Moderné vzdelávanie pre vedomostnú spoločnosť / Projekt je spolufinancovaný zo zdrojov EÚ

Mgr. Milota Kallová

Skupinová práca na hodinách matematiky

Osvedčená pedagogická skúsenosť edukačnej praxe

Prešov
2014

Vydavateľ:	Metodicko-pedagogické centrum, Ševčenkova 11, 850 01 Bratislava
Autor OPS/OSO:	Mgr., Milota Kallová
Kontakt na autora:	Súkromná obchodná akadémia, Petrovianska 34, 080 05 Prešov milota.kallova@gmail.com
Názov OPS/OSO:	Skupinová práca na hodinách matematiky
Rok vytvorenia OPS/OSO:	2014 XII. kolo výzvy
Odborné stanovisko vypracoval:	RNDr. Marta Megyesiová

Za obsah a pôvodnosť rukopisu zodpovedá autor. Text neprešiel jazykovou úpravou.

Táto osvedčená pedagogická skúsenosť edukačnej praxe/osvedčená skúsenosť odbornej praxe bola vytvorená z prostriedkov národného projektu Profesijný a kariérový rast pedagogických zamestnancov.

Projekt je financovaný zo zdrojov Európskej únie.

Kľúčové slová

skupinová práca žiakov, pracovné listy z matematiky, opakovanie a upevňovanie učiva, úplnosť a správnosť riešenia, súťaž v matematike,

Anotácia

Táto osvedčená pedagogická skúsenosť prezentuje využitie skupinovej práce na hodinách matematiky v rámci opakovania a upevňovania učiva. Poskytuje úlohy vybraných tematických častí z matematiky na strednej škole. Pri týchto opakovaniach je využitá skupinová práca ako edukačný prostriedok na rozvoj matematickej gramotnosti. Práve táto forma práce prispieva k efektivite práce, k skvalitneniu vyučovania, k zvýšeniu záujmu o upevnenie a zopakovanie učiva, k záujmu o predmet matematika a tiež k zlepšeniu študijných výsledkov a predpokladov k úspešnému zvládnutiu maturitných testov a tiež prijímacích pohovorov.

Akreditované programy kontinuálneho vzdelávania

Tvorba úloh z matematiky	88/2010 - KV

OBSAH

ÚVOD

Prvoradým cieľom vyučovania matematiky je získanie pozitívneho vzťahu k matematike. Keďže matematika je u žiakov hlavne z dôvodu náročnosti a nezáživnosti predmet menej obľúbený, preto je veľmi dôležitý hlavne výber vhodných metód alebo foriem práce na hodinách matematiky, aby sa dosiahli jej ciele.

Na stredných odborných školách, a nie je tomu inak ani na našej škole, je ďalším hlavným cieľom matematiky získať vedomosti a zručnosti, ktoré sú potrebné pre úspešné zvládnutie odborných predmetov študijného odboru obchodná akadémia a ekonomické lýceum. Zároveň by mal žiak získať predpoklady na ďalšie štúdium matematiky na vysokých školách alebo využiť získané vedomosti a zručnosti vo svojom budúcom povolaní.

V tejto osvedčenej pedagogickej skúsenosti sa zameriavam na uplatnenie skupinovej práce na hodinách matematiky respektíve na vyučovacích jednotkách matematiky (dvojhodinovkách) pri opakovaní a upevňovaní učiva vybraných tematických celkov z matematiky.

Práve skupinová práca žiakov, ako jedna z iných organizačných foriem práce, rozvíja kompetencie žiakov potrebné v budúcom živote, schopnosti kooperácie a komunikácie čiže rozvíja spoluprácu v skupine pri riešení problému. Skupinová práca prispieva k zvýšeniu záujmu o tento predmet, vedie žiakov k samostatnosti, tvorivosti a flexibilite. Podnecuje myšlienkovú činnosť žiakov pri riešení úloh, kde je nutné prepájať súvislosti a vedomosti nadobudnuté v jednotlivých tematických častiach.

V práci prezentujem ukážku vyučovacích hodín alebo vyučovacích jednotiek (dvojhodinoviek), ktoré sú zamerané na využitie skupinovej práce v rámci opakovania učiva. Práve touto formou je možné vyvolať v triede na hodinách matematiky atmosféru zábavy a súťaživosti. Z praxe viem, že žiakov silne motivuje, ak na opakovanie učiva zvolím skupinovú prácu, ktorá má formu súťaže. Prvok súťaživosti má v hre pre žiakov najvyššiu motiváciu. Žiaci pracujú s veľkým nasadením, učivo si lepšie precvičia, upevnia a tým sa zefektívni aj samotné vyučovanie. Vtedy si neuvedomujú, že nemajú matematiku v obľube, ale majú radosť z počítania.

Táto práca tiež navrhuje metodický materiál – súhrn vytvorených a zozbieraných úloh, určených na opakovanie a precvičenie učiva, ktoré je možné využiť práve v skupinovej práci. Ide o typy úloh, s ktorými sa žiaci môžu stretnúť na maturitných skúškach (v rámci maturitných testov), na SCIO testoch (národných porovnávacích skúškach nahrádzajúcich alebo doplňujúcich prijímacie skúšky) alebo na samotných prijímacích testoch na vysokých školách.

Tento metodický materiál aj s kľúčom odpovedí (riešení) môže slúžiť ako učebný materiál pre učiteľov matematiky na stredných školách poskytujúcich vzdelanie na úrovni ISCED 3A.

1 OPIS OSVEDČENEJ PEDAGOGICKEJ SKÚSENOSTI

Špecifikácia cieľovej skupiny:

Osvedčená pedagogická skúsenosť s názvom Skupinová práca na hodinách matematiky je určená pre cieľovú skupinu:

- **Kategória pedagogických zamestnancov:** učiteľ
- **Podkategória:** učiteľ pre vyššie odborné vzdelávanie (stredná škola)
- **Vzdelávacia oblasť:** matematika a práca s informáciami
- **Typ školy:** gymnázium a stredná odborná škola
- **Ročník:** 1. – 4. ročník
- **Vyučovací predmet:** matematika

Hlavný cieľ OPS

Hlavným cieľom mojej práce je poskytnúť učiteľom stredných odborných škôl ukážku vyučovacích hodín zameraných na opakovanie a upevňovanie učiva s využitím skupinovej práce. V práci ponúkam metodický materiál, súhrn vytvorených a zozbieraných otvorených úloh, ale aj niekoľko uzavretých úloh, ktorý je určený pre skupinovú prácu žiakov. Skupinová práca je zaradená do vyučovacieho procesu v rámci opakovania viacerých tematických častí z matematiky pre dané ročníky. Navrhnuté pracovné listy môžu slúžiť aj ako učebný materiál pre učiteľov matematiky na stredných odborných školách poskytujúcich vzdelanie na úrovni ISCED 3A, ktorí pripravujú žiakov na maturitnú skúšku alebo prijímacie skúšky na vysoké školy (SCIO testy).

Čiastkové ciele OPS

- poskytnúť učiteľom stredných odborných škôl ukážku vyučovacích hodín na opakovanie a upevňovanie učiva s využitím skupinovej práce
- ponúknuť pracovný materiál s úlohami využitý v skupinovej práci žiakov pri zopakovaní a precvičení učiva
- ponúknuť kľúč vyriešených úloh určených pre skupinovú prácu ako metodickú pomôcku pre učiteľov
- realizovať opakovanie učiva formou súťaže – skupinovou prácou
- pri skupinovej práci vytvárať priestor na realizáciu žiaka vo vyučovacom procese, prepájať doterajšie vedomosti a zručnosti, hľadať a využívať súvislosti medzi jednotlivými tematickými časťami z matematiky

Východisková situácia OPS

Na využitie OPS, nie je potrebné, aby učitelia pre vyššie odborné vzdelávanie disponovali špeciálnymi predpokladmi. OPS môže slúžiť ako učebný materiál pri opakovaní učiva. Prínosom môže byť absolvovanie vzdelávania v rámci kontinuálneho vzdelávania súvisiaceho s využitím iných foriem práce na hodinách matematiky, poprípade s tvorbou úloh z matematiky.

Vymedzenie kľúčových kompetencií

Na vyučovacích hodinách matematiky sa kladie dôraz hlavne na utváranie a rozvíjanie kľúčových kompetencií, ktoré je možné dosiahnúť aj v rámci skupinovej práce:

KOMPETENCIA UPLATŇOVAŤ ZÁKLAD MATEMATICKÉHO MYSLENIA V OBLASTI VEDY A TECHNIKY:

- používať matematické myslenie na riešenie praktických problémov v koždodenných situáciách;
- používať matematické modely logického a priestorového myslenia a prezentácie (vzorce, modely, diagramy, grafy, tabuľky);
- hľadať súvislosti medzi informáciami a vedieť ich pomocou matematických prostriedkov (napr. rovníc, grafov) popísať;

KOMPETENCIA TVORIVO RIEŠIŤ PROBLÉMY:

- uplatňovať pri riešení problémov vhodné metódy založené na analyticko-kritickom a tvorivom myslení;
- byť otvorený (pri riešení problémov) získaniu a využívaniu rôznych, aj inovatívnych postupov, formuje argumenty a dôkazy na obhájenie svojich výsledkov;
- zhodnotiť význam informácií, zhromažďovať informácie; zvažovať rôzne možností riešenia; stanoviť kritéria optimálneho riešenia; vie vybrať vhodné postupy pre realizáciu zvoleného riešenia a dodržiavať ho;

SOCIÁLNE KOMUNIKAČNÉ KOMPETENCIE:

- využívať všetky dostupné formy komunikácie pri spracovávaní a vyjadrovaní informácií rôzneho typu, má adekvátny ústny a písomný prejav situácii a účelu uplatnenia;
- prezentovať sám seba a výsledky svojej práce na verejnosti, používať odborný jazyk;
- chápe význam a uplatňuje formy takých komunikačných spôsobilostí, ktoré sú základom efektívnej spolupráce, založenej na vzájomnom rešpektovaní práv a povinností a na prevzatí osobnej zodpovednosti;

SOCIÁLNE A PERSONÁLNE KOMPETENCIE:

- na primeranej úrovni reflektovať vlastnú identitu a budovať si vlastnú samostatnosť/nezávislosť ako člen celku;
- stanoviť si svoje ciele a priority v súlade so svojimi reálnymi schopnosťami, záujmami a potrebami;
- osvojiť si základné postupy efektívnej spolupráce v skupine – uvedomuje si svoju zodpovednosť v tíme, kde dokáže tvorivo prispievať pri dosahovaní spoločných cieľov; zhodnotiť výsledky svojej alebo skupinovej činnosti
- odhadnúť a korigovať dôsledky vlastného správania a konania;

PRACOVNÉ KOMPETENCIE

- stanoviť si ciele s ohľadom na svoje profesijné záujmy, kriticky hodnotí svoje výsledky a aktívne pristupuje k uskutočneniu svojich cieľov;
- schopný prijať a zvládať inovatívne zmeny, byť flexibilný;
- vytvárať podnetné a tvorivé prostredie;

