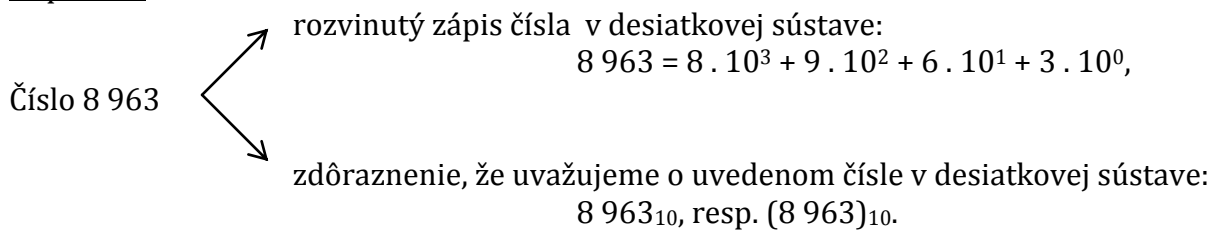
a_2 (číslíca druhého rádu) - predstavuje počet stoviek,

a_3 (číslíca tretieho rádu) - predstavuje počet tisícok, atď.

Zápis prirodzeného čísla N v tvare $N = a_n a_{n-1} a_{n-2} \dots a_2 a_1 a_0$ sa nazýva **skrátенý zápis čísla N** . Ak chceme zdôrazniť, že ide o desiatkovú sústavu, zvykne sa 10 zapísať ako dolný index za skrátенým zápisom čísla N , príp. za zátvorkou, v ktorej je číslo N :

$$N = (a_n a_{n-1} a_{n-2} \dots a_2 a_1 a_0)_{10}.$$

Napríklad



Výhodou zápisu čísel v desiatkovej sústave je predovšetkým

- pomerne malý počet rôznych cifier (len desať),
- relatívne krátky zápis prirodzených čísel, s ktorými sa v bežnom živote stretávame,
- jednoduchosť algoritmov pre porovnávanie, sčítanie, odčítanie, násobenie a delenie prirodzených čísel.

Úlohy

1. Vyjadrite obvyklým skrátенým zápisom v desiatkovej sústave dané čísla:

a) $5 \cdot 10^4 + 2 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^0$

b) $2 \cdot 10^5 + 6 \cdot 10^4 + 4 \cdot 10^1$

c) $3 \cdot 10^3 + 11 \cdot 10^2$

d) $2 \cdot 10^6 + 7 \cdot 10^5 + 9 \cdot 10^3 + 1 \cdot 10^1$.

2. Vyjadrite rozvinutý zápis daných čísel v desiatkovej sústave:

a) 36

b) 108

c) 327

d) 1 995

e) 6 305

f) 74 068

g) 2 200 000

h) 9 876 543 210.

Používanie desiatkovej pozičnej číselnej sústavy nebolo v minulosti až také samozrejmé, ako je tomu dnes. Preto si ďalej ukážeme i zápis čísel v pozičných sústavách aj s iným základom ako 10.

1.4 Číselné sústavy so základom „k“

Teória

Každé prirodzené číslo N sa dá jednoznačne vyjadriť v tvare

$$N = a_n \cdot k^n + a_{n-1} \cdot k^{n-1} + a_{n-2} \cdot k^{n-2} + \dots + a_2 \cdot k^2 + a_1 \cdot k^1 + a_0,$$

kde $0 \leq a_i \leq k - 1$ pre $i \in \{0, 1, 2, \dots, n\}$, pričom $a_n \neq 0$ a $k \in \mathbf{N} - \{1\}$, ktorý nazývame **rozvinutý zápis čísla N v k -ovej sústave**.

Poznámky

1. a_i sa nazýva číslica (cifra).
2. V čísle N nie je dôležité len z ktorých číslic (cifier) sa skladá, ale záleží aj na pozícii cifier, t.j. na ktorom mieste sa cifra v čísle nachádza \Rightarrow **pozičná číselná sústava**.
3. Číslo „ k “ sa nazýva **základ pozičnej číselnej sústavy**, napríklad:

$k = 10 \Rightarrow$ **desiatková (dekadická, decimálna) číselná sústava**

- má historický význam, nemá žiadne výhody pred inými číselnými sústavami
- používa **10 číslic** (cifier) – grafických znakov na zápis čísel, a to: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

$k = 2 \Rightarrow$ **dvojková (binárna) číselná sústava**

- využíva sa v informatike
- používa **2 číslice** (cifry) – grafické znaky na zápis čísel, a to: 0, 1.

$k = 7 \Rightarrow$ **sedmičková číselná sústava**

- používa **7 číslic** (cifier) – grafických znakov na zápis čísel, a to: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6.

$k = 15 \Rightarrow$ **pätnástková číselná sústava**

- používa **15 číslic** (cifier) – grafických znakov na zápis čísel, a to: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E.

alebo malé písmená gréckej
abecedy, príp. iné symboly

$k = 16 \Rightarrow$ **šestnástková (hexadecimálna) číselná sústava**

- využíva sa v informatike
- používa **16 číslic** (cifier) – grafických znakov na zápis čísel, a to: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F.

alebo malé písmená gréckej
abecedy, príp. iné symboly

Ďalej ukážem princíp prevodu čísel vyjadrených v desiatkovej sústave do číselnej sústavy s iným základom ako 10 a potom naopak – prevod čísel vyjadrených v inej číselnej sústave do desiatkovej sústavy.

Príklad 1 Vyjadrite číslo 2694_{10} v **a)** 13 – ovej sústave
b) 3 – ovej sústave.

Riešenie:

1. spôsob využitie rozvinutého zápisu čísla 2 694 v a) 13 - ovej , resp. b) 3 - ovej číselnej sústave

a) Je potrebné uvedomiť si hodnoty mocnín čísla 13:

$$\begin{aligned} 13^1 &= 13 \\ 13^2 &= 169 \\ 13^3 &= 2\,197 \\ 13^4 &= 28\,561 \text{ (čo je už väčšia hodnota, ako potrebujeme)} \end{aligned}$$

Postupne rozložíme číslo 2 694 na súčet potrebného násobku mocniny 13 a zvyšku:

$$\begin{aligned} 2\,694 &= 1 \cdot 13^3 + 497 = \\ &= 1 \cdot 13^3 + 2 \cdot 13^2 + 159 = \\ &= \mathbf{1 \cdot 13^3 + 2 \cdot 13^2 + 12 \cdot 13^1 + 3} \end{aligned}$$

Počty jednotlivých mocnín čísla 13 predstavujú cifry (čísllice) čísla $2\,694_{10}$ v 13 - ovej číselnej sústave, pričom $12_{10} = C_{13}$, teda: $2\,694_{10} = \mathbf{\underline{1\,2C3}_{13}}$

b) Je potrebné uvedomiť si hodnoty mocnín čísla 3:

$$\begin{aligned} 3^1 &= 3 & 3^5 &= 243 \\ 3^2 &= 9 & 3^6 &= 729 \\ 3^3 &= 27 & 3^7 &= 2\,187 \\ 3^4 &= 81 & 3^8 &= 6\,561 \text{ (vyššiu mocninu už nebudeme potrebovať)} \end{aligned}$$

Postupne rozložíme číslo 2 694 na súčet potrebného násobku mocniny 3 a zvyšku:

$$\begin{aligned} 2\,694 &= 1 \cdot 3^7 + 507 = \\ &= 1 \cdot 3^7 + 2 \cdot 3^5 + 21 = \\ &= 1 \cdot 3^7 + 2 \cdot 3^5 + 2 \cdot 3^2 + 3 = \\ &= 1 \cdot 3^7 + 2 \cdot 3^5 + 2 \cdot 3^2 + 1 \cdot 3^1 + 0 = \\ &= \mathbf{1 \cdot 3^7 + 0 \cdot 3^6 + 2 \cdot 3^5 + 0 \cdot 3^4 + 0 \cdot 3^3 + 2 \cdot 3^2 + 1 \cdot 3^1 + 0 \cdot 3^0} \end{aligned}$$

Počty jednotlivých mocnín čísla 3 predstavujú cifry (čísllice) čísla $2\,694_{10}$ v 3 - ovej číselnej sústave, teda: $2\,694_{10} = \mathbf{\underline{10\,200\,210}_3}$

2. spôsob delenie daného čísla a) číslom 13 b) číslom 3 a zápisom neúplných podielov až po nulu, resp. zvyškov po delení

a)

$2\,694 : 13 = 207, \text{zv. } 3$	207	3	↑
$207 : 13 = 15, \text{zv. } 12$	15	12	
$15 : 13 = 1, \text{zv. } 2$	1	2	
$1 : 13 = 0, \text{zv. } 1$	0	1	

zápis čísla v 13-kovej sústave:
 \Rightarrow zvyšky po delení 13 od konca:
 1, 2, 12, 3 sú cifry čísla,
 pričom $12_{10} = C_{13}$
 záver: $2\,694_{10} = \mathbf{\underline{1\,2C3}_{13}}$

b)

$2\,694 : 3 = 898, \text{zv. } 0$	898	0	↑
$898 : 3 = 299, \text{zv. } 1$	299	1	
$299 : 3 = 99, \text{zv. } 2$	99	2	
$99 : 3 = 33, \text{zv. } 0$	33	0	
$33 : 3 = 11, \text{zv. } 0$	11	0	
$11 : 3 = 3, \text{zv. } 2$	3	2	
$3 : 3 = 1, \text{zv. } 0$	1	0	
$1 : 3 = 0, \text{zv. } 1$	0	1	

zápis čísla v 3-kovej sústave:
 \Rightarrow zvyšky po delení 3 od konca:
 1, 0, 2, 0, 0, 2, 1, 0 sú cifry čísla
 záver: $2\,694_{10} = \mathbf{\underline{10\,200\,210}_3}$

V nasledujúcej tabuľke uvádzam prehľad výhod a nevýhod zápisu čísla v pozičnej číselnej sústave s „malým“, resp. „veľkým“ základom v porovnaní s desiatkovou číselnou sústavou:

Tabuľka 1 Výhody a nevýhody zápisov čísel v iných číselných sústavách ako desiatkovej

	základ „ k “ číselnej sústavy	
	$k < 10$	$k > 10$
výhoda	potrebujeme len niekoľko základných symbolov – výhoda v počítačoch strojoch	záznam čísla je kratší
nevýhoda	záznam čísla je príliš dlhý – základ sústavy je príliš malé číslo	potrebujeme mnoho základných symbolov

Prameň: vlastný návrh

Úlohy

3. Zapíšte v trojkovej sústave dané čísla (zapísané v desiatkovej sústave):

- | | |
|--------|------------|
| a) 56 | d) 1 647 |
| b) 148 | e) 21 781 |
| c) 827 | f) 60 000. |

4. Zapíšte v päťkovej sústave dané čísla (zapísané v desiatkovej sústave):

- | | |
|--------|------------|
| a) 56 | d) 1 647 |
| b) 148 | e) 21 781 |
| c) 827 | f) 60 000. |

5. Zapíšte v sedmičkovej sústave dané čísla (zapísané v desiatkovej sústave):

- | | |
|--------|------------|
| a) 56 | d) 1 647 |
| b) 148 | e) 21 781 |
| c) 827 | f) 60 000. |

6. Zapíšte v jedenástkovej sústave dané čísla (zapísané v desiatkovej sústave):

- | | |
|--------|------------|
| a) 56 | d) 1 647 |
| b) 148 | e) 21 781 |
| c) 827 | f) 60 000. |

7. Zapíšte v trinástkovej sústave dané čísla (zapísané v desiatkovej sústave):

- | | |
|--------|------------|
| a) 56 | d) 1 647 |
| b) 148 | e) 21 781 |
| c) 827 | f) 60 000. |

8. Zapíšte v pätnástkovej sústave dané čísla (zapísané v desiatkovej sústave):

- | | |
|--------|------------|
| a) 56 | d) 1 647 |
| b) 148 | e) 21 781 |
| c) 827 | f) 60 000. |

Príklad 2 V desiatkovej sústave vyjadrite číslo a) $1\ 2C3_{13}$

b) $10\ 200\ 210_3$.