KOMPETENCIE SMERUJÚCE K INICIATÍVNOSTI, PODNIKAVOSTI A ZVYŠOVANIU ZAMESTNANOSTI

- inovovať zaužívané postupy pri riešení úloh, plánovať a riadiť nové projekty so zámerom dosiahnúť ciele, a to nielen v rámci práce, ale aj v koždodennom živote;
- práca s grafmi, tabuľkami, spracovanie informácií umožňuje rozšíriť vedomosti a zručnosti z informatiky. Pri systematickom vzdelávaní a pravidelnom počítaní sa vytvárajú lepšie podmienky pre štúdium na vysokých školách pírodovedného charakteru ako aj lepšie pochopenie súvislosti pri štúdiu na školách technického a ekonomického zamerania;

KOMPETENCIE VNÍMAŤ A CHÁPAŤ KULTÚRU A VYJADROVAŤ SA NÁSTROJMI KULTÚRY

- uvedomovať si význam umenia a kultúrnej komunikácie vo svojom živote a v živote celej spoločnosti;
- rešpektovať umenie a kultúrne historické tradície;
- pozať pravidlá spoločenského kontaktu (etiketu);
- správať sa kultivovane, primerane okolnostiam a situáciám;
- byť tolerantný a empatický k prejavom iných kultúr;

2 SKUPINOVÁ PRÁCA VO VYUČOVANÍ MATEMATIKY

Samotné opakovanie a upevnenie učiva v každom predmete, a nie je tomu inak ani v predmete matematika, je veľmi dôležité. Získané vedomosti a zručnosti z matematiky nadobudnuté v jednotlivých tematických celkoch sú potrebné pre úspešné zvládnutie odborných predmetov našich študijných odborov obchodná akadémia a ekonomické lýceum. Zároveň sú predpokladom na ďalšie štúdium matematiky na vysokých školách alebo využitím týchto vedomostí a zručností vo svojom budúcom povolaní. Na opakovanie, zhrnutie a precvičenie učiva som zvolila skupinovú prácu žiakov.

Skupinová práca žiakov je aktívna. Umožňuje žiakom, aby si precvičili metódy, pravidlá, vzorce, slovnú zásobu, ktorú sa učia. Znamená tiež sebakontrolu a vzájomnú pomoc. Skupinová práca vedie žiakov k tomu, aby preberali za učenie zodpovednosť. Žiaci si majú precvičovať aj duševné schopnosti, ako je tvorivosť, hodnotenie, schopnosť syntézy a analýzy. Učia sa tiež pracovať a komunikovať s inými. Môže sa vytvoriť skupinová lojalita (hlavne ak je v hre prvok súťaživosti), ktorá môže žiakov silne motivovať (Petty, 1996, s. 175-177).

2.1 Ukážka vyučovacích hodín s opakovaním učiva formou skupinovej práce

Ročník: prvý – štvrtý, stredná škola ISCED 3A

Trvanie vyučovacej jednotky: 2 vyučovacie hodiny (dvojhodinovka)
(iná alternatíva: jedna vyučovacia hodina – skupinová práca a druhá vyučovacia hodina v iný deň – zhodnotenie a rozbor úloh zo skupinovej práce)

Tematický celok: Opakovanie učiva (pre 1. ročník, 2. ročník, 3. ročník, 4. ročník - opakovanie po určitej tematickej časti v danom ročníku alebo opakovanie učiva z viacerých tematických celkov na začiatku, na konci, v priebehu školského roka)

Ciele vyučovacej jednotky (hodiny):

- **Kognitívne / poznávacie ciele:** precvičiť, upevniť a zopakovať si vedomosti z daných tematických častí; urobiť rozbor danej úlohy; nájsť správne riešenie úlohy a vypočítať danú úlohu; rozhodnúť o správnosti riešenia; porovnať výsledky v rámci jednej skupiny, zhrnúť riešenia a vyvodiť závery; riadiť prácu v skupine; určiť všetky možné riešenia dane úlohy;
- **Afektívne / výchovné ciele:** prispôsobiť sa práci v skupine a komunikovať so spolužiakmi v rámci jednej skupiny; prijať zodpovednosť za výsledky práce v skupine;
- **Psychomotorické / výcvikové ciele:** navrhnúť riešenie danej úlohy; skontrolovať výsledky vyriešených úloh; spracovať úlohu, správne vypočítať a zapísať všetky možné riešenia danej úlohy; v prípade nesprávneho vyriešenia úlohy, opraviť riešenie; znázorniť graficky dané riešenie; riadiť prácu v skupine;

Typ vyučovacej jednotky (hodiny): motivačná, upevňovacia (precvičovacia), opakovacia (tematické opakovanie formou skupinovej práce zaradené na konci školského roka, v úvodných hodinách na začiatku nového školského roka alebo zaradenie opakovania po prebratí tematických častí v danom školskom roku);

Forma vyučovacej jednotky (hodiny): hromadná, skupinová práca žiakov (riešenie úloh v skupinách) – forma súťaže;

Vyučovacie metódy a formy: motivačné metódy, upevňovacie metódy, metódy opakovania učiva, preverovacie metódy, metódy utvárania návykov a zvykov, skupinová práca žiakov;

Zásady: zásada aktivity (motivácia, problémové úlohy, práca žiakov s pracovným materiálom v skupinách), zásada názornosti, systematickosti, primeranosti;

Učebné pomôcky: pripravený pracovný materiál s úlohami – úlohy pre žiakov do každej skupiny na zvláštnych lístkoch, zošit, kalkulačka, písacie a rysovacie pomôcky, tabuľa (respektíve interaktívna tabuľa);

ŠTRUKTÚRA VYUČOVACEJ JEDNOTKY / HODINY:

1. **Úvodná administrácia a oznámenie cieľa** vyučovacej jednotky / hodiny (cca 2 min.).
2. **Úvodné inštrukcie skupinovej práce** (súťaže) pre žiakov a rozdelenie žiakov do skupín (cca 3 min.).
3. **Hlavná časť** vyučovacej jednotky – zopakovanie, upevňovanie a precvičovanie učiva formou skupinovej práce (riešenie úloh v skupinách, cca 60 min.), (pri jednej vyučovacej hodine - riešenie úloh v skupinách, cca 40 min.).
4. **Záverečná časť a zhodnotenie** vyučovacej jednotky (cca 25 min.) – riešenie a rozbor problémových úloh, a to frontálne pri tabuli, prácou v zošite žiaka alebo v rámci domácej úlohy; pri jednej vyučovacej hodine a ukončení práce v skupinách – následný rozbor úloh na ďalšej vyučovacej hodine v priebehu týždňa (cca 40 min.).

Metodické pokyny pre skupinovú prácu (práca formou súťaže):

- učiteľ rozdelí žiakov do 4-5 heterogénnych skupín po 5-6 žiakov náhodne (v závislosti od počtu žiakov v triede);

- *pomôcky:* - *pre žiakov* - písacie potreby, zošity, kalkulačku, rysovacie potreby, úlohy na zvláštnych lístkoch;
  - *pre učiteľa* - pre každú skupinu má učiteľ obálku s označením skupiny (Obrázok 1), ktorá obsahuje niekoľko úloh (cca 10 až 15)- všetky skupiny majú tie isté úlohy; na tabuľu učiteľ predkreslí tabuľku (Obrázok 2), kde si každá skupina zaznamenáva správne vyriešené úlohy (alternatíva klasickej tabule - interaktívna tabuľa);

Obrázok 1 Obálky s úlohami   Obrázok 2 Tabuľka na zaznamenávanie úloh

Prameň: vlastný archív

– *organizácia a úloha skupinovej práce:*
  Učiteľ oznámi žiakom pravidlá skupinovej práce. Žiaci sú rozdelení do skupín. Mali by sedieť vedľa seba a oproti sebe tak, aby mohli spoločne riešiť zadané úlohy (Obrázok 3). Zástupca z každej skupiny si od učiteľa na začiatku náhodne vytiahne zo svojej obálky pre svoju skupinu dve úlohy, ktoré jeho skupina začne riešiť ako prvé. Čas na vyriešenie úloh je individuálny, je ale dôležité vyriešiť úlohu správne, čo najskôr, je jedno v akom poradí. Žiaci v danej skupine riešia tieto dve úlohy spoločne, alebo každý žiak rieši tú istú úlohu samostatne. Potom si výsledky porovnajú, skontrolujú medzi sebou, nájdu spoločne najlepšie a úplné riešenie. Je to na nich, aký spôsob práce si zvolia v skupine. Žiak s vyriešenou úlohou, za celú skupinu, príde k stolu za učiteľom, ktorý danú úlohu skontroluje. V prípade, ak je úloha správne vyriešená (správny postup, zápis riešenia, všetky riešenia podľa formulácie úlohy), žiak zaznamená ku svojej skupine a úlohe na tabuľu krížik. Úlohu vráti a z obálky svojej skupiny si vytiahne ďalšiu úlohu na vyriešenie. Ak je úloha neúplná, alebo nesprávne vyriešená, skupina musí úlohu opraviť – riešiť znovu, teda nemá nárok na výmenu za novú úlohu. V skupinách sa prejavuje spolupráca a medzi skupinami súperivosť. Učiteľ priebežne sleduje a kontroluje prácu v skupinách, ale nezasahuje do práce skupín.

Obrázok 3 Skupinová práca žiakov na hodine (žiaci 2. ročníka)

Prameň: vlastný archív

Rozbor, hodnotenie vyučovacej jednotky/ hodiny a postrehy (vo všeobecnosti na vlastných hodinách pri skupinovej forme práce):

Opakovanie učiva danou formou práce žiakov vhodne motivuje vo všetkých triedach v každom ročníku. Už hneď na začiatku vyučovacej jednotky / hodiny sú žiaci pozitívne naladení. Skupiny sa hneď púšťajú do práce s veľkým nasadením. Mojím žiakom sa páči hlavne súťaživosť, vzájomné predbiehanie pri riešení úloh. Skupiny riešia rovnaké úlohy, v rôznom poradí. Pracovná atmosféra a nasadenie na takejto dvojhodinovke (alebo na jednej vyučovacej hodine) sú vždy výborné. Žiaci, aj tí ktorí nemajú matematiku medzi obľúbenými predmetmi, riešia úlohy s nadšením a tešia sa, ak môžu na tabuli zaznamenať zvládnutú úlohu pre svoju skupinu. Je vidieť, že aj tí slabší žiaci v skupine sú motivovaní, pretože im pomáhajú šikovnejší, a tým si učivo aj lepšie zopakujú, upevnia, precvičia, alebo sa sami otestujú ako zvládajú doterajšie učivo v podobe rôznych úloh. Úlohy, v ktorých zápisy, postupy riešení a výsledok neboli úplné, žiaci spoločne dokončujú diskutovaním a predkladaním svojich návrhov, ale len v rámci svojej skupiny. Po získaní zadania novej úlohy, takmer vo všetkých skupinách väčšinou začína najprv každý žiak riešiť tú istú úlohu samostatne. Ak je úloha bezproblémová, tak si v skupine žiaci porovnávajú svoje výsledky a sústredia sa na úplnosť zadania, vyberajú si na odovzdanie a kontrolu podľa nich najlepšie možné riešenie. Ak úloha po mojej kontrole nie je správna, alebo úplná, musia žiaci pokračovať v riešení alebo v oprave danej úlohy. Ak sa žiaci vrátia na svoje miesto bez novej vymenenej úlohy, väčšinou je to kvôli tomu, že nepozorne prečítali text zadania a preto im v riešení niečo chýbalo. No niekedy je problém aj v tom, že ak je takáto hodina s opakovaním zaradená na začiatku školského roka, čiže po prázdninách, žiaci toho veľa zabudli a nevedeli si spomenúť na nejaký postup, zápis alebo poznatky, ktoré získali v predchádzajúcom školskom roku.

Po uplynutí jednej hodiny (60 min), resp. jednej vyučovacej hodiny (45 min) ukončím skupinovú prácu a vyhodnotím celú súťaž na pokračujúcej dvojhodinovke alebo až na ďalšej vyučovacej hodine. Hodnotím organizačnú prácu skupín, dosiahnuté výsledky a aktivitu jednotlivcov. Zhodnotenie skupín je vyjadrené v počte dosiahnutých krížikov (kompletne vypočítaných úloh) a porovnaním kvantitatívnej a kvalitatívnej stránky. Pochválim prácu v skupinách a vyzdvihnem prácu jednotlivcov. Klasifikujem jednotlivcov v daných skupinách za aktivitu, najväčšiu usilovnosť, ale hlavne za skutočne vykonanú prácu – vyriešenú úlohu. Najviac problémové úlohy v závere dvojhodinovky alebo vyučovacej hodiny spoločne so žiakmi rozoberiem, vypočítame úlohy pri tabuli a do zošita.

3 UKÁŽKY PRACOVNÝCH LISTOV PRE SKUPINOVÚ PRÁCU

Táto kapitola obsahuje pracovné listy s úlohami, ktoré je možné využiť na vyučovacích hodinách v rámci skupinovej práce. Vybrala som opakovanie z 1. ročníka (viac tematických častí), opakovanie pre 2. ročník po prebratí tematického celku a opakovanie pre 4. ročník (prehľad stredoškolského učiva z matematiky – úlohy z viacerých tematických častí). Zvolené úlohy vychádzajú z obsahových štandardov a cieľov kladených pre vyučovací predmet matematika na stredných odborných školách. Úlohy sú hlavne otvorené, v ktorých je dôležitá najmä správnosť a úplnosť riešenia, ale aj pár uzavretých úloh.

3.1 Pracovný list a riešenie k téme – Opakovanie z 1. ročníka „Rovnice, nerovnice (lineárne, s neznámou v menovateli), funkcie (lineárne, konštantné) a algebraické výrazy"

Túto vyučovaciu jednotku (dvojhodinovku) s týmito úlohami (Príloha 1) v rámci skupinovej práce som zaradila do úvodných hodín na začiatok školského roka v 2. ročníku. Zaradenie je vhodné aj na konci školského roka v 1. ročníku po prebratí daných celkov. Pracovný list tvorí trinásť úloh, ktoré sa viažu na tematické časti, ktorými sú Lineárne rovnice a nerovnice, Rovnice a nerovnice s neznámou v menovateli, Lineárne funkcie a algebraické výrazy. Úlohy sú prevažne otvorené, ale nájdu sa aj uzavreté. Jedna úloha je v podobe labyrintu, takže skupina, ktorá si vytiahne úlohu s týmto názvom, vypýta si od učiteľa pracovný list s labyrintom, ktorý musí vyriešiť.

Toto opakovanie je zaradené podľa vzdelávacieho obsahu matematiky do tematických celkov: *Čísla, premenná a počtové výkony s číslami*; *Vzťahy, funkcie, tabuľky, diagramy*; *Logika, dôvodenie, dôkazy.*

Obsahový štandard tohto opakovania: Pravdivostná hodnota výroku; Množiny; Číselné množiny; Množina reálnych čísel; Mocnina a odmocnina; Hodnota algebraických výrazov; Operácie s výrazmi; Úpravy výrazov; Lomené výrazy; Definičný obor výrazov; Funkcia; Lineárna a konštantná funkcia; Graf funkcie; Vlastnosti funkcie – definičný obor, obor hodnôt a monotónnosť; Linerárne rovnice; Lineárne rovnice s neznámou v menovateli; Rovnice s neznámou pod odmocninou; Lineárne nerovnice (Intervaly); Riešenie dvoch lineárnych rovníc s dvomi neznámymi; Riešenie sústav výpočtom a graficky; Slovné úlohy riešené pomocou rovníc;

Výkonový štandard tohto opakovania: určiť pravdivostnú hodnotu výroku; správne formulovať tvrdenie; zapísať množinu reálnych čísel; počítať s mocninami a odmocninami; určiť definičný obor výrazu (zistiť, kedy má daný výraz zmysel); sčítať, odčítať, násobiť a deliť výrazy; upraviť výrazy pomocou vzorcov $(a \pm b)^2$; nájsť hodnotu výrazu; poznať predpis a graficky znázorniť konštantnú a lineárnu funkciu a určiť ich vlastnosti; chápať podstatu a vyriešiť lineárnu rovnicu a nerovnicu – použiť vhodné ekvivalentné úpravy; zapísať množinu všetkých riešení; riešiť sústavu dvoch lineárnych rovníc o dvoch neznámych výpočtom a graficky; riešiť slovné úlohy vyžadujúce riešenie jednoduchých rovníc s jednou neznámou alebo sústav dvoch rovníc s dvomi neznámymi; zostaviť takéto rovnice a sústavy predstavujúce matematický model slovnej úlohy; interpretovať výsledky;

Úlohy určené pre skupinovú prácu (Príloha 1)

Kľúč k úlohám (vyriešené úlohy):

1. Riešte rovnicu v množine reálnych čísel a urobte skúšku správnosti:

$$(\boldsymbol{x}+\mathbf{1})^{2}=\boldsymbol{x}.(\boldsymbol{x}-\mathbf{3})+\mathbf{71}$$

Riešenie: $x^2+2x+1=x^2-3x+71$
$5x=70 \quad /:5$
$x=14$

$P=\{14\}$

SK: Ľ(14)=$(14+1)^2=15^2=225$
P(14)=$14.(14-3)+71=14.11+$
$+71=225$
Ľ=P

Komentár: Žiaci nemali problém s riešením lineárnej rovnice, aj keď v úvode najprv zabudli na vzorec $(a\pm b)^2$. Ich častá chyba bola, že $(x+1)^2=x^2+1$. No v skupinách sa predsa len našli aj žiaci, ktorí s takýmito vzorcami nemajú a ani nikdy nemali problém.

2. Akú hodnotu musí mať $\boldsymbol{x}$, aby mal výraz $\frac{\mathbf{3x-1}}{\mathbf{2x+6}}$ hodnotu $\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}}$?

Riešenie: $\frac{3x-1}{2x+6}=\frac{1}{3} \quad /.3(2x+6)$
$3(3x-1)=2x+6$
$9x-3=2x+6$
$7x=9 \quad /:7$
$x=\frac{9}{7} \ \epsilon D$

Podmienka: $2x+6\neq 0$
$x\neq -3$
$D=R-\{-3\}$

x musí mať hodnotu $\frac{9}{7}$.

Komentár: Rovnicu museli žiaci vyčítať a zapísať z textu. Náročnosť primeraná a pre skupiny zvládnutá.

3. Vypočítajte hodnotu výrazu $\mathbf{5}\boldsymbol{x}-\mathbf{3}$ ak viete, že $\frac{\boldsymbol{x}-\mathbf{2}}{\boldsymbol{x}+\mathbf{3}}=\mathbf{2}$.

Riešenie: $\frac{x-2}{x+3}=2 \quad /.(x+3)$
$x-2=2(x+3)$
$x-2=2x+6 \ /-2x \ /+2$
$-x=8 \ /:(-1)$
$x=-8 \ \epsilon D$
$5x-3=5.(-8)-3=-40-3=-43$

Podmienka: $x\neq -3$
$D=R-\{-3\}$

Hodnota výrazu je -43 .

4. Čo môžeme doplniť do rovnice $\mathbf{2}.(\boldsymbol{x}-\mathbf{4})-(\boldsymbol{x}-\mathbf{1}).\mathbf{3}=\boldsymbol{x}+\mathbf{1}+\blacksquare$ do štvorčeka tak, aby koreňom rovnice bolo číslo $-\mathbf{2}$?

Riešenie: $2.(-2-4)—(-2-1).3=-2+1+\blacksquare$
$2.(-6)-(-3).3=-1+\blacksquare$
$-12+9=-1+\blacksquare$
$-3=-1+\blacksquare \quad /+1$
$\blacksquare=-2$

Môžeme doplniť číslo -2 .

5. Určte koreň rovnice v množine celých čísel: $\frac{x+1}{x-1}-\frac{x-1}{x+1}=\frac{4}{x^2-1}$

Riešenie: $\frac{x+1}{x-1}-\frac{x-1}{x+1}=\frac{4}{x^2-1} \quad /.(x-1)(x+1)$

$(x+1)^2-(x-1)^2=4$ *Podmienka:* $x \neq \pm 1$

$x^2+2x+1-(x^2-2x+1)=4$ $D=R-\{\pm 1\}$

$x^2+2x+1-x^2+2x-1=4$

$4x=4 \quad /:4$

$x=1 \in Z \ \wedge 1 \notin D \qquad P=\emptyset$

Komentár: Keďže v úvode úlohy nie je spomenuté – určte podmienky pre danú rovnicu, preto riešenie vo väčšine prípadov nebolo úplné, no hlavne bolo nesprávne. Snáď v každej skupine bol ako prvý výsledok pre koreň rovnice - číslo 1. Neuvedomili si podmienku, takže so správnym riešením na prvýkrát neprišla ani jedna skupina. A tiež znamienko mínus pred zlomkom je u väčšiny žiakov kameňom úrazu. Niektorí žiaci majú veľké medzery v základnom učive. No v skupine viac hláv, viac rozumu, takže aj po viacerých neúspechoch to niektoré skupiny zvládli a vyriešili úlohu správne.

6. V množine reálnych čísel riešte rovnicu a urobte skúšku správnosti:

$$\boldsymbol{\sqrt{(x+1).(x-2)}=x-1}$$

Riešenie: $\sqrt{(x+1).(x-2)}=x-1 \quad /(\quad)^2$

$(x+1).(x-2)=x^2-2x+1$

$x^2-2x+x-2=x^2-2x+1 \quad /+2$

$x=3$

$P=\{3\}$

SK: Ľ(3)=$\sqrt{(3+1).(3-2)}=$

$=\sqrt{4.1}=\sqrt{4}=2$

P(3)=$3-1=2$

Ľ=P

Komentár: Opäť sa aj v tejto úlohe objavil vzorec $(a\pm b)^2$, na ktorý žiaci väčšinou zabúdajú. Je potrebné ho sústavne pripomínať. Ak bol člen skupiny vrátený s nesprávnym výsledkom na miesto a spomenula som vzorce, ktoré často využívame pri práci s výrazmi, tak žiakom bolo hneď jasné, akú úpravu majú použiť. Niektoré skupiny mali problém vôbec úlohu začať. Nevedeli použiť úpravu, ktorou by odstránili odmocninu v rovnici.

7. Po dvore behali králiky a sliepky. Dohromady mali 17 hláv a 44 nôh. Koľko bolo králikov a koľko sliepok na dvore?

Riešenie:

		počet hláv	počet nôh	Skúška:	
králikov	x	x	$4x$	*5*	*4.5=20*
sliepok	y	y	$2y$	*12*	*2.12=24*
spolu		17	44		
				17	*44*

$x+y=17 \quad /.(-2)$

$4x+2y=44$

$-2x-2y=-34$

$4x+2y=44$

$5+y=17$

$y=17-5$

$y=12$

$2x = 10 \quad /:2$

$x = 5$ *Na dvore bolo 5 králikov a 12 sliepok.*

Komentár: Túto úlohu skupiny zvládli bez najmenších problémov. Aj keď sa možno našli žiaci v skupine, ktorí s touto úlohou nepohli, ale spoločne to predsa len vyriešili.