Riešenie:

Dané číslo rozpíšeme do rozvinutého zápisu v príslušnej číselnej sústave:

$$\begin{aligned} \text{a) } 12C3_{13} &= 1 \cdot 13^3 + 2 \cdot 13^2 + C \cdot 13^1 + 3 \cdot 13^0 = \\ &= 1 \cdot 13^3 + 2 \cdot 13^2 + 12 \cdot 13^1 + 3 = \\ &= 2197 + 338 + 156 + 3 = \underline{2694}_{10} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } 10200210_3 &= 1 \cdot 3^7 + 0 \cdot 3^6 + 2 \cdot 3^5 + 0 \cdot 3^4 + 0 \cdot 3^3 + 2 \cdot 3^2 + 1 \cdot 3^1 + 0 \cdot 3^0 = \\ &= 2187 + 0 + 486 + 0 + 0 + 18 + 3 + 0 = \underline{2694}_{10} \end{aligned}$$

Úlohy

9. Dané čísla vyjadrite v desiatkovej sústave:

- | | |
|--------------|----------------|
| a) 210_3 | d) 21201_3 |
| b) 2012_3 | e) 1122012_3 |
| c) 12012_3 | f) 221201_3 |

10. Dané čísla vyjadrite v desiatkovej sústave:

- | | |
|-----------|---------------|
| a) 10_5 | d) 4231_5 |
| b) 12_5 | e) 34123_5 |
| c) 31_5 | f) 231420_5 |

11. Dané čísla vyjadrite v desiatkovej sústave:

- | | |
|--------------|----------------|
| a) 125_8 | d) 12562_8 |
| b) 31412_8 | e) 24713_8 |
| c) 20544_8 | f) 6453716_8 |

12. Dané čísla vyjadrite v desiatkovej sústave:

- | | |
|-----------------|------------------|
| a) $3A2_{12}$ | e) $B3A14_{12}$ |
| b) $B16_{12}$ | f) $1B5A12_{12}$ |
| c) $24AB_{12}$ | g) $6733AB_{12}$ |
| d) $3A7B4_{12}$ | h) $1ABBA1_{12}$ |

A = 10
B = 11

13. Dané čísla vyjadrite v desiatkovej sústave:

- | | |
|---------------|-----------------|
| a) $4A_{15}$ | e) $12CB_{15}$ |
| b) $3A2_{15}$ | f) $13AB_{15}$ |
| c) $5B7_{15}$ | g) $32CA_{15}$ |
| d) $9AC_{15}$ | h) 12345_{15} |

A = 10
B = 11
C = 12
D = 13
E = 14

1.5 Dvojková a šesťnástková sústava

Dvojková číselná sústava, novšie tiež binárna číselná sústava (z lat. bis – dvakrát), je pozičná číselná sústava so základom 2. Podobne šesťnástková alebo hexadecimálna číselná sústava je pozičná číselná sústava so základom 16.

Vďaka svojej pomerne jednoduchšej implementácii v elektronických obvodoch používajú dvojkovú sústavu prakticky všetky číslicové počítače. Najrýchlejšie a najspoľahlivejšie elektronické konštrukčné prvky počítačov sú tie, ktoré majú dva stabilné stavy. Teda všetky informácie aj v súčasnom počítači sú uložené pomocou dvoch znakov: **0** a **1** (nie

je napätie = 0, je napätie = 1). Dokonca aj základnú jednotku informácie nazývame **1 bit** (z angl. **b**inary **d**igit – binárne číslo).

Bit môže nadobúdať jednu z dvoch logických hodnôt – navzájom sa vylučujúcich stavov:

„zapnutý – vypnutý“,

„pravda – nepravda“,

„0 – 1“ a pod.

Dvojkové čísla sú obyčajne dlhé a neprehľadné postupnosti núl a jednotiek. Pre jednoduchší zápis dvojkových čísel sa používa osmičková alebo šestnástková číselná sústava.

Šestnástkovú sústavu používajú najmä informatici a hardvéroví inžinieri. Zapisujú sa v nej hodnoty registrov, premenných a pod. Dôvodom je, že počítače pracujú na základe dvojkovej sústavy, a číslo 16 je prirodzená mocnina čísla dva ($16 = 2^4$). To znamená, že jedným znakom v šestnástkovej sústave zachytíme stav 4 po sebe idúcich bitov.

V nasledujúcich úlohách si zopakujeme prepojenie dvojkovej a šestnástkovej číselnej sústavy s desiatkovou sústavou. V doteraz ponúknutých úlohách sa ešte nevyskytli.

Úlohy

14. Zapište v dvojkovej sústave dané čísla (zapísané v desiatkovej sústave):

- | | |
|--------------|-------------------|
| a) 1 | f) 460 |
| b) 2 | g) 511 |
| c) 5 | h) 695 |
| d) 18 | i) 1 239 |
| e) 21 | j) 21 781. |

15. Dané čísla vyjadrite v desiatkovej sústave:

- | | |
|---------------------------|-----------------------------------------|
| a) $1\ 101_2$ | e) $1\ 001\ 110\ 011_2$ |
| b) $10\ 111_2$ | f) $11\ 000\ 000\ 000_2$ |
| c) $110\ 111_2$ | g) $111\ 011\ 011\ 011\ 001_2$ |
| d) $1\ 111\ 101_2$ | h) $111\ 111\ 111\ 111\ 111_2$. |

16. Zapište v šestnástkovej sústave dané čísla (zapísané v desiatkovej sústave):

- | | |
|------------------|----------------------|
| a) 56 | e) 41 647 |
| b) 748 | f) 321 781 |
| c) 8 276 | g) 765 432 |
| d) 23 451 | h) 9 876 543. |

17. Dané čísla vyjadrite v desiatkovej sústave:

- | | |
|----------------------|-----------------------------|
| a) 21_{16} | e) $3\ A6C_{16}$ |
| b) 256_{16} | f) $78\ 34E_{16}$ |
| c) $A1F_{16}$ | g) $90\ 5D3_{16}$ |
| d) $2BE_{16}$ | h) $122\ FEB_{16}$. |

Teraz si ukážeme vzájomné prepojenie dvojkovej a šestnástkovej číselnej sústavy. Vysvetlíme si spôsob prevodu čísel daných v dvojkovej sústave do šestnástkovej sústavy a naopak čísel daných v šestnástkovej sústave do dvojkovej sústavy.

Príklad 3 Vyjadrite dané číslo v šestnástkovej sústave **a)** $1\ 101_2$
b) $11\ 000\ 110\ 010_2$.

Riešenie:

Číslo dané v binárnej sústave rozdelíme sprava doľava na skupiny po štyroch znakoch, pričom posledná skupina, teda prvá zľava, môže mať aj menej znakov. Následne jednotlivé štvorice „prepíšeme“ na čísla 0 až 15 v desiatkovej sústave, čiže na čísla 0 až F v šestnástkovej sústave.

a) Dané číslo sa skladá presne z jednej štvorice znakov, nie je teda potrebné rozdeľovať ho na skupiny. Prevedieme danú skupinu štyroch znakov (núl a jednotiek) do desiatkovej sústavy:

$$\begin{aligned} 1\ 101_2 &= 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = \\ &= 8 + 4 + 1 = 13_{10} = D_{16} \end{aligned}$$

Záver: $1\ 101_2 = D_{16}$

b) Dané číslo sa skladá z jedenástich znakov, teda ho rozdelíme sprava doľava na 3 skupiny – dve skupiny po 4 znaky a posledná tretia skupina obsahuje len 3 znaky:

$$11\ 0\ 00\ 11\ 0\ 010_2$$

Všetky tri skupiny znakov prevedieme do desiatkovej sústavy:

$$\begin{aligned} 110_2 &= 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = \\ &= 4 + 2 + 0 = 6_{10} = 6_{16} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0011_2 &= 0 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = \\ &= 0 + 0 + 2 + 1 = 3_{10} = 3_{16} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0010_2 &= 0 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = \\ &= 0 + 0 + 2 + 0 = 2_{10} = 2_{16} \end{aligned}$$

Záver: $11\ 000\ 110\ 010_2 = 632_{16}$

Úlohy

18. Dané čísla vyjadrite v šestnástkovej sústave:

a) $11\ 100_2$

b) $101\ 011_2$

c) $1\ 101\ 001_2$

d) $11\ 011\ 010_2$

e) $101\ 011\ 111_2$

f) $1\ 111\ 111\ 111_2$.

Príklad 4 Vyjadrite dané číslo v dvojkovej sústave **a)** $5A_{16}$
b) $9\ 03D_{16}$.

Riešenie:

Každú cifru čísla daného v šestnástkovej sústave „prepíšeme“ na 4 cifry čísla v binárnej sústave.

V prípade, že prvá cifra zľava čísla daného v 16-ovej sústave má po „prepise“ v 2-ovej sústave menej ako štyri cifry, nie je potrebné dopisovať dopredu nuly. (Všimnite si cifru 5_{16} v riešení úlohy **a**.)

Avšak v prípade, že niektorá z „vnútorných“ cifier alebo prvá cifra sprava čísla daného v 16-ovej sústave má po prevode v 2-ovej sústave menej ako štyri cifry, je potrebné

dopredu dopísať toľko núl, aby vzniklo štvorciferné číslo. (Všimnite si cifru 0_{16} a tiež 3_{16} v riešení úlohy **b**.)

$$\begin{aligned} \text{a) } 5_{16} &= 5_{10} = 1 \cdot 2^2 + 1 = \\ &= 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 0101_2, \text{ resp. } \mathbf{101_2} \\ A_{16} &= 10_{10} = 1 \cdot 2^3 + 2^1 = \\ &= 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = \mathbf{1010_2} \end{aligned}$$

Záver: $5A_{16} = \underline{\underline{\mathbf{1011010_2}}}$

$$\begin{aligned} \text{b) } 9_{16} &= 9_{10} = 1 \cdot 2^3 + 1 = \\ &= 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = \mathbf{1001_2} \\ 0_{16} &= 0_{10} = 0_2, \\ &\text{Ale pozor! Potrebujeme štvoricu znakov (cifier), teda } 0_{16} = \mathbf{0000_2} \\ 3_{16} &= 3_{10} = 1 \cdot 2^1 + 1 = \\ &= 0 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = \mathbf{0011_2} \\ D_{16} &= 13_{10} = 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 1 = \\ &= 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = \mathbf{1101_2} \end{aligned}$$

Záver: $903D_{16} = \underline{\underline{\mathbf{10010000011101_2}}}$

Úlohy

19. Dané čísla vyjadrite v dvojkovej sústave:

a) B_{16}

b) EF_{16}

c) $1C_{16}$

d) 123_{16}

e) $A63_{16}$

f) 6789_{16} .

Na záver kapitoly uvediem ešte niekoľko príkladov a úloh na operácie (sčítanie a násobenie) v dvojkovej sústave.

Pre sčítanie a násobenie v binárnej sústave platia rovnaké pravidlá a používajú sa rovnaké postupy ako v desiatkovej sústave. V nasledujúcich tabuľkách si najprv pripomeňme hodnoty súčtu a potom súčinu dvojice čísel v príslušnom riadku a stĺpci:

Tabuľka 2 Pravidlá sčítania dvojice čísel v dvojkovej sústave

+	0	1
0	0	1
1	1	10

$$1 + 1 = 2_{10} = 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = 10_2$$

Prameň: vlastný návrh

Tabuľka 3 Pravidlá násobenia dvojice čísel v dvojkovej sústave

·	0	1
0	0	0
1	0	1

Prameň: vlastný návrh

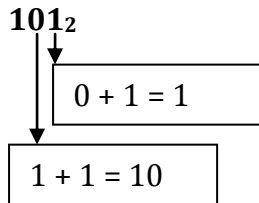
Príklad 5 Vypočítajte: **a)** $11_2 + 10_2$

b) $101_2 + 11_2$.