8. V množine reálnych čísel riešte nerovnicu (pomocou metódy nulových bodov):

$$\frac{x-3}{6-2x} > 0$$

Riešenie: Nulové body - $x - 3 = 0$, $x = 3$; $6 - 2x = 0$, $x = 3$

$x \epsilon (-\infty; 3) \rightarrow \frac{x-3}{6-2x} < 0$

$x \epsilon (3; \infty) \rightarrow \frac{x-3}{6-2x} < 0$ $P = \emptyset$

Komentár: Túto úlohu žiaci nevyriešili, pretože bola pre nich z ich pohľadu náročná, a neobjavila sa vo všetkých skupinách.

9. Výpočtom a graficky riešte sústavu rovníc v R : $\mathbf{3x - y + 1 = 0}$, $\mathbf{-6x + 2y = 2}$

Riešenie: *Výpočtom:*

$3x - y + 1 = 0 \quad /-1 \quad /.2$

$-6x + 2y = 2$

$6x - 2y = -2$

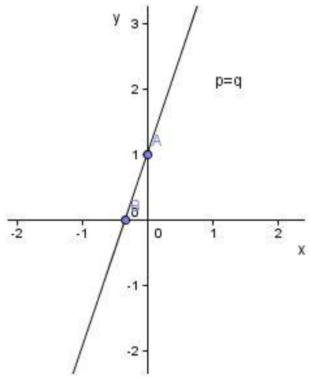
$-6x + 2y = 2$

$0 = 0$

Nekonečne veľa spoločných bodov

$P = \{[x; 3x + 1], x \epsilon R\}$

Graficky:



Obrázok 4 Grafické riešenie – priamky

Prameň: vlastný archív

p: 1. rovnica

x	*0*	$-\frac{1}{3}$
y	*1*	*0*

q: 2. rovnica

x	*0*	$-\frac{1}{3}$
y	*1*	*0*

Priamky p, q sú totožné *p=q*

Komentár: Riešenie sústavy výpočtom žiaci zvládli, ale čo sa týka úplnosti úlohy, väčšinou im chýbal záver riešenia a tiež správne grafické riešenie (Obrázok 4).

10. Čitateľ zlomku je o 4 menší než menovateľ. Ak od čitateľa i menovateľa zlomku odčítame 2, dostaneme $\frac{3}{7}$. Určte pôvodný zlomok.

Riešenie: $\frac{x-4}{x}$ $\frac{x-4-2}{x-2} = \frac{3}{7}$

$\frac{x-6}{x-2} = \frac{3}{7}$ $/.7(x-2)$

$7.(x-6) = 3.(x-2)$ $\frac{x-4}{x} = \frac{9-4}{9} = \frac{5}{9}$

$7x - 42 = 3x - 6$

$4x = 36$ $/:4$

$x = 9$ *Pôvodný zlomok je* $\frac{5}{9}$.

11. Ktoré prirodzené čísla sú riešením nerovnice $6.(x-3) + 2x \leq 13 - 2.(x-4)$?

Riešenie: $6.(x-3) + 2x \leq 13 - 2.(x-4)$

$6x - 18 + 2x \leq 13 - 2x + 8$

$10x \leq 39$ $/:10$

$x \leq \frac{39}{10} = 3{,}9$ *Riešením sú prirodzené čísla* $1, 2, 3$ *.*

Komentár: Nerovnica jednoduchá, skupinami zvládnuteľná, až na výsledok, pretože žiaci neprečítali úlohu pozorne. Výsledok uviedli len v tvare nerovnosti a nevšimli si, že majú nájsť prirodzené čísla, ktoré vyhovujú nerovnici. V prípade, keď uviedli záver $\{0; 1; 2; 3\}$ a nedostali na výmenu novú úlohu, nevedeli prísť na to, čo majú nesprávne, alebo neúplné.

12. Operácia Δ je definovaná $A\Delta B = \frac{A+B}{B-A}$. Čo platí pre hodnotu výrazu $3\Delta 5$?

A) sa rovná *0* **B) sa rovná hodnote výrazu $4\Delta 6$** **C) sa rovná *2***
D) je záporná **E) sa rovná hodnote výrazu $-(5\Delta 3)$**

Riešenie: $A\Delta B = \frac{A+B}{B-A}$ $\Rightarrow$ $3\Delta 5 = \frac{3+5}{5-3} = \frac{8}{2} = 4$

A) $4 \neq 0$ B) $4\Delta 6 = \frac{4+6}{6-4} = \frac{10}{2} = 5 \neq 4$ C) $4 \neq 2$

D) $4 > 0$ hodnota nie je záporná E) $-(5\Delta 3) = -\frac{5+3}{3-5} = -\frac{8}{-2} = 4 = 4$

Správna odpoveď je E.

Komentár: Na prvý pohľad sa táto úloha zdala žiakom náročná, ale ak si ju v skupine pozorne viackrát prečítali, tak ju spoločnými silami zvládli.

13. Úloha: Labyrint – Lineárna funkcia (Príloha 2)

Riešenie: $x = 2$ $\Rightarrow$ $y = 5.(-2) - 4 = -14$ pravdivý výrok ÁNO /S/

S: $y = \frac{5}{3-x}$ pre $x \neq 3$ pravdivý výrok ÁNO /P/

P: $y = \frac{1}{2} - 3 = \frac{1-6}{2} = -\frac{5}{2}$ je konštantná funkcia pravdivý výrok ÁNO /Ú/

Ú: $D(f) = (-2; 1\rangle$ z grafu: $D(f) = (-1; 3\rangle$ nepravdivý výrok NIE /Y/

Y: $y = 3 - 2x$ ak $a < 0$ $\Rightarrow$ funkcia je klesajúca pravdivý výrok ÁNO /E/

E: $y = 3x + 5$ $[-1; 3] \epsilon f$? $3 = 3.(-1) + 5;$ $3 \neq -2$ $\Rightarrow$ $[-1; 3] \notin f$

nepravdivý výrok NIE /Ch/

$Ch\text{: } y = \frac{7+2x}{2} = \frac{2x+7}{2} = x + \frac{7}{2}$ je to lineárna funkcia nepravdivý výrok NIE

Písmená - S P Ú Y E CH $\Rightarrow$ *<u>ÚSPECHY</u>* *KONIEC*

Komentár: Úloha nebola pre žiakov náročná. Páčil sa im hlavne spôsob, pohyb po labyrinte a zbieranie písmen, aby sa dostali k správnemu vyriešeniu úlohy - k zašifrovanému slovu.

ZHODNOTENIE, PRÍNOSY A ODPORÚČANIA PRE PRAX

V rámci úvodných hodín v 2. ročníku si žiaci samostatne formou skupinovej práce pripomenuli učivo z predchádzajúceho 1. ročníka. Efektívne si učivo zopakovali a upevnili. Práca v skupinách sa žiakom veľmi páčila. Čas tejto dvojhodinovky prebehol veľmi rýchlo a podarilo sa mi dosiahnuť to, že žiaci aktívne so záujmom, nadšením a radosťou riešili úlohy z matematiky. Ani jednej skupine sa nepodarilo vyriešiť všetky úlohy, ale každá úloha sa objavila v rámci skupín aspoň raz. Ak by som toto opakovanie zaradila na konci 1. ročníka, žiaci by pracovali omnoho rýchlejšie, pretože poznatky a súvislosti by mali v čerstvej pamäti po prebratí tematických častí.

3.2 Pracovný list a riešenie k téme – Opakovanie pre 2. ročník „Vlastnosti funkcie, kvadratická funkcia, rovnica, nerovnica a mocniny“

Túto vyučovaciu jednotku (dvojhodinovku) s týmito úlohami (Príloha 3) v rámci skupinovej práce som zaradila v priebehu školského roka v 2. ročníku po prebratí tematického celku s názvom Kvadratická funkcia, rovnica a nerovnica a pripomenutí súvislosti z vlastností funkcií z 1. ročníka. V rámci opakovania je možné tento materiál zaradiť aj v priebehu 4. ročníka. Vybraté úlohy sú len otvorené.

Toto opakovanie učiva je zaradené podľa vzdelávacieho obsahu matematiky do <u>tematických celkov</u>: *Čísla, premenná a počtové výkony s číslami*; *Vzťahy, funkcie, tabuľky, diagramy*; *Logika, dôvodenie, dôkazy.*

<u>Obsahový štandard</u> tohto opakovania: Vlastnosti funkcií; Lineárna funkcia; Kvadratická funkcia – graf a vlastnosti; Kvadratická rovnica; Riešenie kvadratických rovníc pomocou vzorca; Rozklad kvadratického trojčlena na súčin lineárnych činiteľov; Kvadratické nerovnice; Mocniny (ako vstup do ďalšej tematickej časti);

<u>Výkonový štandard</u> tohto opakovania: popísať všetky vlastností funkcie (definičný obor, obor hodnôt, monotónnosť, ohraničenosť, extrémy, párnosť/nepárnosť, je/nie je prostá); zostrojiť graf kvadratickej funkcie; riešiť úplné a neúplné kvadratické rovnice pomocou vzorca ($x_1, x_2 = \frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$)pre korene kvadratickej rovnice; rozkladať kvadratické trojčleny na súčin lineárnych činiteľov; riešiť kvadratické nerovnice graficky a rozkladom na súčin (metódou nulových bodov); riešiť slovné úlohy pomocou kvadratických rovníc a sústav;

<u>Úlohy určené pre skupinovú prácu</u> (Príloha 3)

<u>Kľúč k úlohám (vyriešené úlohy)</u>:

1. V množine reálnych čísel riešte nerovnicu $\boldsymbol{2x^2+3x-2\leq 0}$ (zapíšte množinu všetkých riešení):

$$\boldsymbol{2x^2+3x-2\leq 0}$$

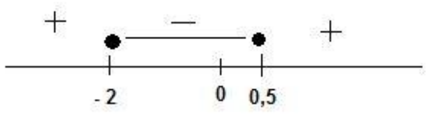
Riešenie: *Nulové body -* $2x^2+3x-2=0$

$$D=3^2-4.2.(-2)=9+16=25$$

$$x_1=\frac{-3+5}{4}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$$

$$x_2=\frac{-3-5}{4}=\frac{-8}{4}=-2$$

$$2.\left(x-\frac{1}{2}\right).(x+2)\leq 0$$



$$P=\langle -2;\frac{1}{2}\rangle$$

Obrázok 5 Riešenie znázornené na číselnej osi

Prameň: vlastný archív

2. Pre ktoré záporné reálne čísla nadobúda výraz $\boldsymbol{\frac{2x+4}{4}+3.(x+2)}$ kladné hodnoty?

Riešenie: $\frac{2x+4}{4}+3.(x+2)>0 \quad /.4$

$$x+4+12.(x+2)>0$$

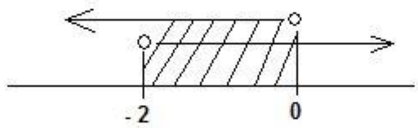
$$2x+4+12x+24>0$$

$$14x+28>0 \quad /-28$$

$$14x>-28 \quad /:14$$

$$x>-2$$

$$x\epsilon(-2;0)$$



Obrázok 6 Riešenie znázornené na číselnej osi

Prameň: vlastný archív

Komentár: Žiadna skupina nemala problém so samotnou nerovnicou, pretože bola jednoduchá lineárna, ale všetky skupiny sa potrápili so záverom úlohy, aká množina bude riešením, teda vyhovuje zadaniu. Až keď si úlohu graficky znázornili (Obrázok 6), prišli k záveru.