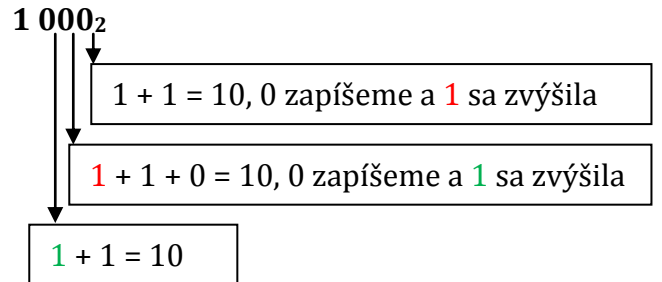
Riešenie:

Jednotlivé sčítance napíšeme pod seba (ako pri „klasickom“ písomnom sčítaní), pričom pod sebou sú zapísané číslice (cifry) rovnakých rádo. Následne sprava doľava postupne sčítavame dvojice cifier rovnakého rádu, pričom v prípade ich dvojciferného súčtu druhú cifru (prvú sprava) zapíšeme a prvá cifra (zl'ava) sa nám „zvýši“. Cifru, ktorá sa „zvýši“, pripočítame k nasledujúcej dvojici cifier rovnakého rádu, ktoré budeme sčítavať.

a) 11_2
 $+10_2$



b) 101_2
 $+11_2$



Úlohy

20. Vypočítajte:

a) $1010_2 + 101_2$

b) $111_2 + 1101_2$

c) $1101_2 + 10001_2$

d) $10101_2 + 11010_2$

Príklad 6 Vypočítajte: a) $11_2 \cdot 11_2$

b) $101_2 \cdot 11_2$

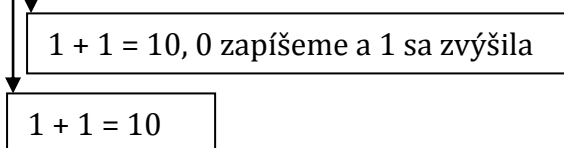
Riešenie:

Postupujeme rovnako ako pri „klasickom“ písomnom násobení (pod seba) dvojice čísel a využívame zručnosti, ktoré sme získali vyššie pri písomnom sčítaní v binárnej sústave.

a) 11_2
 $\cdot 11_2$

11
 $\underline{11}$

1001_2



b) 101_2
 $\cdot 11_2$

101
 $\underline{101}$

1111_2

Úlohy

21. Vypočítajte:

a) $110_2 \cdot 11_2$

b) $1101_2 \cdot 10_2$

c) $1011_2 \cdot 101_2$

d) $11001_2 \cdot 110_2$

1.6 Rímske čísla

Rímske čísla predstavujú **spôsob zápisu čísel pomocou písmen abecedy**, pričom všetky písmená môžu byť malé alebo veľké alebo môžu byť aj kombináciou veľkých a malých písmen.

V súčasnosti sú rímske čísla zastarané, ale predsa sa s nimi stretávame dodnes, napríklad na ciferníkoch hodín, pri číslovaní kapitol v knihách, pri označovaní poradia panovníkov, pri zápisoch dátumov vzniku (či rekonštrukcie) stavieb, storočí, mesiacov v roku atď.

Pravidlá zapisovania rímskych čísel pochádzajú zo stredoveku, sú však odvodené zo spôsobu zapisovania Rimanov z čias, keď ešte nepoznali abecedu.

Jednotlivé rímske číslice predstavujú nasledujúce písmená:

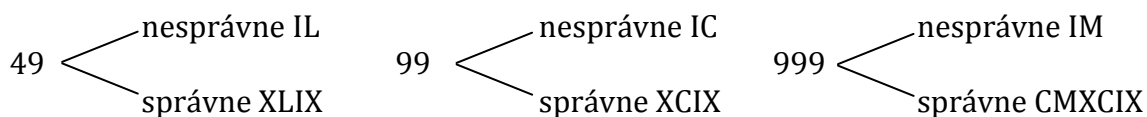
1	5	10	50	100	500	1 000
I	V	X	L	C	D	M

Na zapamätanie existujú mnohé mnemotechnické pomôcky, napríklad nasledujúca veta: *Ivan Viedol Xavera Lesnou Cestou Do Mesta*.

Princípy zapisovania rímskych čísel zhrniem do niekoľkých bodov a zároveň hneď uvediem aj príklady aplikácie jednotlivých pravidiel:

- Ak sa číslica nachádza bezprostredne pred rovnakou alebo menšou číslicou, jej hodnota sa pričíta: XX = 20, XV = 15.
- Ak sa číslica nachádza bezprostredne pred väčšou číslicou, hodnota menšej číslice sa odčíta: IX = 9, XC = 40.
- Číslice, ktoré sa pripočítavajú, sú v zápise zoradené zľava doprava podľa veľkosti: CLXXIII = 173, MDCCCXXVI = 1 826.
- Číslice I, X, C, M možno v zápise opakovať, ale najviac 3-krát.
- Číslice V, L, D nemožno v zápise opakovať.
- Možno odčítať len číslice I, X, C.
- Odčítaná číslica nesmie byť väčšia ako desatina číslice, ktorá za ňou bezprostredne nasleduje: IV = 4, IX = 9, XL = 40, XC = 90, CD = 400, CM = 900.

Toto pravidlo sa napríklad v krížovkách často nedodržiava. Typickým porušením uvedeného pravidla je nasledujúca trojica čísel:



- Ak za číslicou, od ktorej sme odčítali, nasleduje ďalšia číslica, tak tá nasledujúca musí byť menšia ako odčítaná číslica.
- Ak dodržíme všetky pravidlá, potom najväčšie číslo, ktoré vieme zapísať rímskymi číslami je 3999 = MMMCMXCIX.

Poznámky

1. Číslica „nula“ nemá svoj symbol. Rimania ju síce poznali, ale znamenala „nič“. Práve jej absencia zabránila premene rímskeho zápisu na pozičný systém.
2. Rímske čísla teda predstavujú nepozičnú číselnú sústavu.
3. Kvôli prehľadnosti sa pri správnom spôsobe písania dlhých čísel píše najprv tisíce, potom stovky, následne desiatky a nakoniec jednotky.
4. Zaujímavý je **pôvod rímskych čísel**.

Voľba jednotlivých písmen pre najmenšie čísla (1 – 10) vychádzala z pozorovania človeka. Rimania pravdaže počítali na prstoch.

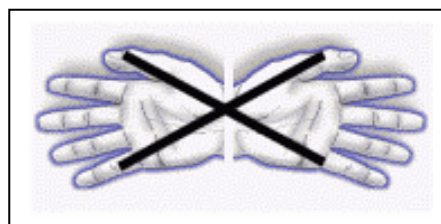
Čísla 1, 2 a 3 a im odpovedajúce znaky I, II a III graficky vyjadrujú jednotlivé prsty. Aj čísla 5 a 10 a im priradené znaky V a X majú svoj pôvod v ľudskej ruke; hodnotu päť vyjadruje dlaň s 5 prstami, pričom písmeno V pripomína tvar medzi palcom a malíčkom (obr. 1) a tvar písmena X podobným spôsobom vytvoria dve dlane, teda 10 prstov (obr. 2):



Obrázok 1 Pôvod rímskej číslice V

Prameň:

<http://www.matika.sk/zdroje/rimske/v.gif>



Obrázok 2 Pôvod rímskej číslice X

Prameň:

<http://www.matika.sk/zdroje/rimske/x.gif>

Ďalšie symboly sú odvodené zo začiatočných písmen latinských slov. Sto je latinsky *centum*, odtiaľ symbol C pre číslo 100. Päťdesiat je polovica zo stovky, L teda vzniklo „vodorovným rozpolením“ znaku C pre 100.

Tisíc je latinsky *mille*, odtiaľ písmeno M pre číslo 1 000. Znak D pre 500 vznikol opäť grafickým „rozpolením“ znaku M, tentokrát zvislo. (Predstavme si malé tlačené „m“.) Vznikol tak znak podobný písmenu D.

Príklad 7 Zapište rímskymi číslami: **a)** 17

b) 79

c) 84

d) 965

e) 1 241

f) 3 450.

Riešenie:

Je potrebné si uvedomiť viacero faktov:

- akými symbolmi (písmenami abecedy) sa zapisujú cifry jednotlivých rádov daných čísel,
- z koľkých jednotiek, desiatok, stoviek a tisícok, príp. ešte pätiok, päťdesiatok a päťstoviek sa dané čísla skladajú a teda či sa budú
 - môcť jednotlivé písmená abecedy v rímskom zápise opakovať,
 - niektoré písmená abecedy od najbližšieho symbolu V, X, L, C, D, M odčítavať alebo naopak budú sa k tomuto symbolu pripočítavať.

a) $17 = 10 + 5 + 2 \cdot 1$, teda potrebujeme symboly X, V a dva razy I:

17 → **XVII**

b) $79 = 50 + 2 \cdot 10 + 9 = 50 + 2 \cdot 10 + (10 - 1)$, teda potrebujeme L, dva razy X a I pred X:

79 → **LXXIX**

c) $84 = 50 + 3 \cdot 10 + 4 = 50 + 3 \cdot 10 + (5 - 1)$, teda potrebujeme L, tri razy X a I pred V:

84 → **LXXXIV**

d) $965 = 900 + 50 + 10 + 5 = (1000 - 100) + 50 + 10 + 5$, teda potrebujeme C pred M a po jednom L, X a V:

965 → CM LX V, resp. bez medzier **CMLXV**

e) $1\,241 = 1\,000 + 2 \cdot 100 + 40 + 1 = 1000 + 2 \cdot 100 + (50 - 10) + 1$, teda potrebujeme M, dva razy C, X pred L a I:

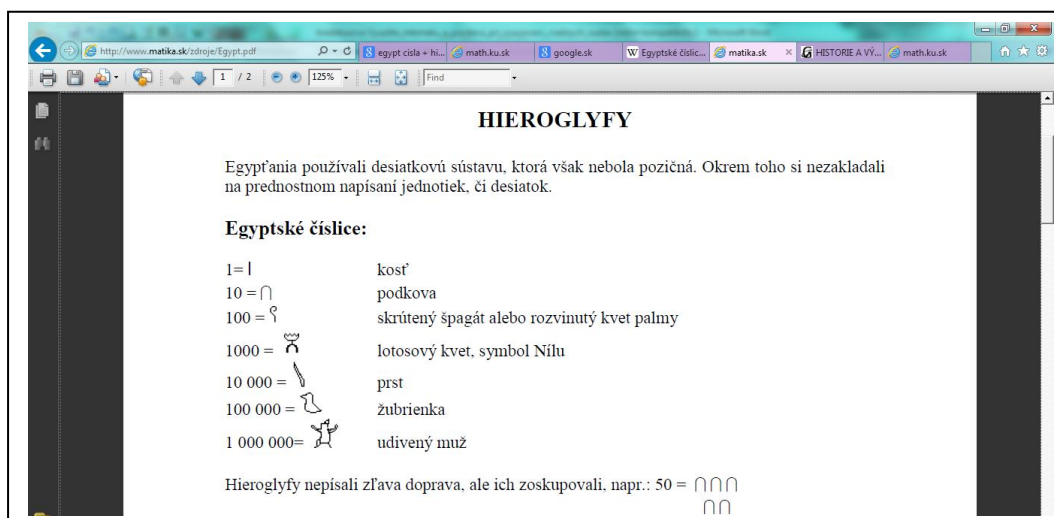
1 241 → M CC XLI, resp. bez medzier **MCCXLI**

2 ČÍSELNÉ SÚSTAVY VO VYUČOVANÍ S VYUŽITÍM INTERNETU A POČÍTAČA

V nasledujúcej kapitole čitateľom ponúkam konkrétne námety a ukážky využitia internetu, programátorskej kalkulačky, ktorá je súčasťou Príslušenstva každého počítača, a najrozšírenejšieho tabuľkového procesora Microsoft Excel pri riešení konkrétnych úloh k číselným sústavám. Orientujem sa predovšetkým na neriešené úlohy, ktoré som ponúkla čitateľom v predošlej kapitole na ďalšie precvičenie učiva.

2.1 Pojem „číselná sústava“ s využitím internetu

V rámci hodín matematiky nie je popri množstve učiva (ktoré je potrebné prebrať, precvičiť a jeho ovládanie preveriť) dostatok priestoru na rôzne zaujímavosti napríklad z histórie matematiky alebo z využitia jej poznatkov v konkrétnej každodennej praxi. A práve téma *Číselné sústavy* môže byť v tomto smere výnimkou. Tu je ideálny priestor na uplatnenie medzipredmetových vzťahov, napríklad medzi matematikou a dejepisom, či matematikou a informatikou.



Obrázok 3 Ukážka web stránky o čísliciach používaných v starovekom Egypte

Prameň: <http://www.matika.sk/zdroje/Egypt.pdf>

Pre žiakov môže byť zaujímavé spracovať v tejto súvislosti miniprojekt. Výsledky svojho „výskumu“ by mohli spracovať do jednoduchej niekoľkostránkovej prezentácie a následne s nimi oboznámiť svojich spolužiakov. Pomocou internetu by mohli priamo zistiť, príp. dostať sa k ďalším zdrojom informácií z histórie napríklad o:

- 📄 vývoji a význame číselných sústav v dejinách ľudstva,
- 📄 spôsobu zápisu čísel v starovekom Egypte,
- 📄 spôsobu zápisu čísel v starovekej Číne,
- 📄 spôsobu zápisu čísel v starovekej Indii,
- 📄 spôsobu zápisu čísel v starovekom Grécku,
- 📄 spôsobu zápisu čísel v starovekom Ríme,
- 📄 spôsobu zápisu čísel v Babylone,
- 📄 spôsobu zápisu čísel v arabských krajinách,
- 📄 spôsobu zápisu čísel v Mayskej kultúre...

Rovnako zaujímavé môžu byť pre žiakov aj informácie zo súčasnosti o využívaní číselných sústav v informatike alebo pri meraní času, napr.

- ☒ využívanie dvojkovej a šestnástkovej číselnej sústavy
- ☒ využívaní šesťdesiatkovej číselnej sústavy...

Na záver podkapitoly je nevyhnutné podotknúť, že informácie získané z internetu je potrebné overiť aj v iných informačných zdrojoch. A tiež ešte, že pred plánovaním projektov je vhodné jednotlivé témy zadať žiakom s dostatočným časovým predstihom (napr. na začiatku školského roka), aby mali dostatok času na ich kvalitné spracovanie.

2.2 Desiatková číselná sústava s využitím internetu

Desiatková číselná sústava môže byť tiež vhodnou témou na malé projekty súvisiace s problematikou číselných sústav. Zdrojom potrebných informácií môže byť opäť internet.

Na stránke <http://math.ku.sk/tkacik/predmety/download/hm/prace/gazdikova.pdf> sa napríklad dozvieme, že desiatkovú sústavu k nám, do latinskej kultúry, priniesol známy matematik Fibonacci (1170 – 1250) od Arabov. Samotné arabské číslice (cifry z arabského slova *sifr*) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0 sú indického pôvodu a postupne prevládali od 13. storočia. Samotná desiatková sústava však vznikla už v 3. – 6. storočí v Indii. Je to prekvapujúce, ale v Európe sa desiatková sústava rozšírila až v 15. – 16. storočí.

Na internete nájdeme tiež mnoho príkladov na precvičenie rozvinutého a skráteneho zápisu čísel v desiatkovej sústave.

Príklad 1:

(Pozn.: Výsledky vpisuj do pripraveného textového poľa. Označením možnosti **Skontroluj** a stlačením tlačidla **Odošli** zistíš, či si počítal správne.)

Vypočítajte a správne prečítajte číslo.

a) $2.100 + 3.10 + 1.1 =$

b) $3.1000 + 4.100 + 5.10 + 6.1 =$

c) $2.1000 + 0.100 + 5.10 + 7.1 =$

d) $7.10000 + 4.1000 + 5.100 + 2.10 + 1.1 =$

e) $8.10000 + 0.1000 + 9.100 + 0.10 + 7.1 =$

f) $6.10000 + 0.1000 + 2.100 + 2.10 + 3.1 =$

g) $7.10 + 0.1 =$

h) $5.100 + 4.10 + 9.1 =$

i) $3.1000 + 0.100 + 0.10 + 1.1 =$

j) $8.1000 + 0.100 + 5.10 + 4.1 =$

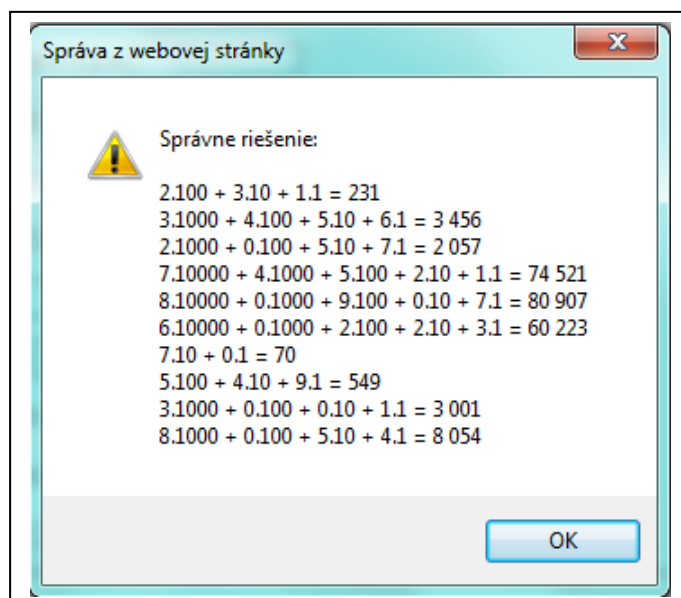
Kontrola Správne riešenie

Obrázok 4 Ukážka interaktívnej web stránky na skrátenej zápis čísla v desiatkovej sústave

Prameň: <http://pohodovamatematika.sk/vykklad-uciva/aritmetika/prirodzene-cisla/rozvinuty-tvar-cisla>

Ponúkané web stránky sú zvyčajne interaktívne; nielenže odpovede vyhodnotia, ale vypočítajú celkovú úspešnosť riešiteľa a prípadne ponúknu aj vysvetlenia a doplnenia jednotlivých odpovedí.

Napríklad po zakliknutí možnosti „Správne riešenie“ a stlačením tlačidla „Odošli“ na webovej stránke z obrázka 4, sa otvorí ďalšie okno so správnymi odpoveďami:



Obrázok 5 Ukážka správnych odpovedí na interaktívnej web stránke

Prameň: <http://pohodovamatematika.sk/vyklad-uciva/aritmetika/prirodzene-cisla/rozvinuty-tvar-cisla>

Na koniec tejto podkapitoly uvediem ešte riešenia úloh z podkapitoly 1.3.

1. Vyjadrite obvyklým skrátčeným zápisom v desiatkovej sústave dané čísla:

- a) $5 \cdot 10^4 + 2 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^0 = \mathbf{52\ 037}$
- b) $2 \cdot 10^5 + 6 \cdot 10^4 + 4 \cdot 10^1 = \mathbf{260\ 040}$
- c) $3 \cdot 10^3 + 11 \cdot 10^2 = \mathbf{4\ 100}$
- d) $2 \cdot 10^6 + 7 \cdot 10^5 + 9 \cdot 10^3 + 1 \cdot 10^1 = \mathbf{2\ 709\ 010}$.

2. Vyjadrite rozvinutý zápis daných čísel v desiatkovej sústave:

- a) $36 = 3 \cdot 10^1 + 6 \cdot 10^0$
- b) $108 = 1 \cdot 10^2 + 8 \cdot 10^0$
- c) $327 = 3 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^0$
- d) $1\ 995 = 1 \cdot 10^3 + 9 \cdot 10^2 + 9 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0$
- e) $6\ 305 = 6 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^0$
- f) $74\ 068 = 7 \cdot 10^4 + 4 \cdot 10^3 + 6 \cdot 10^1 + 8 \cdot 10^0$
- g) $2\ 200\ 00 = 2 \cdot 10^6 + 2 \cdot 10^5$
- h) $9\ 876\ 543\ 210 = 9 \cdot 10^9 + 8 \cdot 10^8 + 7 \cdot 10^7 + 6 \cdot 10^6 + 5 \cdot 10^5 + 4 \cdot 10^4 + 3 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^2 + 1 \cdot 10^1$.

2.3 Číselné sústavy so základom „k“ s využitím internetu a počítača

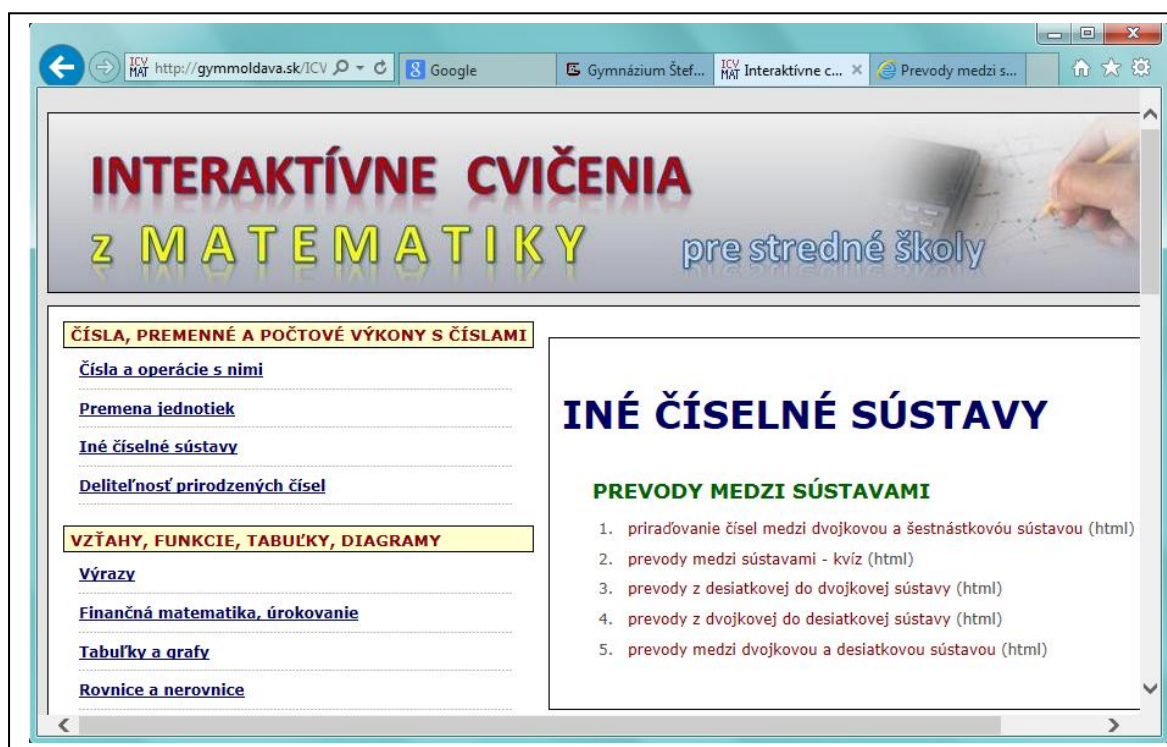
Tento raz už v úvode podkapitoly uvediem výsledky úloh ponúknutých v podkapitole 1.4. Z priestorových dôvodov neuvádzam celý postup ich riešenia len výsledky (zvýraznené tučným písmom).

Ďalej ukážem možnosti riešenia týchto úloh s využitím internetu a počítača.

3. Zapíšte v trojkovej sústave dané čísla (zapísané v desiatkovej sústave):

- a) $56_{10} = \mathbf{2\ 002_3}$
- b) $148_{10} = \mathbf{12\ 111_3}$
- c) $827_{10} = \mathbf{1\ 010\ 122_3}$
- d) $1\ 647_{10} = \mathbf{2\ 021\ 000_3}$
- e) $21\ 781_{10} = \mathbf{1\ 002\ 212\ 201_3}$
- f) $60\ 000_{10} = \mathbf{10\ 001\ 022\ 020_3}$.