3. V množine reálnych čísel riešte sústavu rovníc: $\boldsymbol{x^2-y=-3}$
$\boldsymbol{x-2y=1}$

Riešenie: $x^2-y=-3$

$x-2y=1 \quad \rightarrow \quad x=1+2y$

$$(1+2y)^2-y=-3$$

$$1+4y+4y^2-y=-3$$

$$4y^2+3y+4=0$$

$$y_1,y_2=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$D=9-4.4.4=-55<0$$

$$P=\emptyset$$

4. Popíšte vlastností danej funkcie:

Riešenie: $D(f) = (-3;-2\rangle \cup \langle 2;3)$

$H(f) = \langle 0;2)$

Klesajúca - $(-3;-2\rangle$

Rastúca - $\langle 2;3)$

Ohraničená zhora aj zdola

$0 \leq f(x) < 2$

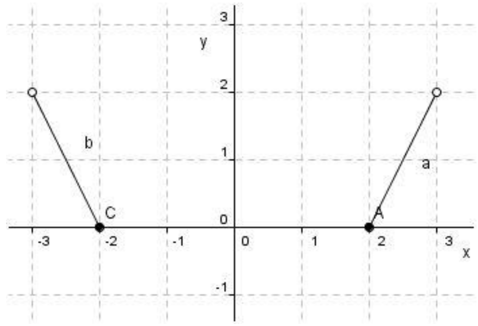
Extrémy – maximum nemá

- minimum má v bode

a=-2 a 2

Funkcia je párna

Funkcia nie je prostá



Obrázok 7 Grafické zadanie úlohy - funkcie

Prameň: vlastný archív

5. Určte definičný obor funkcie danej predpisom: $\boldsymbol{f}$: $\boldsymbol{y = \sqrt{-x^2+1}}$ **.**

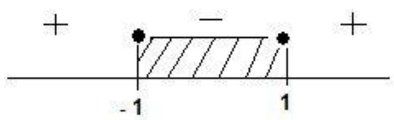
Riešenie: $-x^2 + 1 \geq 0 \quad /.(-1)$

$x^2 - 1 \leq 0$

$(x-1).(x+1) \leq 0$

Nulové body – $x = \pm 1$

$D = \langle -1; 1\rangle$



Obrázok 8 Riešenie znázornené na číselnej osi

Prameň: vlastný archív

6. V množine reálnych čísel riešte kvadratickú rovnicu:

$$\boldsymbol{(x-3)^2 + (x+4)^2 - (x-5)^2 = 17x + 24}$$

Riešenie: $x^2 - 6x + 9 + x^2 + 8x + 16 - (x^2 - 10x + 25) = 17x + 24$

$2x^2 + 2x + 25 - x^2 + 10x - 25 = 17x + 24$

$x^2 + 12x - 17x - 24 = 0$

$x^2 - 5x - 24 = 0 \qquad x_1, x_2 = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a} \qquad D = 25 - 4.(-24) = 121$

$x_1 = \frac{5+11}{2} = 8$

$P = \{8; -3\} \qquad x_2 = \frac{5-11}{2} = -3$

7. Nájdite reálne číslo $\boldsymbol{x}$ **tak, aby platila rovnosť:** $\boldsymbol{\left[0,25^{-2}.4^{\frac{1}{4}}:2^{0,75}\right]^{0,2} = 2^x}$

Riešenie:

$$\left[0{,}25^{-2}.4^{\frac{1}{4}}:2^{0,75}\right]^{0,2} = \left[\left(\frac{1}{4}\right)^{-2}.4^{\frac{1}{4}}:2^{\frac{3}{4}}\right]^{0,2} = \left[4^2.4^{\frac{1}{4}}:2^{\frac{3}{4}}\right]^{0,2} = \left[4^{2+\frac{1}{4}}:2^{\frac{3}{4}}\right]^{0,2} =$$

$$\left[(2^2)^{\frac{9}{4}}:2^{\frac{3}{4}}\right]^{0,2} = \left[2^{\frac{9}{2}}:2^{\frac{3}{4}}\right]^{0,2} = \left(2^{\frac{9}{2}-\frac{3}{4}}\right)^{\frac{1}{5}} = \left(2^{\frac{15}{4}}\right)^{\frac{1}{5}} = 2^{\frac{15}{4}.\frac{1}{5}} = 2^{\frac{3}{4}}$$

$$x = \frac{3}{4}$$

Komentár: Najnáročnejšia úloha zo všetkých, pretože žiaci zabudli na pravidlá pre počítanie s mocninami. Mocniny žiaci preberali v prvom ročníku a veľa toho zabudli. Len jednej skupine sa podarilo túto úlohu vyriešiť, a to vďaka jednému žiakovi. Túto úlohu som zaradila do tohto opakovania kvôli tomu, že za touto časťou učiva nasledoval tematický celok Mocninové a Exponenciálne funkcie, kde je potrebná práca s mocninami. Úlohu sme si na ďalšej hodine spoločne rozobrali.

8. Funkcia je daná rovnicou f: $y = 2x - 3$; $x \epsilon \langle -1; 2)$. Zostrojte graf danej funkcie a určte vlastnosti (monotónnosť, ohraničenosť a extrémy).

Riešenie:

x	-1	2
y	-5	1

Monotónnosť: *Rastúca* - $\langle -1; 2)$

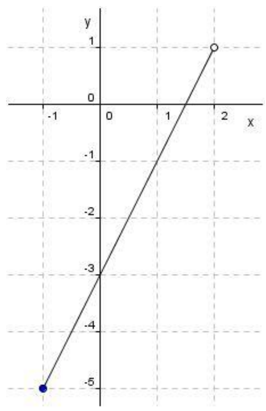
Ohraničenosť:

Funkcia ohraničená zhora aj zdola

$-5 \leq f(x) < 1$

Extrémy: *Maximum nemá*

Minimum má v bode $a = -1$



Obrázok 9 Graf lineárnej funkcie

Prameň: vlastný archív

9. Upravte lomený výraz a napíšte podmienky, kedy má daný výraz zmysel.

$$\frac{x^2-x-6}{3x^2+4x-4} =$$

Riešenie: $x^2 - x - 6 = (x+2).(x-3)$ $\quad x_1 = -2; \quad x_2 = 3$

$3x^2 + 4x - 4 = 3.(x+2).\left(x - \frac{2}{3}\right)$

$x_1, x_2 = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ $\quad D = 16 - 4.3.(-4) = 64$

$x_1 = \frac{-4+8}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

$x_2 = \frac{-4-8}{6} = -\frac{12}{6} = -2$

$$\frac{x^2-x-6}{3x^2+4x-4} = \frac{(x+2).(x-3)}{3.(x+2).\left(x-\frac{2}{3}\right)} = \frac{(x-3)}{3.\left(x-\frac{2}{3}\right)} = \frac{x-3}{3x-2}$$

Podmienky: $x \neq -2; \quad x \neq \frac{2}{3}$

10. n je prirodzené číslo. Ak sčítame druhú mocninu čísla n, druhú mocninu čísla o jeden väčšieho ako n a druhú mocninu čísla o dva menšieho ako n, dostaneme číslo 230. Určte číslo n .

Riešenie: $n^2 + (n+1)^2 + (n-2)^2 = 230$

$n^2 + n^2 + 2n + 1 + n^2 - 4n + 4 = 230 \quad /-230$

$$3n^2 - 2n + 5 - 230 = 0$$

$$3n^2 - 2n - 225 = 0$$

$$n_1, n_2 = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$D = 4 - 4.3.(-225) = 2704$$

$$n_1 = \frac{2+52}{6} = \frac{54}{6} = 9 \; \epsilon N$$

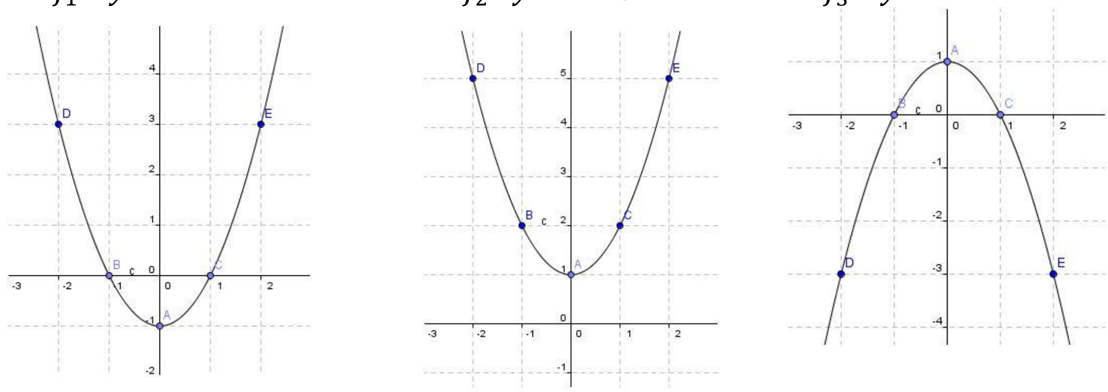
$$n_2 = \frac{2-52}{6} = -\frac{50}{6} = -\frac{25}{3} \notin N$$

Ide o prirodzené číslo 9.

11. Dané sú funkcie f_1: $y = x^2 - 1$; f_2: $y = x^2 + 1$; f_3: $y = 1 - x^2$. Zostrojte grafy týchto funkcií a určte: a) pre aké x sú hodnoty y kladné
b) pre aké x sú hodnoty y záporné

Riešenie:

f_1: $y = x^2 - 1$ f_2: $y = x^2 + 1$ f_3: $y = 1 - x^2$



Obrázok 10 Grafy kvadratických funkcií

Prameň: vlastný archív

a) $x \epsilon (-\infty; -1) \cup (1; \infty)$	$x \epsilon R$	$x \epsilon (-1; 1)$
b) $x \epsilon (-1; 1)$	$x \epsilon \emptyset$	$x \epsilon (-\infty; -1) \cup (1; \infty)$

Komentár: Pre žiakov bola táto úloha časovo náročná a riešenia neboli vždy správne, čo sa týka grafov daných funkcií (Obrázok 10) a tiež výsledných množín pre hodnoty *x.*

ZHODNOTENIE, PRÍNOSY A ODPORÚČANIA PRE PRAX

Po prebratí tematického celku Kvadtratická funkcia, rovnica a nerovnica v 2. ročníku si žiaci formou skupinovej práce zopakovali a upevnili dané učivo. Práca v skupinách bola pre žiakov zaujímavá, tvorivá ale časovo náročná. Žiadnej skupine sa nepodarilo vyriešiť všetky úlohy. Preto som pri hodnotení práce skupín značnú časť venovala rozboru neriešených alebo nedokončených úloh. Najaktívnejších žiakov v skupinách som ohodnotila známkou. Práca v skupinách sa žiakom tak páčila, že poslednou otázkou bolo: Kedy bude najbližšie vyučovacia hodina prebiehajúca takouto formou práce v podobe súťaže?