Na internete nájdeme množstvo ďalších interaktívnych cvičení na prevod čísel z desiatkovej číselnej sústavy do číselnej sústavy s iným základom ako desať a naopak. Napríklad:



Obrázok 6 Ukážka príkladu ponuky interaktívnych cvičení na internete
Prameň: <http://gymmoldava.sk/ICV/CELYWEB/indexICV.php?show=ineciselnosustavy>

Na uvedenej webovej stránke si už stačí len vybrať z ponuky v pravej časti okna a otvorí sa interaktívny súbor úloh. Okrem automatického vyhodnotenia ponúka aj nápovedy k riešeniam v jednotlivých cvičeniach. V jednotlivých cvičeniach sa vyskytujú uzavreté úlohy s voľbou odpovede (stačí kliknúť na zvolenú odpoveď), aj otvorené úlohy s voľnou odpoveďou (ktorú je potrebné dopísať do vymedzeného priestoru).

Okrem zdroja hotových úloh na prevody čísel medzi rôznymi číselnými sústavami je možné použiť internet ako „prevodovú kalkulačku“ – konvertor. Existuje mnoho rôznych online konvertorov na prevod čísel daných v desiatkovej číselnej sústave do iných číselných sústav a naopak – z číselnej sústavy so základom iným ako 10 do desiatkovej sústavy.

Práca s online konvertormi je veľmi jednoduchá. Spravidla stačí zvoliť typ číselnej sústavy, z ktorej je prevádzané číslo a typ sústavy, do ktorej dané číslo potrebujeme previesť. Potom stačí už len zadať prevádzané číslo a konvertor ho automaticky prevedie do inej číselnej sústavy.

Obrázok 7 Ukážka príkladu online konvertora na prevod čísel z / do desiatkovej sústavy
Prameň: <http://conus.pavucina.com/cz/prevody-ciselnych-soustav/>

Používateľ si pred prevodom čísel jednoduchým „zakliknutím“ zvolí, či sa jedná o prevod z alebo do desiatkovej číselnej sústavy, potom vyberie číselnú sústavu (buď z preddefinovanej ponuky alebo ju zadaním cifier, ktoré sa používajú v danej sústave „užívateľsky definuje“), následne do príslušného okna napíše prevádzané číslo a po stlačení tlačidla „Preved!“ sa v dolnom okne objaví prevedené číslo. Na obrázku 7 je ukážka prevodu čísla $60\,000_{10}$ do 15-tkovej číselnej sústavy.

Na nasledujúcom obrázku je ukážka iného online konvertora, v ktorom je možné prevádzať čísla medzi dvoma ľubovoľnými číselnými sústavami so základom v rozsahu od 2 po 36. Na obrázku 8 je ukážka prevodu čísla $12\,012_3$ do 10-ovej číselnej sústavy.

Obrázok 8 Ukážka príkladu online konvertora ľubovoľných číselných sústav
Prameň: <http://www.fodor.sk/spectrum/baseconv.htm>

2.4 Dvojková a šestnástková sústava s využitím internetu a počítača

V úvode podkapitoly uvediem opäť najprv riešenia úloh ponúknutých v podkapitole 1.5. Z priestorových dôvodov zas neuvádzam postup riešenia, ale len výsledky jednotlivých príkladov.

14. Zapište v dvojkovej sústave dané čísla (zapísané v desiatkovej sústave):

- | | |
|---------------------|------------------------------------------|
| a) $1 = 1_2$ | f) $460 = 111\,001\,100_2$ |
| b) $2 = 10_2$ | g) $511 = 111\,111\,111_2$ |
| c) $5 = 101_2$ | h) $695 = 1\,010\,110\,111_2$ |
| d) $18 = 10\,010_2$ | i) $1\,239 = 10\,011\,010\,111_2$ |
| e) $21 = 10\,101_2$ | j) $21\,781 = 101\,010\,100\,010\,101_2$ |

15. Dané čísla vyjadrite v desiatkovej sústave:

a) $1\ 101_2 = 13_{10}$

b) $10\ 111_2 = 23_{10}$

c) $110\ 111_2 = 55_{10}$

d) $1\ 111\ 101_2 = 125_{10}$

e) $1\ 001\ 110\ 011_2 = 627_{10}$

f) $11\ 000\ 000\ 000_2 = 1\ 536_{10}$

g) $111\ 011\ 011\ 011\ 001_2 = 30\ 425_{10}$

h) $111\ 111\ 111\ 111\ 111_2 = 32\ 767_{10}$

16. Zapište v šestnástkovej sústave dané čísla (zapisané v desiatkovej sústave):

a) $56 = 38_{16}$

b) $748 = 2EC_{16}$

c) $8\ 276 = 2\ 054_{16}$

d) $23\ 451 = 5\ B9B_{16}$

e) $41\ 647 = A\ 2AF_{16}$

f) $321\ 781 = 4E\ 8F5_{16}$

g) $765\ 432 = BA\ DF8_{16}$

h) $9\ 876\ 543 = 96B\ 43F_{16}$

17. Dané čísla vyjadrite v desiatkovej sústave:

a) $21_{16} = 33_{10}$

b) $256_{16} = 598_{10}$

c) $A1F_{16} = 2\ 591_{10}$

d) $2BE_{16} = 702_{10}$

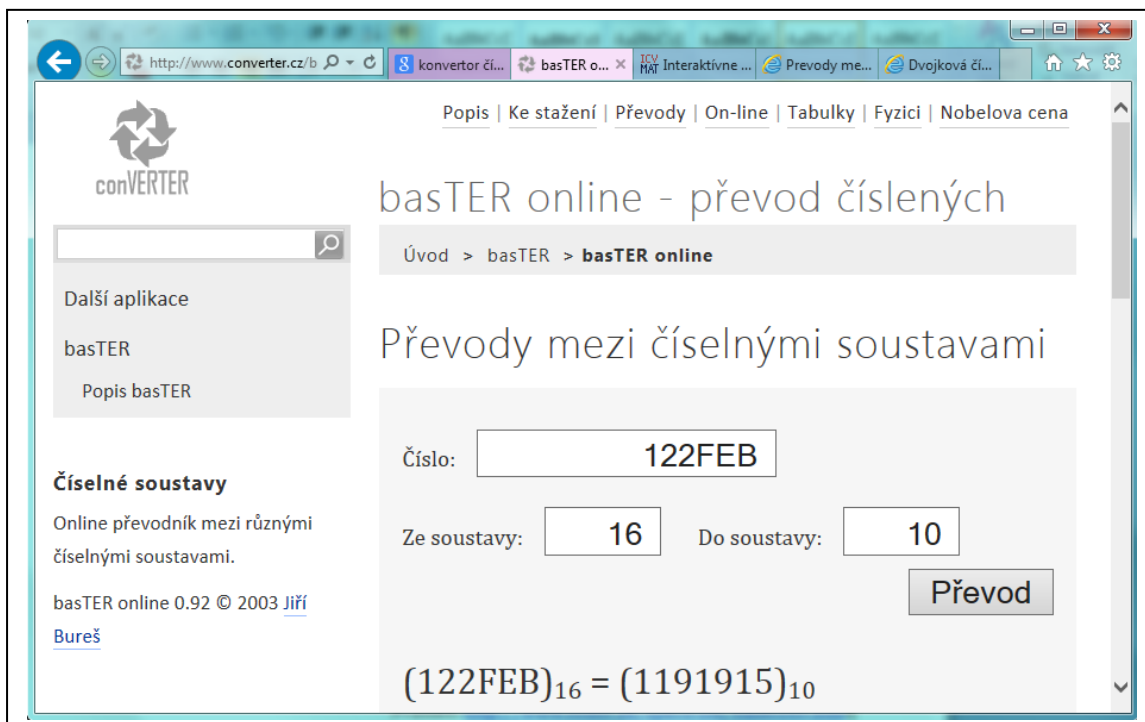
e) $3\ A6C_{16} = 14\ 956_{10}$

f) $78\ 34E_{16} = 492\ 366_{10}$

g) $90\ 5D3_{16} = 591\ 315_{10}$

h) $122\ FEB_{16} = 1\ 191\ 915_{10}$

Výsledky všetkých príkladov je možné overiť pomocou už spomenutých online konvertorov na internete. Na tomto mieste pridám (aspoň na obrázku) ešte jednu online aplikáciu na prevod medzi ľubovoľnými dvoma číselnými sústavami. Zobrazuje prevod čísla $122\ FEB_{16}$ do desiatkovej sústavy:

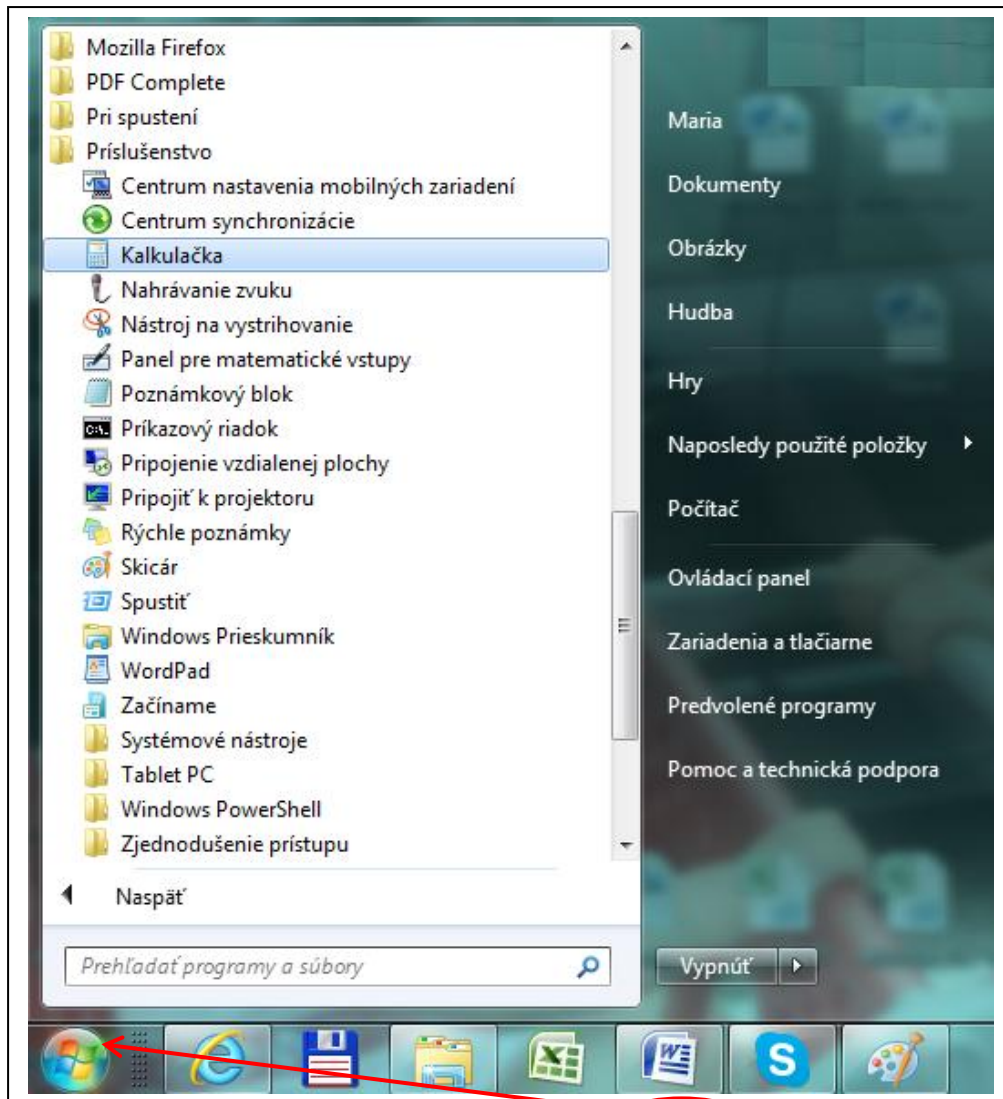


Obrázok 9 Ukážka príkladu online konvertora ľubovoľných číselných sústav

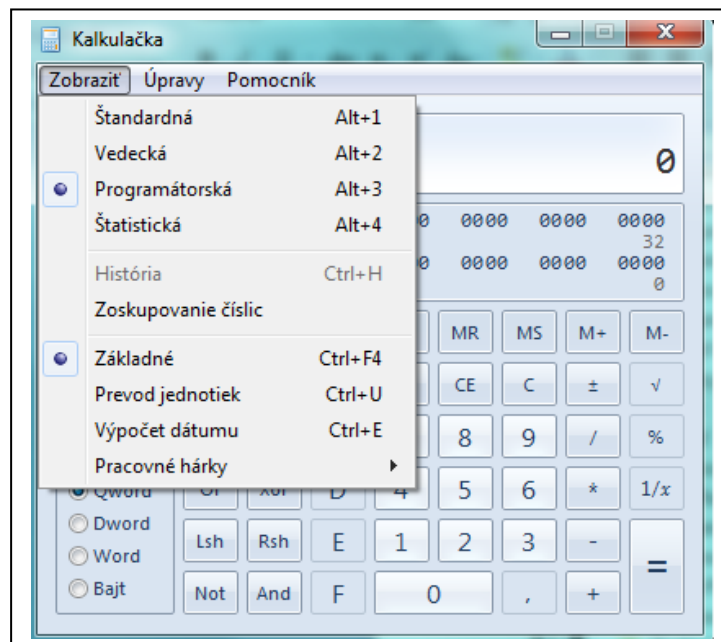
Prameň: <http://www.converter.cz/baster/baster.php>

Na vzájomné prevody čísel medzi dvojkovou, desiatkovou a šestnástkovou číselnou sústavou možno použiť aj programátorskú kalkulačku, ktorá je súčasťou Príslušenstva v programoch v menu Štart každého počítača. (Obrázok 10)

Po otvorení okna „kalkulačka“ sa nemusí otvoriť hneď jej programátorská verzia, ale buď štandardná, príp. vedecká kalkulačka. Pomocou tlačidla „Zobrazit“ na paneli nástrojov v hornom riadku zvolíme programátorskú verziu. (Obrázok 11)



Obrázok 10 Ukážka ponuky „všetkých programov“ v menu Štart po „rozbalení“ Príslušenstva
 Prameň: vlastný návrh

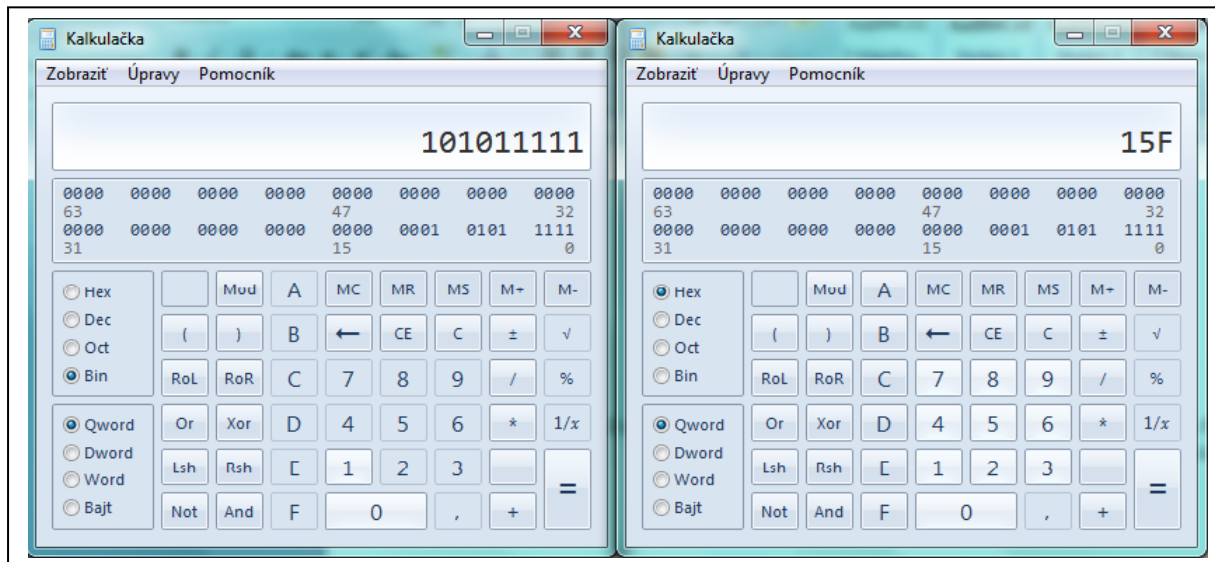


Obrázok 11 Ukážka ponuky a nastavenia potrebnej verzie kalkulačky z balíka Príslušenstvo
 Prameň: vlastný návrh

Na vzájomné prevody medzi binárnou (Bin), decimálnou (Dec) a hexadecimálnou (Hex) sústavou teda nepotrebujeme byť pripojení na internet. Stačí si otvoriť počítačovú aplikáciu Kalkulačka v jej programátorskej verzii.

Najprv zvolíme typ číselnej sústavy, v ktorej je dané číslo a potom dané číslo napíšeme do okna displeja. (Situácia je znázornená na obrázku 12 vľavo.) Následne zmeníme druh číselnej sústavy a číslo na displeji sa automaticky zmení, teda je prevedené do zvolenej číselnej sústavy. (Situácia je znázornená na obrázku 12 vpravo.)

Na obrázku 12 je prevod čísla 101 011 111 z binárnej sústavy do hexadecimálnej sústavy:



Obrázok 12 Ukážka prevodu čísla z 2-kovej do 16-kovej sústavy pomocou PC kalkulačky
Prameň: vlastný návrh

Ďalej uvádzam výsledky ďalších úloh z podkapitoly 1.5 na vzájomné prevody čísel z 2-ovej do 16-ovej sústavy a naopak zo 16-ovej do 2-ovej sústavy.

18. Dané čísla vyjadrite v šestnástkovej sústave:

a) $11\ 100_2 = 1C_{16}$

b) $101\ 011_2 = 2B_{16}$

c) $1\ 101\ 001_2 = 69_{16}$

d) $11\ 011\ 010_2 = DA_{16}$

e) $101\ 011\ 111_2 = 15F_{16}$

f) $1\ 111\ 111\ 111_2 = 3FF_{16}$.

19. Dané čísla vyjadrite v dvojkovej sústave:

a) $B_{16} = 10\ 110\ 001_2$

b) $EF_{16} = 11\ 101\ 111_2$

c) $1C4_{16} = 111\ 000\ 100_2$

d) $123_{16} = 100\ 100\ 011_2$

e) $A63_{16} = 101\ 001\ 100\ 011_2$

f) $6\ 789_{16} = 110\ 011\ 110\ 001\ 001_2$.

Na vzájomné prevody medzi vyššie uvedenými číselnými sústavami nájdeme opäť aj na internete interaktívne cvičenia. Na nasledujúcom obrázku uvádzam príklad priradovacieho cvičenia, kedy je potrebné pomocou myšky „chytiť“ binárny ekvivalent čísla v pravom stĺpci, „preniesť“ ho vľavo, na chvíľu ním prekryť jeho hexadecimálny ekvivalent a „pustiť“. Týmto spôsobom vytvoríme dvojice, ktoré webová stránka po odkliknutí automaticky vyhodnotí, čím získame okamžitú spätnú väzbu.

Prevody medzi dvojkovou a šestnástkovou sústavou
Priradovacie cvičenie

Nájdí binárny ekvivalent "šestnástkového" čísla a prirad ho.

F41A	0001100111110110
AB08	0101011110110001
4A73	0100101001110011
40C9	1000110111100101
274C	0011010110101110
8DE5	1010101100001000
19F6	0010011101001100
57B1	0100000011001001
35AE	1111010000011010
D042	1101000001000010

Obrázok 13 Ukážka interaktívnej web stránky na vzájomné prevody sústav so základom 2 a 16
Prameň: <http://gymoldava.sk/ICV/CELYWEB/1/prevody/dvojkova%20a%20sestnastkova.htm>

Na konci podkapitoly mi ešte ostáva uviesť výsledky úloh na operácie sčítanie a násobenie v binárnej číselnej sústave z podkapitoly 1.5.

20. Vypočítajte:

a) $1010_2 + 101_2 = \mathbf{1\ 111_2}$

b) $111_2 + 1\ 101_2 = \mathbf{10\ 100_2}$

c) $1\ 101_2 + 10\ 001_2 = \mathbf{11\ 110_2}$

d) $10\ 101_2 + 11\ 010_2 = \mathbf{101\ 111_2}$.

21. Vypočítajte:

a) $110_2 \cdot 11_2 = \mathbf{10\ 010_2}$

b) $1\ 101_2 \cdot 10_2 = \mathbf{11\ 010_2}$

c) $1\ 011_2 \cdot 101_2 = \mathbf{110\ 111_2}$

d) $11\ 001_2 \cdot 110_2 = \mathbf{10\ 010\ 110_2}$.

Výsledky uvedených operácií je možné skontrolovať pomocou počítačovej kalkulačky. Postup jej použitia je rovnaký ako pri „klasickej“ kalkulačke: Najprv na displej napíšeme prvé číslo, následne klikneme na znak operácie (v našom prípade + alebo *), napíšeme druhé číslo a pomocou tlačidla = na kalkulačke alebo tlačidla Enter na klávesnici sa na displeji zobrazí výsledok operácie.

Okrem ďalších príkladov na sčítanie a násobenie v dvojkovej číselnej sústave nájdeme na internete aj videá s postupom, ako na to. Napríklad na webovej stránke <http://www.hedvigova.szm.com/> sú videá o spôsobe sčítania dvojice čísel v binárnej, decimálnej aj hexadecimálnej sústave.

2.5 Rímske čísla s využitím internetu a počítača

Na prevod rímskych čísel na arabské a naopak existujú na internete rozličné online „prevodovky“. Napríklad:

Rímske číslice

I	V	X	L	C	D	M	L̄	C̄	D̄	M̄
1	5	10	50	100	500	1 000	5 000	10 000	50 000	100 000

2 = II	7 = VII	12 = XII	16 = XVI	20 = XX	24 = XXIV
3 = III	8 = VIII	13 = XIII	17 = XVII	21 = XXI	25 = XXV
4 = IV	9 = IX	14 = XIV	18 = XVIII	22 = XXII	26 = XXVI
6 = VI	11 = XI	15 = XV	19 = XIX	23 = XXIII	27 = XXVII

Vlož arabské číslo x

Toto je rímske číslo

Obrázok 14 Ukážka príkladu online vzájomného konvertora rímskych a arabských čísel
 Prameň: <http://lackovaj.unas.cz/matem/4roc/rimskecisla.htm>

Po napísaní arabského čísla do horného okienka sa v dolnom automaticky vygeneruje jeho rímsky ekvivalent a naopak – po napísaní rímskeho čísla do dolného okienka sa v hornom automaticky vygeneruje jeho arabský ekvivalent.

Rovnako funguje aj webová stránka na obrázku 15. Aktiváciou tlačidla „Predchádzajúce“, resp. „Nasledujúce“ môžu žiaci sledovať, ako sa postupne pridávajú jednotlivé rímske znaky, maximálne koľkokrát sa opakujú, kedy sa píše pred nasledujúci rád...

Pomôcka na zapamätanie si rímskych číslic:
Ivan **V**iedol **X**avera **L**esnou **C**estou **D**o **M**esta.

2 = II	7 = VII	12 = XII	16 = XVI	20 = XX	24 = XXIV
3 = III	8 = VIII	13 = XIII	17 = XVII	21 = XXI	25 = XXV
4 = IV	9 = IX	14 = XIV	18 = XVIII	22 = XXII	26 = XXVI
6 = VI	11 = XI	15 = XV	19 = XIX	23 = XXIII	27 = XXVII

Vlož arabské číslo

(najväčšie číslo môžeš vložiť 3 999)

Toto je rímske číslo

Obrázok 15 Ukážka príkladu online vzájomného konvertora rímskych a arabských čísel
 Prameň: http://www.zsmalinovpart.edu.sk/matika/testy/rim_cis/rimske_cisla.htm

Rovnako možno nájsť na internete veľa interaktívnych cvičení na prevod medzi desiatkovou arabskou a rímskou číselnou sústavou.