3.3 Pracovný list a riešenie k téme – Opakovanie pre 4. ročník

Opakovanie učiva pre 4. ročník obsahuje úlohy (Príloha 4), ktoré môžu slúžiť ako materiál – predpríprava na maturitnú skúšku, na SCIO testy alebo len ako precvičenie a upevnenie učiva z matematiky. Úlohy sú preto rôznej úrovne, zozbierané a zostavené na základe vedomostí a zručností žiakov vychádzajúce zo štandardov štátneho vzdelávacieho programu pre predmet matematika (úroveň ISCED 3A). Opakovanie, upevnenie a precvičenie učiva som zvolila formou skupinovej práce. Túto formu práce s využitím tohto pracovného materiálu som realizovala v 4. ročníku v priebehu školského roka v čase pred externou časťou maturitnej skúšky z matematiky. Je to možné zvoliť aj v inom čase napríklad pred prijímacími pohovormi na vysoké školy. Žiaci si touto formou práce môžu preskúšať svoje vedomosti a zručnosti a samostatne bez pomoci učiteľa zopakovať a upevniť učivo. Žiaci diskutujú v skupinách, a preto aj tí slabší žiaci, alebo žiaci, ktorí nemajú dostatočné vedomosti a zručnosti na vyriešenie týchto úloh, sa môžu od ostatných žiakov v skupine veľa naučiť. Po ukončení práce (súťaže) – v čase dvoch vyučovacích hodín prebehne rozbor problémových úloh na nasledujúcej vyučovacej hodine.

Toto opakovanie učiva je zaradené podľa vzdelávacieho obsahu matematiky do všetkých piatich <u>tematických celkov</u>: *Čísla, premenná a počtové výkony s číslami*; *Vzťahy, funkcie, tabuľky, diagramy*; *Geometria a meranie*; *Kombinatorika, pravdepodobnosť, štatistika*; *Logika, dôvodenie, dôkazy.*

<u>Úlohy určené pre skupinovú prácu</u> (Príloha 4):

<u>Kľúč k úlohám (vyriešené úlohy)</u>:

1. **V triede je 25 žiakov. 9 žiakov malo na polročnom vysvedčení z matematiky dvojku, ostatní jednotku alebo trojku. Priemer známok z matematiky všetkých žiakov triedy na polročnom vysvedčení bol 1,6. Koľko žiakov triedy malo trojku na polročnom vysvedčení z matematiky?**

Riešenie: $1 - x$

$2 - 9\ žiakov$

$3 - y$

$x + 9 + y = 25 \quad \rightarrow \quad x = 16 - y$

$\frac{1.x+2.9+3.y}{25} = 1,6$

$\frac{16-y+18+3y}{25} = 1,6 \quad /.25$

$34 + 2y = 40 \quad /-34$

$2y = 6$

$y = 3$

Traja žiaci mali na polročnom vysvedčení trojku z matematiky.

2. **Máme päť po sebe idúcich prirodzených čísel. Keď odčítame najväčšie z nich od súčtu dvoch najmenších z nich, dostaneme polovicu prostredného z nich. Aké je najmenšie z týchto čísel?**

Riešenie: 5 po sebe idúcich prirodz. čísel : $x \quad (x+1) \quad (x+2) \quad (x+3) \quad (x+4)$

$$\{x + (x+1)\} - (x+4) = \frac{1}{2}(x+2)$$

$$x + x + 1 - x - 4 = \frac{1}{2}x + 1$$
$$x - 3 = \frac{1}{2}x + 1 \quad /.2$$
$$2x - 6 = x + 2 \quad /-x \quad /+6$$
$$x = 8$$

Najmenšie z týchto čísel je 8.

3. **Do radu zlepíme (celými stenami k sebe) 10 rovnakých kociek. Aký bude povrch vzniknutého telesa v m^2, ak každá kocka má hranu dlhú $2,5\ cm$? (výsledok uveďte v tvare $a.10^n$; $a\epsilon(1;10)$)**

Riešenie: Obsah obdĺžnika - $S = (10.2{,}5).2{,}5 = 62{,}5\ cm^2$ $\quad 4.S = 4.62{,}5 = 250\ cm^2$

Obsah štvorca – $S = a^2 = 2{,}5^2 = 6{,}25\ cm^2$ $\quad 2.S = 2.6{,}25 = 12{,}5\ cm^2$

Povrch vzniknutého telesa – $P = 250 + 12{,}5 = 262{,}5\ cm^2 = 0{,}02625\ m^2$

v tvare $a.10^n$; $a\epsilon(1;10)$: $0{,}02625\ m^2 = 2{,}625.10^{-2}\ m^2$

4. **Katka zjedla na desiatu 4 jablkové koláče. Prvý zjedla za 1,5 minúty. Každý ďalší koláč jedla o desať sekúnd pomalšie ako predchádzajúci koláč. Aká časť z celkového času, za ktorý Katka zjedla všetky koláče, pripadá na posledný koláč?**

Riešenie: 1. koláč zjedla .... za $1{,}5\ min = 90\ s$
2. koláč .... za $90 + 10 = 100\ s$
3. koláč .... za $100 + 10 = 110\ s$
4. koláč .... za $110 + 10 = 120\ s$
Spolu ....$90 + 100 + 110 + 120 = 420\ s$
Aká časť: 4. koláč k celkovému času - $\frac{120}{420} = \frac{12}{42} = \frac{2}{7}$

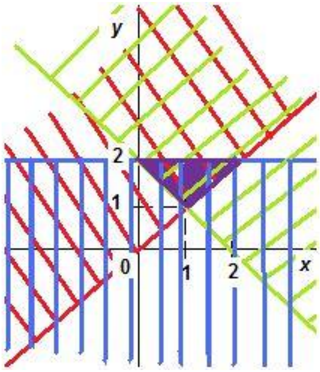
Na posledný koláč, ktorý Katka zjedla pripadajú $\frac{2}{7}$ *z celkového času, za ktorý zjedla všetky koláče.*

5. **Množinou všetkých bodov $[x;y]$ v rovine, pre ktorých súradnice $x,y\epsilon R$ súčasne platia nerovnosti $y \leq 2$; $x - y \leq 0$; $x + y \geq 2$ je:**

A) prázdna množina **D) vnútorná oblasť trojuholníka vrátane jeho strán**
B) bod **E) vnútorná oblasť štvorca**
C) priamka

Riešenie:

$y \leq 2$ *modrá oblasť* *hranica* $y = 2$
$x - y \leq 0$ *červená oblasť* *hranica* $y = x$
$x + y \geq 2$ *zelená oblasť* *hranica* $y = -x + 2$



Obrázok 11 Grafické riešenie úlohy

Prameň: vlastný archív

Prienikom (fialová oblasť – Obrázok 11) je vnútorná oblasť trojuholníka vrátane jeho strán - možnosť D

6. V jednej krajine sa cena tovaru počas posledného roka zväčšila o 100 000 % . Koľkokrát väčšia bola nová cena vzhľadom k pôvodnej cene?

Riešenie: pôvodná cena tovaru x

cena sa zväčšila ....o 100 000 %

100 000 % .... $\frac{x}{100}.100\,000 = 1000x$

Nová cena po zvýšení .... $x + 1000x = 1001x$

Koľkokrát väčšia nová cena k pôvodnej .... $\frac{1001x}{x} = 1001$ krát

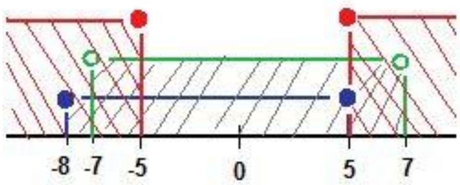
Nová cena vzhľadom k pôvodnej bola 1001 krát väčšia.

7. Sú dané množiny $K = \{x\epsilon R; |x| < 7\}$, $L = \langle -8; 5\rangle$, $M = \{x\epsilon R; x^2 \geq 25\}$. Určte počet všetkých prirodzených čísel, ktoré sú prvkami množiny $(K \cup L) \cap M$. Vymenujte tieto čísla.

Riešenie: *K – zelená množina*

L – modrá množina

M – červená množina



Obrázok 12 Riešenie znázornené na číselnej osi

Prameň: vlastný archív

$(K \cup L) \cap M = \langle -8; 7) \cap \{(-\infty; -5\rangle \cup \langle 5; \infty)\} = \langle -8; -5\rangle \cup \langle 5; 7)$

prirodzené čísla patriace do množiny $(K \cup L) \cap M$ *sú:* $\{5; 6\}$

ich počet je 2

8. Na aký tvar možno upraviť výraz $\left(\frac{x^{-1}}{x^{-1}-y^{-1}}\right)^{-1}$, kde $x, y\epsilon R$, $x \neq y, x.y \neq 0$.

Riešenie: $\left(\frac{x^{-1}}{x^{-1}-y^{-1}}\right)^{-1} = \left(\frac{x^{-1}-y^{-1}}{x^{-1}}\right)^{1} = \frac{\frac{1}{x}-\frac{1}{y}}{\frac{1}{x}} = \frac{\frac{y-x}{xy}}{\frac{1}{x}} = \frac{x.(y-x)}{xy} = \frac{y-x}{y}$

9. Vypočítajte polomer kružnice *k* určenej rovnicou $x^2 + y^2 - 24x + 10y = 0$.

Riešenie: $x^2 + y^2 - 24x + 10y = 0$

$(x^2 - 24x + 144) - 144 + (y^2 + 10y + 25) - 25 = 0$

$(x - 12)^2 + (y + 5)^2 - 169 = 0$

$(x - 12)^2 + (y + 5)^2 = 169 \quad \Rightarrow \quad r = \sqrt{169} = 13$

Polomer kružnice je 13 jednotiek dĺžky.

10. Rovnica $log_3(4.3^x - 1) = 2x + 1$ má v množine reálnych čísel dva korene. Určte súčet týchto koreňov.

Riešenie: $log_3(4.3^x - 1) = 2x + 1$ *substitučná metóda:*

$3^{2x+1} = (4.3^x - 1)$ $\quad \mathbf{3^x = y} \quad 3^x = \frac{1}{3}$

$3^{2x}.3^1 - 4.3^x + 1 = 0$ $\quad 3^x = 1 \quad 3^x = 3^{-1}$

$y^2.3 - 4.y + 1 = 0$ $\quad x = 0 \quad x = -1$

$3y^2 - 4y + 1 = 0$

$$y_1, y_2 = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 12}}{6} = \frac{4 + 2}{6} = 1$$

$$= \frac{4 - 2}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

súčet koreňov: $0 + (-1) = -1$

11. V množine R riešte rovnicu s absolútnou hodnotou: $|x| - |x - 2| = 2$.

Riešenie: nulové body $x = 0; \quad x = 2$

pre $x \epsilon (-\infty; 0\rangle$

$-x - (-x + 2) = 2$

$-x + x - 2 = 2$

$-2 \neq 2$

$P_1 = \emptyset$

pre $x \epsilon (0; 2\rangle$

$x - (-x + 2) = 2$

$x + x - 2 = 2$

$2x = 4$

$x = 2 \, \epsilon (0; 2\rangle$

$P_2 = \{2\}$

pre $x \epsilon (2; \infty)$

$x - (x - 2) = 2$

$x - x + 2 = 2$

$2 = 2$ *nekonečne veľa riešení pre* $(2; \infty)$

$P_3 = (2; \infty)$

$$P = P_1 \cup P_2 \cup P_3 = \emptyset \cup \{2\} \cup (2; \infty) = \langle 2; \infty)$$

12. V osudí je 6 bielych a 4 čierne guľôčky. Náhodne z osudia vytiahneme naraz dve guľôčky. Aká je pravdepodobnosť, že vytiahnuté guľôčky budú rôznej farby?

Riešenie: bielych g. 6

čiernych g. 4

$$P(A) = \frac{\binom{6}{1}.\binom{4}{1}}{\binom{10}{2}} = \frac{6.4}{\frac{10!}{8!.2!}} = \frac{24}{\frac{10.9}{2}} = \frac{24.2}{90} = \frac{24}{45} = \frac{8}{15}$$

Pravdepodobnosť toho, že vytiahnuté guľôčky budú rôznej farby je $\frac{8}{15}$.

13. Úloha: Test – Analytická geometria (Príloha 5)

Riešenie: ***1.*** Ak sú dané vektory $\vec{u}(2; 0; -4)$, $\vec{v}(2; 1; 1)$ potom:
$\vec{u}(2; 0; -4).\vec{v}(2; 1; 1) = 2.2 + 0.1 + (-4).1 = 4 - 4 = 0$
I) sú navzájom kolmé

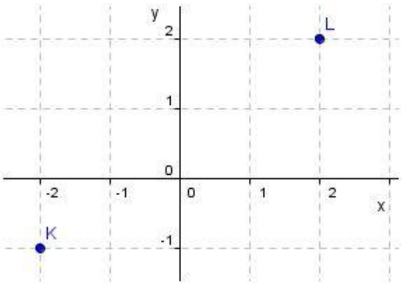
2. Priamka p daná všeobecnou rovnicou p: $2x - y + 1 = 0$:
M) má normálový vektor $(2; -1)$

3. Na priamke p: $2x - 3y - 1 = 0$ leží bod:
D) $[-1; -1]$ $\quad 2.(-1) - 3.(-1) - 1 = -2 + 3 - 1 = 0 \quad D\epsilon p$

4. Stred úsečky AB, kde $A[1; 2; 0]$, $B[-3; 4; 8]$ je:

L) $[-1; 3; 4]$ $\quad S = \left[\frac{1-3}{2}; \frac{2+4}{2}; \frac{0+8}{2}\right] = [-1; 3; 4]$

5. V rovnice sú dané body *K, L.* Aká je vzdialenosť týchto bodov?



Obrázok 13 Zadanie úlohy

$K = [-2; -1]$; $\quad L = [2; 2]$

$d = \sqrt{(2-(-2))^2 + (2-(-1))^2} = \sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5$

O) 5

Prameň: vlastný archív

6. Skalárny súčin vektorov je: **P)** reálne číslo

Písmená - I M D L O P $\Rightarrow$ *DIPLOM*

14. Peter chcel zistiť súčet prvých päťdesiatich celých kladných čísel. Pri sčítaní jedno číslo náhodou vynechal. Dostal súčet deliteľný číslom 60. Určte číslo, ktoré Peter pri sčítaní vynechal.

Riešenie: Aritmetická postupnosť - $a_1 = 1$; $a_{50} = 50$; $d = 1$; $s_{50} = ?$
$s_{50} = \frac{n}{2}.(a_1 + a_{50}) = \frac{50}{2}.(1 + 50) = 25.51 = 1275$

$1270 : 60 = 21{,}666\ldots..$
$1260 : 60 = 21 \qquad 1275 - 1260 = 15$

Peter pri sčítaní vynechal číslo 15.

ZHODNOTENIE, PRÍNOSY A ODPORÚČANIA PRE PRAX

Výber matematických úloh – prehľad stredoškolského učiva z matematiky, bol pripravený pre žiakov 4. ročníka. Jedna úloha bola aj v podobe krátkeho testu, ktorý žiaci úspešne zvládli. Práca v jednotlivých skupinách bola rozdielna, úroveň vedomostí bola rôzna, žiaci mali problémy s využitím základných poznatkov pri riešení úloh vybraných z rôznych tematických celkov. Aj napriek tomu bola v skupinách zaznamenaná úspešnosť vyššia ako 60 %. V čase skupinovej práce žiaci pracovali s veľkým nasadením a hlavne nadšením.

ZÁVER

V tejto práci som sa sústredila na uplatnenie skupinovej práce na hodinách matematiky, a to napríklad pri opakovaní, upevňovaní a precvičovaní učiva.

Poskytla som ukážky troch vyučovacích jednotiek (dvojhodinoviek) respektíve vyučovacích hodín, na ktorých je možné použiť navrhnutý metodický materiál v podobe úloh, troch pracovných listov, určených pre skupinovú prácu. Prostredníctvom tejto formy práce zvolenej pri opakovaní učiva sa vyučovací proces a učenie stáva pre žiakov zaujímavejším, žiaci sú viac motivovaní a dané učivo si lepšie zopakujú a precvičia.

Snažím sa o to, aby navrhnuté úlohy v skupinovej práci boli rôznych typov, ktoré by sa mohli objaviť na maturitných testoch, na prijímacích skúškach (SCIO testy) a mohli byť dobrým predpokladom pre ich úspešné zvládnutie. Súťaživosť, ako základný prvok v mojej zvolenej skupinovej práci, žiakov pozitívne motivuje, úlohy zvládnu ľahšie a pri riešení a rozbore úloh v jednotlivých skupinách sa žiaci toho veľa naučia. Efektívnou formou si učivo zopakujú a upevnia. Zároveň zistia, kde je potrebné pridať, teda doplniť si chýbajúce vedomosti a zručnosti.

Dúfam, že táto práca prispeje k tomu, aby sa učitelia inšpirovali, akou inou formou zvoliť opakovanie alebo precvičovanie učiva. V tejto práci som poskytla tri pracovné listy s úlohami pre skupinovú prácu, ale verím, že to môže byť podnetom pre učiteľov pre spracovanie ďalších úloh pri realizácii výchovno-vzdelávacieho procesu formou skupinovej práce v rámci opakovania učiva.

ZOZNAM BIBLIOGRAFICKÝCH ZDROJOV

1. JIRÁSEK, F. a kol. 2011. Zbierka úloh z matematiky pre SOŠ. 2. časť. Bratislava: Slovenské pedagogické nakladateľstvo, 2011, s. 224. ISBN: 978-80-10-00758-5
2. LUKÁČ, S. a kol. 2010. Využitie informačných a komunikačných technológií v predmete matematika pre stredné školy. Košice: elfa, s.r.o., 2010, s. 295. ISBN: 978-80-8086-149-0
3. PETLÁK, E. 2004. Všeobecná didaktika. Bratislava: IRIS, 2004, s. 311. ISBN: 80-89018-64-5
4. PETTY, G.1996. Moderní vyučování. Praha: Portál, 1996, s. 384. ISBN: 80-7178-070-7
5. VOŠICKÝ, Z. 1998. Testy z matematiky v kocke pre stredné školy. 1. Vydanie. Vydavateľstvo Fragment. Česká republika. Vydavateľstvo Art Area, s.r.o. Bratislava. 2006. ISBN: 80-89109-14-4

Internetové zdroje

6. Štátny vzdelávací program pre gymnáziá v Slovenskej republike ISCED 3A – Vyššie sekundárne vzdelávanie [online]. statpedu.sk, [cit. 5.10.2014]. Dostupné na www: http://www.statpedu.sk/files/documents/svp/gymnazia/vzdelavacie_oblasti/matematika_isced3a.pdf
7. SCIO testy – príprava, cvičné testy a ukážky [online]. [cit. 5.10.2014]. Dostupné na www: https://www.scio.sk/download/VPS-Scio-2014.pdf
8. Maturita z matematiky [online]. [cit. 5.10.2014]. Dostupné na www: http://www.nucem.sk/sk/maturita

ZOZNAM PRÍLOH

Príloha 1 Pracovný list s úlohami pre skupinovú prácu – Opakovanie z 1. ročníka „Rovnice, nerovnice (lineárne, s neznámou v menovateli), funkcie (lineárne, konštantné) a algebraické výrazy“

---

1. Riešte rovnicu v množine reálnych čísel a urobte skúšku správnosti:

$$(x+1)^2 = x.(x-3)+71$$

---

2. Akú hodnotu musí mať x , aby mal výraz $\frac{3x-1}{2x+6}$ hodnotu $\frac{1}{3}$?

---

3. Vypočítajte hodnotu výrazu $5x-3$ ak viete, že $\frac{x-2}{x+3}=2$.

---

4. Čo môžeme doplniť do rovnice $2.(x-4)-(x-1).3 = x+1+\square$ do štvorčeka tak, aby koreňom rovnice bolo číslo -2 .

---

5. Určte koreň rovnice v množine celých čísel: $\frac{x+1}{x-1}-\frac{x-1}{x+1}=\frac{4}{x^2-1}$

---

6. V množine reálnych čísel riešte rovnicu a urobte skúšku správnosti:

$$\sqrt{(x+1).(x-2)} = x-1$$

---

7. Po dvore behali králiky a sliepky. Dohromady mali 17 hláv a 44 nôh. Koľko bolo králikov a koľko sliepok na dvore?

---

8. V množine reálnych čísel riešte nerovnicu (pomocou metódy nulových bodov):

$$\frac{x-3}{6-2x} > 0$$

---

9. Výpočtom a graficky riešte sústavu rovníc v R:

$$3x-y+1=0$$
$$-6x+2y=2$$

10. Čitateľ zlomku je o 4 menší než menovateľ. Ak od čitateľa i menovateľa zlomku odčítame 2, dostaneme $\frac{3}{7}$. Určte pôvodný zlomok.