Uvediem príklady dvoch z nich: na obrázku 16 úlohy s voľnou odpoveďou a na obrázku 17 s voľbou odpovede.


Rímske číslice

Arabské číslice napíš rímskymi

7 = <input style="width: 50px;" type="text"/>	4 = <input style="width: 50px;" type="text"/>
38 = <input style="width: 50px;" type="text"/>	62 = <input style="width: 50px;" type="text"/>
91 = <input style="width: 50px;" type="text"/>	89 = <input style="width: 50px;" type="text"/>
571 = <input style="width: 50px;" type="text"/>	968 = <input style="width: 50px;" type="text"/>

Rímske číslice napíš arabskými a dozvieš sa

MCDL <input style="width: 50px;" type="text"/>	Objav knihtače
DCCLXXXI <input style="width: 50px;" type="text"/>	Prvý parný stroj
MDCCCXVIII <input style="width: 50px;" type="text"/>	Prvý parník v Prešporoku
MDCCCXV <input style="width: 50px;" type="text"/>	Prvá parná lokomotíva
MCDXCII <input style="width: 50px;" type="text"/>	Objavenie Ameriky



Z 13 príkladov

Počet správnych odpovedí

Obrázok 16 Ukážka interaktívnej web stránky na vzájomné prevody arabských a rímskych čísel
Prameň: <http://lackovaj.unas.cz/matem/4roc/test3.htm>

(c) Mgr. Martina Chalachánová

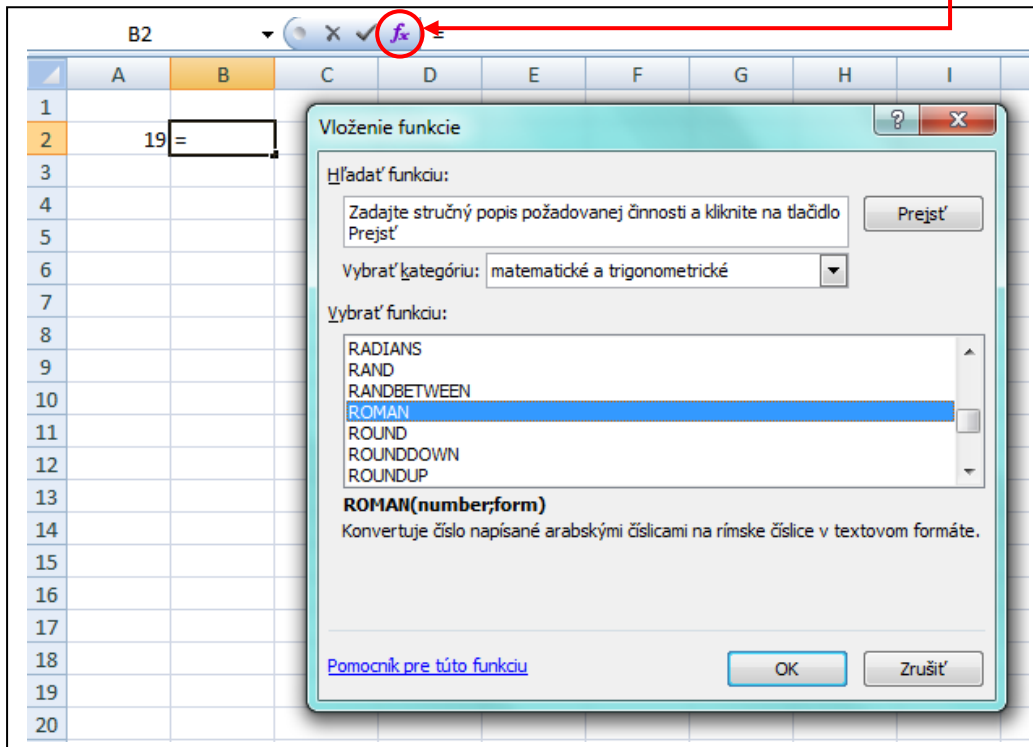
Ktoré arabské číslo označuje toto rímske číslo?

1. VII	3. XXV	5. LV	7. VIII	9. LXXI
<input type="radio"/> 3	<input type="radio"/> 20	<input type="radio"/> 35	<input type="radio"/> 7	<input type="radio"/> 71
<input type="radio"/> 7	<input type="radio"/> 15	<input type="radio"/> 505	<input type="radio"/> 8	<input type="radio"/> 74
<input type="radio"/> 9	<input type="radio"/> 45	<input type="radio"/> 55	<input type="radio"/> 9	<input type="radio"/> 82
<input type="radio"/> 4	<input type="radio"/> 25	<input type="radio"/> 45	<input type="radio"/> 10	<input type="radio"/> 110
2. XIII	4. MII	6. IX	8. IC	10. CCCIII
<input type="radio"/> 11	<input type="radio"/> 1002	<input type="radio"/> 11	<input type="radio"/> 98	<input type="radio"/> 208
<input type="radio"/> 13	<input type="radio"/> 1004	<input type="radio"/> 8	<input type="radio"/> 97	<input type="radio"/> 1003
<input type="radio"/> 15	<input type="radio"/> 2001	<input type="radio"/> 9	<input type="radio"/> 99	<input type="radio"/> 303
<input type="radio"/> 17	<input type="radio"/> 2004	<input type="radio"/> 13	<input type="radio"/> 101	<input type="radio"/> 33

Obrázok 17 Ukážka interaktívnej web stránky na vzájomné prevody arabských a rímskych čísel
Prameň: <http://www.orieskydetom.szm.com/test15.htm>

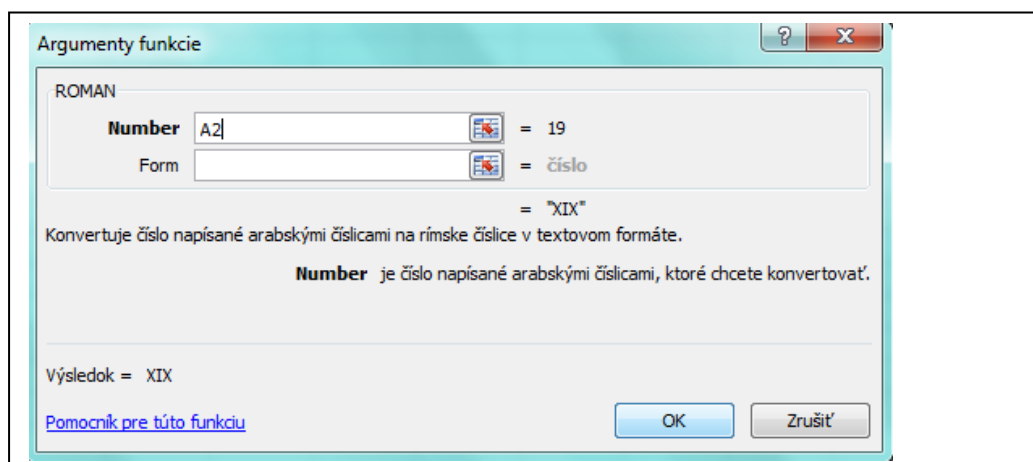
Na záver poslednej podkapitoly chcem ešte uviesť výsledky posledných dvoch úloh z podkapitoly 1.6.

Na prevod arabských čísel na rímske možno využiť najrozšírenejší a najznámejší tabuľkový procesor Microsoft Excel. Postup práce s ním je jednoduchý: Do zvolenej bunky zadáme ľubovoľné arabské číslo (napr. číslo 19). Posunieme sa do inej bunky, kde chceme dostať rímsky ekvivalent daného čísla a prostredníctvom tlačidla „fx“ vyberieme funkciu „ROMAN“ v kategórii „matematické a trigonometrické“ funkcie.



Obrázok 18 Ukážka postupu práce s tabuľkovým procesorom MS Excel pri prevode čísel
Prameň: vlastný návrh

Následne sa objaví okno so žiadosťou uvedenia čísla bunky, v ktorej sa nachádza prevádzané číslo. Po zadaní jej pozície (v našom príklade A2) sa vo vybranej bunke objaví výsledok (v našom príklade XIX).



Obrázok 19 Ukážka postupu práce s tabuľkovým procesorom MS Excel pri prevode čísel
Prameň: vlastný návrh

Na obrázku 20 sú v aplikácii MS Excel uvedené všetky výsledky 22. úlohy z podkapitoly 1.6:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	22. Zapište rímskymi číslami:								
2	a)	19	XIX	g)	88	LXXXVIII	m)	1 486	MCDLXXXVI
3	b)	26	XXVI	h)	92	XCII	n)	1 772	MDCCLXXII
4	c)	33	XXXIII	i)	123	CXXIII	o)	1 848	MDCCCXLVIII
5	d)	48	XLVIII	j)	437	CDXXXVII	p)	1 999	MCMXCIX
6	e)	55	LV	k)	581	DLXXXI	q)	2 001	MMI
7	f)	61	LXI	l)	754	DCCLIV	r)	2 025	MMXXV

Obrázok 20 Výsledky úlohy č. 22 v tabuľkovom procesore MS Excel

Prameň: vlastný návrh

Neviem o tom, že by vo vyššie spomenutej aplikácii MS Excel existovala aj funkcia opačného prevodu – z rímskych čísel na arabské, tak preto výsledky poslednej 23. úlohy z podkapitoly 1.6 uvediem len „klasicky“:

22. Zapište arabskými číslami:

a) XXV	→25	g) CI	→101	m) MCXI	→1 111
b) XXXVII	→37	h) CXXXVII	→137	n) MDXXII	→1 522
c) XLII	→42	i) CCXLIII	→243	o) MDCXIX	→1 619
d) LIII	→53	j) CCCL	→350	p) MM	→2 000
e) LXVIII	→68	k) CDXCIV	→494	q) MMCDXLIV	→2 444
f) LXX	→70	l) DCCLXVIII	→768	r) MMMLXXXV	→3 085

Správnosť uvedených výsledkov možno overiť buď pomocou online konvertorov rímskych a arabských čísel alebo zadaním výsledných arabských čísel do programu MS Excel.

3 VYUČOVANIE ČÍSELNÝCH SÚSTAV S VYUŽITÍM POČÍTAČA

Musím priznať, že patríam k učiteľom, ktorí neboli na univerzite pripravovaní na využívanie počítača vo vyučovaní. V časoch mojich vysokoškolských štúdií internet ešte neexistoval a ja sama som po prvý raz pracovala na počítači počas písania svojej diplomovej práce. Mojim nástupom do praxe však doba pokročila a ja som nechcela ostať len pri osvedčenej kriede a tabuli...

Najprv som používala počítač len doma, a to na tvorbu pracovných listov a písomiek pre žiakov v textovom procesore MS Word a zvykla som využívať aj tabuľkový procesor MS Excel na registráciu známok a výpočet percentuálneho hodnotenia jednotlivých žiakov aj celých tried, ktoré som učila. Vo vyučovaní som začala pracovať s počítačom pri tabuľkovom a grafickom spracovaní štatistických údajov a tiež pri výpočtoch jednotlivých štatistických charakteristík na záver témy *Štatistika* v 3. ročníku gymnázia. Použitie počítača na vyučovacej hodine bolo v tej dobe dosť obmedzené, nakoľko bola v škole (okrem učebni informatiky) k dispozícii len jedna učebňa s dataprojektorom a žiackymi PC stanicami. Dnes je situácia úplne iná...