----

11. Ktoré prirodzené čísla sú riešením nerovnice $6.(x-3)+2x \leq 13-2.(x-4)$?

----

12. Operácia Δ je definovaná $A\Delta B = \frac{A+B}{B-A}$. Čo platí pre hodnotu výrazu $3\Delta 5$?

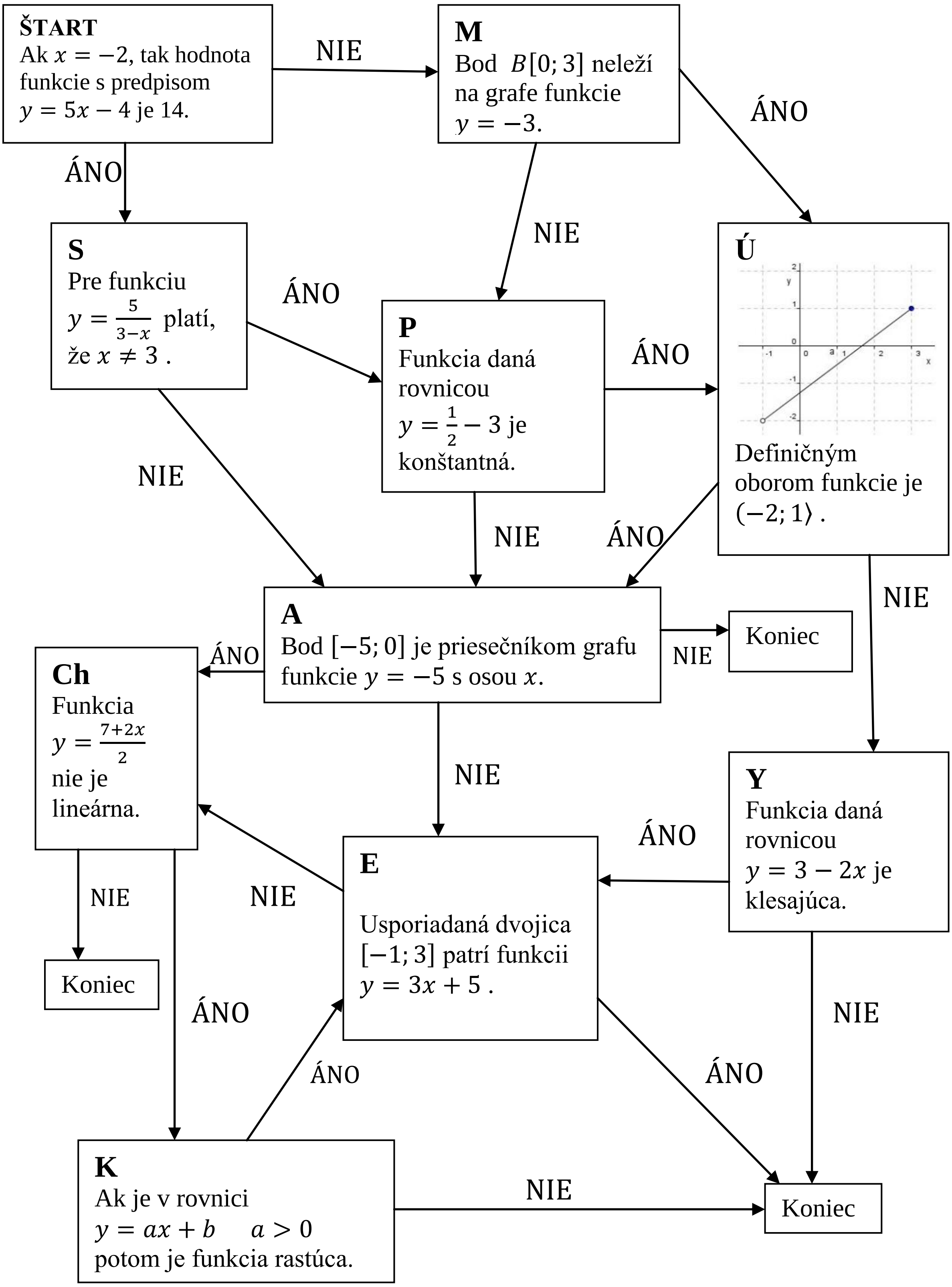
A) sa rovná *0* B) sa rovná hodnote výrazu $4\Delta 6$ C) sa rovná *2*
D) je záporná E) sa rovná hodnote výrazu $-(5\Delta 3)$

----

13. Úloha – Labyrint – Lineárna funkcia (Príloha 2)

Príloha 2 Labyrint – Lineárna funkcia

Ak sa budeš pohybovať v labyrinte po správnych šípkach, ktoré po ceste nájdeš, získaš jedno slovo, ktoré súvisí so študentským životom.



Príloha 3 Pracovný list s úlohami pre skupinovú prácu – Opakovanie pre 2. ročník
„Vlastnosti funkcie, kvadratická funkcia, rovnica, nerovnica a mocniny“

---

1. V množine reálnych čísel riešte nerovnicu (zapíšte množinu všetkých riešení):

$$2x^2 + 3x - 2 \leq 0$$

---

2. Pre ktoré záporné reálne čísla nadobúda výraz $\frac{2x+4}{4} + 3.(x+2)$ kladné hodnoty?

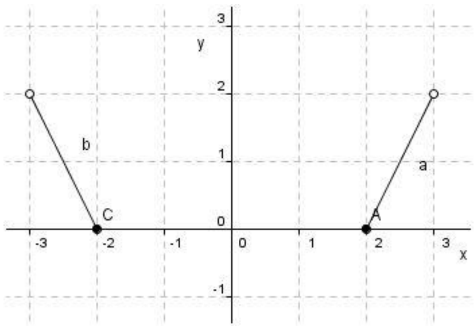
---

3. V množine reálnych čísel riešte sústavu rovníc:

$$x^2 - y = -3$$
$$x - 2y = 1$$

---

4. Popíšte vlastnosti danej funkcie:



---

5. Určte definičný obor funkcie danej predpisom: $f\colon\ y = \sqrt{-x^2 + 1}$.

---

6. V množine reálnych čísel riešte kvadratickú rovnicu:

$$(x-3)^2 + (x+4)^2 - (x-5)^2 = 17x + 24$$

---

7. Nájdite reálne číslo x tak, aby platila rovnosť: $\left[0{,}25^{-2} . 4^{\frac{1}{4}} : 2^{0{,}75}\right]^{0{,}2} = 2^x$

---

8. Funkcia je daná rovnicou $f\colon\ y = 2x - 3;\quad x \in \langle -1; 2)$. Zostrojte graf danej funkcie a určte vlastnosti (monotónnosť, ohraničenosť a extrémy).

9. Upravte lomený výraz a napíšte podmienky, kedy má daný výraz zmysel.

$$\frac{x^2-x-6}{3x^2+4x-4} =$$

----

10. n je prirodzené číslo. Ak sčítame druhú mocninu čísla n, druhú mocninu čísla o jeden väčšieho ako n a druhú mocninu čísla o dva menšieho ako n, dostaneme číslo 230. Určte číslo n .

----

11. Dané sú funkcie f_1: $y = x^2 - 1$; f_2: $y = x^2 + 1$; f_3: $y = 1 - x^2$. Zostrojte grafy týchto funkcií a určte: a) pre aké x sú hodnoty y kladné

b) pre aké x sú hodnoty y záporné

Príloha 4 Pracovný list s úlohami pre skupinovú prácu – Opakovanie pre 4. ročník

---

1. V triede je 25 žiakov. 9 žiakov malo na polročnom vysvedčení z matematiky dvojku, ostatní jednotku alebo trojku. Priemer známok z matematiky všetkých žiakov triedy na polročnom vysvedčení bol 1,6. Koľko žiakov triedy malo trojku na polročnom vysvedčení z matematiky?

---

2. Máme päť po sebe idúcich prirodzených čísel. Keď odčítame najväčšie z nich od súčtu dvoch najmenších z nich, dostaneme polovicu prostredného z nich. Aké je najmenšie z týchto čísel?

---

3. Do radu zlepíme (celými stenami k sebe) 10 rovnakých kociek. Aký bude povrch vzniknutého telesa v m^2, ak každá kocka má hranu dlhú 2,5 cm ? (výsledok uveďte v tvare $a.10^n$; $a\epsilon(1;10)$)

---

4. Katka zjedla na desiatu 4 jablkové koláče. Prvý zjedla za 1,5 minúty. Každý ďalší koláč jedla o desať sekúnd pomalšie ako predchádzajúci koláč. Aká časť z celkového času, za ktorý Katka zjedla všetky koláče, pripadá na posledný koláč?

---

5. Množinou všetkých bodov $[x;y]$ v rovine, pre ktorých súradnice $x,y\epsilon R$ súčasne platia nerovnosti $y \leq 2$; $x - y \leq 0$; $x + y \geq 2$ je:

A) prázdna množina B) bod C) priamka
D) vnútorná oblasť trojuholníka vrátane jeho strán E) vnútorná oblasť štvorca

---

6. V jednej krajine sa cena tovaru počas posledného roka zväčšila o 100 000 % . Koľkokrát väčšia bola nová cena vzhľadom k pôvodnej cene?

---

7. Sú dané množiny $K = \{x\epsilon R; |x| < 7\}$, $L = \langle -8; 5\rangle$, $M = \{x\epsilon R; x^2 \geq 25\}$. Určte počet všetkých prirodzených čísel, ktoré sú prvkami množiny $(K \cup L) \cap M$. Vymenujte tieto čísla.

---

8. Na aký tvar možno upraviť výraz $\left(\frac{x^{-1}}{x^{-1}-y^{-1}}\right)^{-1}$, kde $x,y\epsilon R$, $x \neq y, x.y \neq 0$.

9. Vypočítajte polomer kružnice k určenej rovnicou $x^2 + y^2 - 24x + 10y = 0$.

---

10. Rovnica $log_3(4.3^x - 1) = 2x + 1$ má v množine reálnych čísel dva korene. Určte súčet týchto koreňov.

---

11. V množine R riešte rovnicu s absolútnou hodnotou: $|x| - |x - 2| = 2$.

---

12. V osudí je 6 bielych a 4 čierne guľôčky. Náhodne z osudia vytiahneme naraz dve guľôčky. Aká je pravdepodobnosť, že vytiahnuté guľôčky budú rôznej farby?

---

13. Úloha- Test – Analytická geometria (Príloha 5)

---

14. Peter chcel zistiť súčet prvých päťdesiatich celých kladných čísel. Pri sčítaní jedno číslo náhodou vynechal. Dostal súčet deliteľný číslom 60. Určte číslo, ktoré Peter pri sčítaní vynechal.

Príloha 5 Test – Analytická geometria

Ak správne vyriešiš test, tak z písmen, ktoré pri správnych odpovediach získaš, zostavíš jedno slovo, ktoré súvisí so študentským životom.

1. Ak sú dané vektory $\vec{u}(2; 0; -4)$, $\vec{v}(2; 1; 1)$ potom:

I) sú navzájom kolmé
A) nie sú navzájom kolmé
N) sú navzájom rovnobežné
K) nie sú navzájom rovnobežné

2. Priamka p daná všeobecnou rovnicou p: $2x - y + 1 = 0$:

E) má normálový vektor $(2; 1)$
Y) má smerový vektor $(-1; -2)$
L) má smerový vektor $(2; 1)$
Č) nemá smerový vektor $(1; 2)$
M) má normálový vektor $(2; -1)$

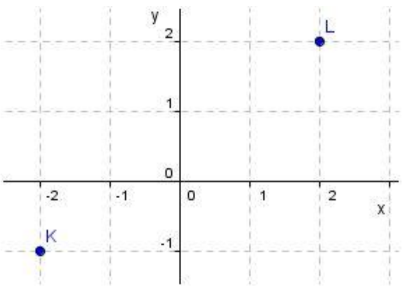
3. Na priamke p: $2x - 3y - 1 = 0$ leží bod:

F) $\left[\frac{1}{2}; \frac{1}{3}\right]$ **E)** $\left[\frac{1}{2}; -1\right]$ **D)** $[-1; -1]$ **A)** $\left[-1; \frac{1}{3}\right]$

4. Stred úsečky AB, kde $A[1; 2; 0]$, $B[-3; 4; 8]$ je:

U) $[2; -3; -4]$ **L)** $[-1; 3; 4]$ **C)** $[1; -3; -4]$ **B)** $[-1; -3; 4]$

5. V rovine sú dané body *K, L.* Aká je vzdialenosť týchto bodov?



S) 4 **U)** 3 **A)** 6 **O)** 5

6. Skalárny súčin vektorov je:

P) reálne číslo **R)** je vždy číslo 0 **T)** je vektor **V)** je bod