Na druhej strane som však presvedčená, že ani v dnešnej dobe nie je možné používať výpočtovú techniku (dokonca ani kalkulačku) silou-mocou na každej vyučovacej hodine. Vo svojej pedagogickej praxi sa snažím, aby hodiny matematiky neboli stereotypné. Mojim cieľom je preniesť čo najviac aktivity na žiakov. Myslím si, že niektoré zručnosti je nevyhnutné „natréňovať“ a zas iné sa žiakom ľahšie zapamätajú, keď ich sami objavia. Keďže žijeme v informačnej spoločnosti, informačné a komunikačné technológie sú prirodzenou súčasťou nášho každodenného života, preto patria aj do školy. Škola je (mala by byť) prípravou na produktívny život v dospelosti. Vo svojom neskoršom živote žiaci zaiste nebudú potrebovať pamätať si zložité postupy a množstvo faktov, naopak bude pre nich výhodné vedieť, kde ich hľadať a akými prostriedkami (napr. výpočtovej techniky) sa k potrebným výsledkom dostať.

Problematika číselných sústav je, podľa môjho názoru, príkladom témy vhodnej na aplikáciu rôznych prostriedkov modernej počítačovej techniky a internetu do vyučovania, príp. do domácej prípravy žiakov a tréningu pre nich potrebných zručností.

V predchádzajúcich dvoch kapitolách som k téme *Číselné sústavy* (v rozsahu platných a všeobecne záväzných pedagogických dokumentov pre vyučovanie matematiky na gymnáziu) zhrnula potrebné teoretické poznatky, uviedla viacero riešených príkladov, ponúkla úlohy na precvičenie vysvetleného učiva a ukázala som príklady a možnosti využitia internetu, programátorskej kalkulačky a najrozšírenejšieho tabuľkového procesora MS Excel. Všetky príklady a úlohy, ktoré som uviedla vo svojej OPS práci, používam na vyučovacích hodinách pri učive o číselných sústavách. Neopísala som celý priebeh jednotlivých vyučovacích hodín, ale snažila som sa vytvoriť učebné texty k danej problematike, čím **som chcela doplniť jedinou existujúcu štátom schválenú „poreformnú“ učebnicu, príp. nahradiť ďalšie chýbajúce učebnice a zbierky úloh.**

Na Gymnázium Jána Adama Raymana v Prešove máme počítačovú techniku (učiteľský počítač s prístupom na internet a podľa potreby s nainštalovaným softvérom) a dataprojektor k dispozícii vo viacerých učebniach. Keď však chcem k počítačom dostať jednotlivých žiakov, resp. dvojice žiakov, máme k dispozícii pre triedu s 30 žiakmi jednu multimediálnu učebňu s 15 žiackymi počítačmi a jedným učiteľským počítačom prepojeným s dataprojektorom. Okrem toho je tam aj tlačiareň a skener. Práve v tejto

učebni zvyknem ukazovať prvákom možnosti využitia rôznych online konvertorov, programátorskej kalkulačky a tabuľkového procesora MS Excel na hodinách venovaných číselným sústavám.

Najprv žiakov oboznámim s prostredím a spôsobom práce s každým zo spomenutých softvérov. Spôsob a postup riešenia jednotlivých príkladov vysvetlím na konkrétnych ukážkach úloh. Pojem „číselná sústava“, či „rímske čísla“ nie je pre nich v tom čase nový. S témou *číselné sústavy* sa totiž už stretli na začiatku školského roka na hodinách informatiky a vedomosti o *rímskych číslach* majú ešte zo základnej školy.

Následne majú žiaci možnosť overiť si výsledky výpočtov získaných „ručne“ pri prepise čísel daných v desiatkovej sústave do iných číselných sústav, čísel daných v inej číselnej sústave do desiatkovej sústavy, príp. pri vzájomnom prepise čísel z a do dvoch rôznych číselných sústav s iným základom ako 10. Podobne si overia výsledky operácií s dvojicou čísel v dvojkovej sústave a tiež prevod arabských čísel na rímske.

Čo sa týka organizácie vyučovacích hodín, je to každý rok iné. Spravidla mi časovo nevychádza ísť do multimediálnej učebne so žiakmi počas preberania jednotlivých tém v rámci tematického celku Číselné sústavy, čo by bolo minimálne 3 razy. Väčšinou idem s celou triedou do multimediálnej učebne až na záver tematického celku a všetky možnosti spomínaných informačných technológií si žiaci precvičia naraz.

Častokrát sa však stáva, že mám hodinu matematiky v učebni, kde je k dispozícii učiteľský počítač pripojený na internet a prepojený s dataprojektorom. Vtedy síce nemajú žiaci možnosť hneď si sami precvičiť na počítači preberané učivo, ale ja mám príležitosť im jednotlivé aplikácie aspoň ukázať. V tom prípade si to môžu precvičiť aj sami doma.

Príklady k jednotlivým témam pripravím pre žiakov v tlačenej podobe. Každý dostane malý papierik s úlohami. Mám na mysli neriešené úlohy, ktoré som ponúkla čitateľom v prvej kapitole svojej práce.

Žiaci potom individuálne, resp. vo dvojiciach vyriešia jednotlivé úlohy. Nezriedka ich už majú vyriešené predtým, nakoľko úlohy rozdávam priebežne, keďže slúžia na precvičenie preberaného učiva. Na hodine si potom svoje „ručné“ riešenia skontrolujú a opravajú.

Svoje elektronické výstupy si žiaci zvyčajne na hodine netlačia. Výsledky práce s tabuľkovým procesorom MS Excel si jednoducho uložia na nejaké pamäťové médium (napr. USB kľúč). Výsledky získané pomocou internetu, či kalkulačky, si buď odpíšu z monitora alebo pomocou klávesy PrintScreen si ich môžu vložiť ako obrázky napr. do MS Word-u, príp. si ich ešte predtým môžu v jednoduchom kresliacom programe (napr. Skicár) upraviť. Následne si ich stiahnu na svoje pamäťové médium a tým pádom k nim majú kedykoľvek pri ktoromkoľvek počítači prístup.

4 OVERENÉ PRÍNOSY OPS

Moje skúsenosti potvrdzujú, že prepájanie „klasických“ hodín matematiky s využitím kriedy a tabule a vyučovania s využitím počítačov a internetu je väčšinou pozitívne prijaté zo strany žiakov.

Číselné sústavy sú vlastne prvou témou, pri ktorej v prvom ročníku počítač a internet na hodinách matematiky využívam.

Nemyslím si, že používanie internetu a počítača je na hodinách ostatných predmetov úplnou zriedkavosťou, zaiste však nie je úplne bežné a každodenné (samozrejme okrem informatiky). Vždy ma preto zaujímajú názory žiakov na prácu s týmito modernými médiami. Priebežne počas školského roka svoje názory a hodnotenia vyjadrujú ústne. Na konci školského roka ich prostredníctvom anonymného dotazníka prosím aj o písomné vyjadrenie svojich myšlienok, postojov a stanovísk. Väčšinou sú ich názory kladné.

Vo svojich vyjadreniach v minulosti napríklad uviedli, že práca s internetom, programátorskou kalkulačkou a tabuľkovým procesorom MS Excel sa im páčila, lebo bola

- ✓ zmenou oproti „klasike“ – tabuli a kriede,
- ✓ možnosťou pracovať s počítačom,
- ✓ možnosťou „objaviť“ niečo nové,
- ✓ možnosťou overiť si, čo sa naučili na ZŠ,
- ✓ možnosťou overiť si, koľko si zapamätali z hodín informatiky,
- ✓ zaujímavou formou vyučovania matematiky,
- ✓ atraktívnou formou vyučovania matematiky,
- ✓ prácou individuálnym tempom...

Na druhej strane je však pravdou, že každý rok sa nájde aj niekoľko žiakov, ktorých ani práca s počítačom, či internetom nebaví. Svoj negatívny postoj vysvetľujú a zdôvodňujú napríklad tým, že

- „neznášajú“ tému *Číselné sústavy*,
- číselné sústavy sú blbosť a nikdy ich potrebovať nebudú,
- práca s počítačom je nuda...

Všetky vyššie uvedené názory žiakov som získala na základe rozhovorov s nimi v priebehu jednotlivých vyučovacích hodín počas školského roka a hlavne v závere školského roka z ich písomných anonymných vyjadrení v koncoročnom dotazníku hodnotiacom vyučovanie matematiky.

ZÁVER

V tejto práci som opísala niektoré možnosti využitia počítača a internetu vo vyučovaní matematiky pri problematike číselných sústav v prvom ročníku štvorročného, resp. piatom ročníku osemročného gymnázia. Myslím, že by sa moje skúsenosti dali využiť na vyučovaní matematiky aj na iných stredných školách, kde je matematika maturitným predmetom, a tak isto aj na základných školách, aspoň pri problematike rímskych čísel.

Vzhľadom na to, že problematika číselných sústav je v povinnom učive matematiky relatívne nová a okrem jedinej novej „poreformnej“ učebnice matematiky pre 1. ročník gymnázií od Z. Kubáčka, ju nenájdeme v žiadnej inej platnej učebnici matematiky pre gymnáziá, som sa snažila tému *Číselné sústavy* spracovať v prvej kapitole ako učebný text. Myslím, že by mohol slúžiť učiteľom matematiky ako pomoc pri prípravách na jednotlivé vyučovacie hodiny aj so zadaním úloh na precvičenie učiva. Následne som v druhej kapitole na konkrétnych príkladoch uviedla námety využitia internetu, ukážky použitia online konvertorov, programátorskej kalkulačky a tabuľkového procesora MS Excel pri riešení úloh k jednotlivým témam v spomenutom tematickom celku.

Väčšinu žiakov opísaná práca s internetom a ďalšími počítačovými aplikáciami zaujala a nadchla. Bola pre nich niečím inovatívnym v porovnaní s prevahou klasických vyučovacích hodín.

Verím, že pre učiteľov by mohla byť moja osvedčená pedagogická skúsenosť z edukačnej praxe prínosom a inšpiráciou na podobné spracovanie ďalších tém, ktoré sa v „starých“ učebniciach nenachádzajú.

ZOZNAM BIBLIOGRAFICKÝCH ZDROJOV

1. KUBÁČEK, Z. 2009. Matematika pre 1. ročník gymnázií, 1. časť. Slovenské pedagogické nakladateľstvo, Bratislava. 2009. ISBN: 978-80-10-01785-0

Internetové zdroje

2. Obsahová reforma školstva na Slovensku z roku 2008 [online]. sk.wikipedia.org, [cit. 4.10.2014]. Dostupné na www: http://sk.wikipedia.org/wiki/Obsahov%C3%A1_reforma_%C5%A1kolstva_na_Slovensku_z_roku_2008
3. Štátny vzdelávací program – Matematika [online]. www.statpedu.sk, [cit. 4.10.2014]. Dostupné na www: http://www.statpedu.sk/files/documents/svp/gymnazia/vzdelavacie_oblasti/matematika_isced3a.pdf
4. Cieľové požiadavky na vedomosti a zručnosti maturantov z matematiky [online]. www.statpedu.sk, [cit. 4.10.2014]. Dostupné na www: http://www.statpedu.sk/files/documents/cp-2013-2014/cp_matematika_2013_2014.pdf
5. Číselné sústavy a číslice [online]. sk.wikipedia.org, [cit. 4.10.2014]. Dostupné na www: <http://sk.wikipedia.org/wiki/%C4%8C%C3%ADslica>
6. Pozičné číselné sústavy [online]. pdf.truni.sk/pokorny/, [cit. 4.10.2014]. Dostupné na www: <http://pdf.truni.sk/pokorny/crrc/43.pdf>
7. Prevody sústav [online]. www.matematika.cz, [cit. 4.10.2014]. Dostupné na www: <http://www.matematika.cz/prevod>
8. Online prevod číselných sústav [online]. converter.cz, [cit. 4.10.2014]. Dostupné na www: <http://www.converter.cz/baster/baster.php>
9. Prednášky z informatiky k algoritmizácii úloh – Prednáška 3_1: Číselné sústavy [online]. lm.uniza.sk/~dulik/au/, [cit. 4.10.2014]. Dostupné na www: lm.uniza.sk/~dulik/au/informatika_3_1.ppt
10. Rímske čísla [online]. www.matika.sk, [cit. 4.10.2014]. Dostupné na www: <http://www.matika.sk/zdroje/rimcis.htm>
11. Hieroglyfy [online]. www.matika.sk, [cit. 4.10.2014]. Dostupné na www: <http://www.matika.sk/zdroje/Egypt.pdf>